

УДК 655.5+004.942

## БАГАТОФАКТОРНИЙ ВИБІР АЛЬТЕРНАТИВНИХ ВАРІАНТІВ ПРОЕКТУВАННЯ ВИДАННЯ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО ВІДНОШЕННЯ ПЕРЕВАГИ

В. М. Сеньківський, А. В. Кудряшова

Українська академія друкарства,  
бул. Під Голоском, 19, Львів, 79020, Україна

*Задано множину альтернативних варіантів процесу проектування видання. Використано принцип Парето. Наведено нечіткі відношення, за якими на множині альтернатив оцінюється якість процесу проектування видання. Показано відношення переваги за кожним фактором множини Парето стосовно множини альтернатив аналізованого технологічного процесу. Одержано матриці відношень, які ілюструють відповідні фактори проектування видання. Синтезовано матрицю відношення на основі значень функції належності згортки для кожної альтернативи. Знайдено підмножину недомінованих альтернатив. Визначено множину недомінованих альтернатив. Розкрито та проаналізовано функцію належності. Знайдено оптимальний варіант процесу проектування видання.*

**Ключові слова:** проектування видання, фактор, альтернатива, варіант, процес, багатофакторний вибір, перевага, матриця, множина, відношення.

**Постановка проблеми.** Для забезпечення випуску високоякісної книжкової продукції виокремлені етапи редакційно-видавничого процесу потребують проведення процедур прогнозування якості. Відсутність прогнозування призводить до невизначеності кінцевого результату.

Задачу прогнозування якості процесу проектування видання, за умови нечітко виражених факторів впливу на якість проектування видання, можна вважати нечітко визначеною метою, для досягнення якої доцільно застосовувати підхід на основі нечіткого відношення переваги.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Останні дослідження присвячені створенню теоретичних основ забезпечення якості видавничо-поліграфічних процесів [1]; проектуванню та розрахунку альтернативних варіантів реалізації технологічних процесів [2]; багатофакторному вибору альтернативних варіантів флексографічного друку на основі нечіткого відношення переваги [3]; багатофакторному вибору альтернатив композиційного оформлення книжкового видання [4]; розрахунку альтернативних варіантів випуску видання [5].

**Мета статті** — визначення оптимального альтернативного варіанту реалізації процесу проектування видання на основі нечіткого відношення переваги, яке полягає у визначенні попарних переваг між альтернативними варіантами

найдомінантніших факторів проектування видання та їх представлення у числовому вигляді на відріжку  $[0; 1]$ .

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Багатофакторний вибір альтернативних варіантів  $n$ -го технологічного процесу на основі нечіткого відношення переваги полягає у визначенні попарних переваг між альтернативними варіантами факторів аналізованого технологічного процесу та їх представлення у числовому вигляді на відріжку  $[0; 1]$ . Розв'язком задачі прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на множині альтернатив будуть Парето-оптимальні альтернативи [6].

Нехай  $(x, y)$  — пара альтернатив. Тоді відношення нестрогої переваги  $F$  означає, що для заданих альтернатив можливі такі твердження:

- 1) альтернатива  $x$  не гірша від альтернативи  $y$ :  $x \geq y$ ,  $(x, y) \in F$ ;
- 2) альтернатива  $y$  не гірша від альтернативи  $x$ :  $y \geq x$ ,  $(y, x) \in F$ ;
- 3) альтернативи  $x$  та  $y$  непорівнювальні між собою:  $(x, y) \notin F$ ,  $(y, x) \notin F$ .

За наявності строгої переваги  $(x, y) \in F_s$  вважаємо, що альтернатива  $x$  переважає над альтернативою  $y$ , тобто  $x > y$ . Окрім того, при наявності чітких функцій корисності  $f_j$  на множині  $X$  альтернатива  $x$  із вищою оцінкою  $f_j(x)$  є кращою за фактором  $j$  від альтернативи  $y$  з оцінкою  $f_j(y)$ , що описується чітким відношенням переваги  $F_j$  на множині альтернатив  $X$ :

$$F_j = \{(x, y) : f_j(x) \geq f_j(y), x, y \in X\}. \quad (1)$$

Знайдемо Парето-оптимальну альтернативу. Для цього необхідно обрати альтернативу  $x_0 \in X$  із найвищою оцінкою серед множини всіх виокремлених факторів:

$$f_j(x_0) \geq f_j(y), \forall j = 1, m; \forall y \in X. \quad (2)$$

Для згортки всіх факторів множини Парето в один скалярний використаємо спосіб перетину [6, 7].

Позначимо  $T_1 = \bigcap_{j=1}^m F_j$ . Отже, множина альтернатив із відношенням переваги  $T_1$  відповідає множині альтернатив із функціями корисності  $f_j(x)$ . Щоб знайти недоміновані альтернативи за нечітким відношенням переваги  $T_1$  потрібно замінити набір відношень  $F_j$  ( $j=1, m$ ) перетином між ними. Прийнемо, що  $\mu_j(x, y)$  — функція належності чіткого відношення переваги  $F_j$ . Тоді стає можливою така умова:

$$\mu_j(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } f_j(x) \geq f_j(y), \text{ тобто } (x, y) \in F_j \\ 0, & \text{якщо } (x, y) \notin F_j. \end{cases} \quad (3)$$

Враховуючи умову (3), функція належності для згортки матиме вигляд:

$$\mu_{T_1}(x, y) = \min\{\mu_1(x, y), \mu_2(x, y), \dots, \mu_n(x, y)\}. \quad (4)$$

Згортку критеріїв (4) можна виразити через вагові значення кожного фактора  $w_j$  та відповідні їм функції корисності:

$$Z(x) = \min_j w_j f_j(x). \quad (5)$$

Через вагові значення кожного фактор  $w_j$  та відповідні їм функції корисності можна вивести ще один тип згортки відношень —  $T_2$ :

$$T_2 = \sum_{j=1}^m w_j f_j(x), \quad \text{де } \sum_{j=1}^m w_j = 1, \quad w_j \geq 0. \quad (6)$$

Згортці  $T_2$  відповідає така функція належності:

$$\mu_{T_2}(x, y) = \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(x, y). \quad (7)$$

Наведемо алгоритм та результати його реалізації стосовно завдання багато-критеріального вибору альтернативного варіанта проектування видання на основі нечіткого відношення переваги [6, 3].

Нехай  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$  — множина альтернативних варіантів проектування видання. Якість процесу проектування видання на множині альтернатив оцінюють за такими нечіткими відношеннями:  $F_1$  — тематичне та виробниче планування;  $F_2$  — вид і тип видання;  $F_3$  — обсяг видання;  $F_4$  — формат видання та сторінки складання. Відношенням переваги  $F_j$  відповідатимуть вагові значення факторів  $w_j$ ,  $j = 1, \dots, 4$  та функції належності  $\mu_j(x, y)$ . Враховуючи наведені у цьому пункті дані, шукаємо згортку відношень  $T_1$  (формула 5).

Для згортки  $T_2$  знайдемо множину недомінованих альтернатив  $T_1^{nd}$  з функціями належності:

$$\mu_{T_1}^{nd}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \left\{ \sum_{j=1}^4 \mu_{T_1}(y, x) - \mu_{T_1}(x, y) \right\}. \quad (8)$$

Для згортки  $T_2$  знайдемо адитивну згортку відношень з функціями належності за формулою 9:

$$\mu_{T_2}(x, y) = \sum_{j=1}^4 w_j \mu_j(x, y), \quad \sum_{j=1}^4 w_j = 1, \quad w_j \geq 0. \quad (9)$$

Для згортки  $T_2$  знайдемо множину недомінованих альтернатив  $T_2^{nd}$  з функціями належності:

$$\mu_{T_2}^{nd}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \left\{ \sum_{j=1}^4 \mu_{T_2}(y, x) - \mu_{T_2}(x, y) \right\}. \quad (10)$$

Визначимо спільну множину недомінованих альтернатив як перетин множин  $T_1^{nd}$  та  $T_2^{nd}$ :

$$T_{nd} = T_1^{nd} \cap T_2^{nd}. \quad (11)$$

Функція належності спільної множини матиме такий вигляд:

$$\mu_{nd}(x) = \min \{ \mu_{T_1}^{nd}(x), \mu_{T_2}^{nd}(x) \}. \quad (12)$$

Вибір альтернатив із множини з найвищим ступенем недомінованості вважається найкращим. Представимо відношення переваги за кожним фактором множини Парето стосовно множини альтернатив:

$F_1$  — Тематичне та виробниче планування:  $x_1 > x_2$ ,  $x_2 = x_3$ .

$F_2$  — Вид і тип видання:  $x_1 = x_2$ ,  $x_1 > x_3$ .

$F_3$  — Обсяг видання:  $x_1 < x_2$ ,  $x_1 < x_3$ ,  $x_2 > x_3$ .

$F_4$  — Формат видання та сторінки складання:  $x_1 = x_2$ ,  $x_1 < x_3$ .

Наведемо значення ваг факторів для згортки  $T_2$ :

$$w_1 = 0,53; w_2 = 0,27; w_3 = 0,13; w_4 = 0,07.$$

На основі умови 3 та представлених відношень переваги факторів стосовно альтернатив одержимо матриці відношень  $F_1, F_2, F_3$  та  $F_4$ , які ілюструють відповідні фактори проектування видання.

Матриця відношення  $F_1$  матиме такий вигляд:

$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	1	1
	$x_2$	0	1	1
	$x_3$	0	1	1

Матриця відношення  $F_2$ :

$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	1	1
	$x_2$	1	1	1
	$x_3$	0	0	1

Матриця відношення  $F_3$ :

$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	0	0
	$x_2$	1	1	1
	$x_3$	1	0	1

Матриця відношення  $F_4$ :

$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	1	0
	$x_2$	1	1	0
	$x_3$	1	1	1

Побудуємо згортку відношень  $T_1 = F_1 \cap F_2 \cap F_3 \cap F_4$ :

$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	0	0
	$x_2$	0	1	0
	$x_3$	0	0	1

На основі побудованої згортки відношень  $T_1$  знайдемо підмножину недомінованих альтернатив за формулою:

$$\mu_{T_1}^{no}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \{ \mu_{T_1}(y, x) - \mu_{T_1}(x, y) \}. \tag{13}$$

У результаті підстановки значень та відповідних обчислень отримаємо:

$$\begin{aligned} \mu_{T_1}^{no}(x_1) &= 1 - \sup_{y \in X} \{ 0 - 0; 0 - 0 \} = 1; \\ \mu_{T_1}^{no}(x_2) &= 1 - \sup_{y \in X} \{ 0 - 0; 0 - 0 \} = 1; \\ \mu_{T_1}^{no}(x_3) &= 1 - \sup_{y \in X} \{ 0 - 0; 0 - 0 \} = 1; \\ \mu_{T_1}^{no}(x) &= [1; 1; 1]. \end{aligned}$$

Визначимо нечітке відношення переваги  $T_2$ ,  $j = 1, 4$ :

$$T_2 = \sum_{j=1}^4 w_j f_j(x). \quad (14)$$

Значення функції належності згортки знайдемо за формулою [6, 7]:

$$\mu_{T_2}(x_i, x_j) = \sum_{k=1}^4 w_k \mu_{F_k}(x_i, x_j). \quad (15)$$

Визначимо кожен елемент матриці відношення  $T_2$ :

– для альтернативи  $x_1$ :

$$\mu_{T_2}(x_1, x_2) = w_1 \mu_{F_1}(x_1, x_2) + w_2 \mu_{F_2}(x_1, x_2) + w_3 \mu_{F_3}(x_1, x_2) + w_4 \mu_{F_4}(x_1, x_2);$$

$$\mu_{T_2}(x_1, x_3) = w_1 \mu_{F_1}(x_1, x_3) + w_2 \mu_{F_2}(x_1, x_3) + w_3 \mu_{F_3}(x_1, x_3) + w_4 \mu_{F_4}(x_1, x_3);$$

– для альтернативи  $x_2$ :

$$\mu_{T_2}(x_2, x_1) = w_1 \mu_{F_1}(x_2, x_1) + w_2 \mu_{F_2}(x_2, x_1) + w_3 \mu_{F_3}(x_2, x_1) + w_4 \mu_{F_4}(x_2, x_1);$$

$$\mu_{T_2}(x_2, x_3) = w_1 \mu_{F_1}(x_2, x_3) + w_2 \mu_{F_2}(x_2, x_3) + w_3 \mu_{F_3}(x_2, x_3) + w_4 \mu_{F_4}(x_2, x_3);$$

– для альтернативи  $x_3$ :

$$\mu_{T_2}(x_3, x_1) = w_1 \mu_{F_1}(x_3, x_1) + w_2 \mu_{F_2}(x_3, x_1) + w_3 \mu_{F_3}(x_3, x_1) + w_4 \mu_{F_4}(x_3, x_1);$$

$$\mu_{T_2}(x_3, x_2) = w_1 \mu_{F_1}(x_3, x_2) + w_2 \mu_{F_2}(x_3, x_2) + w_3 \mu_{F_3}(x_3, x_2) + w_4 \mu_{F_4}(x_3, x_2).$$

Підставивши необхідні значення, отримаємо:

– для альтернативи  $x_1$ :

$$\mu_{T_2}(x_1, x_2) = 0,53 \times 1 + 0,27 \times 1 + 0,13 \times 0 + 0,07 \times 1 = 0,87;$$

$$\mu_{T_2}(x_1, x_3) = 0,53 \times 1 + 0,27 \times 1 + 0,13 \times 0 + 0,07 \times 0 = 0,8;$$

– для альтернативи  $x_2$ :

$$\mu_{T_2}(x_2, x_1) = 0,53 \times 0 + 0,27 \times 1 + 0,13 \times 1 + 0,07 \times 1 = 0,47;$$

$$\mu_{T_2}(x_2, x_3) = 0,53 \times 1 + 0,27 \times 1 + 0,13 \times 1 + 0,07 \times 0 = 0,93;$$

– для альтернативи  $x_3$ :

$$\mu_{T_2}(x_3, x_1) = 0,53 \times 0 + 0,27 \times 0 + 0,13 \times 1 + 0,07 \times 1 = 0,2;$$

$$\mu_{T_2}(x_3, x_2) = 0,53 \times 1 + 0,27 \times 0 + 0,13 \times 0 + 0,07 \times 1 = 0,6.$$

На основі отриманих даних побудуємо матрицю:

	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_1$	1	0,87	0,8
	$x_2$	0,47	1	0,93
	$x_3$	0,2	0,6	1

За формулою 10 визначимо множину невідомінованих альтернатив для відношення  $T_2$ :

– для альтернативи  $x_1$ :

$$\mu_{T_2}^{nd}(x_1) = 1 - \sup\{(\mu_{T_2}(x_2, x_1) - \mu_{T_2}(x_1, x_2)); (\mu_{T_2}(x_3, x_1) - \mu_{T_2}(x_1, x_3))\};$$

– для альтернативи  $x_2$ :

$$\mu_{T_2}^{nd}(x_2) = 1 - \sup\{(\mu_{T_2}(x_1, x_2) - \mu_{T_2}(x_2, x_1)); (\mu_{T_2}(x_3, x_2) - \mu_{T_2}(x_2, x_3))\};$$

– для альтернативи  $x_3$ :

$$\mu_{T_2}^{nd}(x_3) = 1 - \sup\{(\mu_{T_2}(x_1, x_3) - \mu_{T_2}(x_3, x_1)); (\mu_{T_2}(x_2, x_3) - \mu_{T_2}(x_3, x_2))\}.$$

Підставивши необхідні значення, отримаємо:

- для альтернативи  $x_1$ :  

$$\mu_{T_2}^{no}(x_1) = 1 - \sup\{(0,47 - 0,87); (0,2 - 0,8)\} = 1;$$
- для альтернативи  $x_2$ :  

$$\mu_{T_2}^{no}(x_2) = 1 - \sup\{(0,87 - 0,47); (0,6 - 0,93)\} = 0,6;$$
- для альтернативи  $x_3$ :  

$$\mu_{T_2}^{no}(x_3) = 1 - \sup\{(0,8 - 0,2); (0,93 - 0,6)\} = 0,4.$$

Таким чином, отримаємо  $\mu_{T_2}^{no}(x_i) = [1; 0,6; 0,4]$ .

Знайдемо перетин множин  $\mu_{T_1}^{no}$  та  $\mu_{T_2}^{no}$  і визначимо функцію належності  $\mu_{no} = \mu_{T_1}^{no} \cap \mu_{T_2}^{no}$  за формулою:

$$\mu_T^{no}(x_i) = \min\{\mu_{T_1}^{no}(x_i), \mu_{T_2}^{no}(x_i)\}, i = 1, 3. \quad (16)$$

Оскільки  $\mu_{T_1}^{no}(x_i) = [1; 1; 1]$ , а  $\mu_{T_2}^{no}(x_i) = [1; 0,6; 0,4]$ , функція належності матиме вигляд:

$$\mu_T^{no}(x_i) = [1; 0,6; 0,4]. \quad (17)$$

З (17) випливає, що максимальне значення функції належності  $\mu_T^{no}(x_i)$  належить  $x_1$ . Отже, можна стверджувати, що варіант  $x_1$  є оптимальною альтернативою проектування видання.

**Висновки.** Наведено теоретичні основи методу, здійснено постановку завдання стосовно проектування та розрахунку альтернативних варіантів процесу проектування видання на підставі нечіткого відношення переваги. Визначено оптимальний альтернативний варіант реалізації процесу проектування видання.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Теоретичні основи забезпечення якості видавничо-поліграфічних процесів (Частина 3. Проектування альтернативних варіантів). В. М. Сеньківський, І. В. Піх, Ю. Ф. Петяк, І. В. Калиній. Наукові записки. 2016. № 2 (53). С. 47–56.
2. Піх І. В., Сеньківський В. М., Андрійв Р. Р. Проектування та розрахунок альтернативних варіантів реалізації технологічних процесів. Технологія і техніка друкарства. 2015. № 2. С. 55–62.
3. Сеньківський В. М., Мельников О. В., Кохан В. Ф. Багатофакторний вибір альтернативних варіантів флексографічного друку на основі нечіткого відношення переваги. Наукові записки [Української академії друкарства]. 2012. № 3 (40). С. 120–125.
4. Сеньківська Н. Є., Піх І. В., Сеньківський В. М. Багатофакторний вибір альтернатив композиційного оформлення книжкового видання. Технологія і техніка друкарства. 2011. № 2. С. 146–152.
5. Гавенко С. Ф., Піх І. В., Сеньківська Н. Є. Розрахунок альтернативних варіантів випуску видання. Поліграфія і видавнича справа. 2011. № 3. С. 89–94.
6. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання, перероблене та доповнене. Київ : Видавничий Дім «Слово», 2006. 816 с.
7. Зайченко О. Ю., Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : зб. задач. Київ : Видавничий Дім «Слово», 2007. 472 с.

## REFERENCES

1. Senkivskiy, V. M., Pikh, I. V., Petiak, Yu. F. & Kalynii I. V. (2016). Teoretychni osnovy zabezpechennia yakosti vydavnycho-polihrafichnykh protsesiv (Chastyna 3. Proektuvannia alternatyvnykh variantiv). Naukovi zapysky, 2 (53), 47–56 (in Ukrainian).
2. Pikh, I. V., Senkivskiy, V. M. & Andriiv, R. R. (2015). Proektuvannia ta rozrakhunok alternatyvnykh variantiv realizatsii tekhnolohichnykh protsesiv. Tekhnolohiia i tekhnika drukarst-va, 2, 55–62 (in Ukrainian).
3. Senkivskiy, V. M., Melnykov, O. V. & Kokhan, V. F. (2012). Bahatofaktornyi vybir alternatyvnykh variantiv fleksografichnoho druku na osnovi nechitkoho vidnoshennia perevahy. Naukovi zapysky [Ukrainskoi akademii drukarstva], 3 (40), 120–125 (in Ukrainian).
4. Senkivska, N. Ye., Pikh, I. V. & Senkivskiy, V. M. (2011). Bahatofaktornyi vybir alternatyv kompozytsiinoho oformlennia knyzhkovoho vydannia. Tekhnolohiia i tekhnika drukarstva, 2, 146–152 (in Ukrainian).
5. Havenko, S. F., Pikh, I. V. & Senkivska, N. Ye. (2011). Rozrakhunok alternatyvnykh variantiv vypusku vydannia. Polihrafia i vydavnycha sprava, 3, 89–94 (in Ukrainian).
6. Zaichenko, Yu. P. (2006). Doslidzhennia operatsii. Pidruchnyk. Some vydannia, pereroblene ta dopovnene. Kyiv: Vydavnychi Dim «Slovo» (in Ukrainian).
7. Zaichenko, O. Yu. & Zaichenko, Yu. P. (2007). Doslidzhennia operatsii. Kyiv: Vydavnychi Dim «Slovo» (in Ukrainian).

## MULTIFACTORIAL CHOICE OF ALTERNATIVE OPTIONS OF EDITION DESIGN BASED ON PREFERENCE FUZZY RELATION

V. M. Senkivskyy, A. V. Kudriashova

*Ukrainian Academy of Printing,  
19, Pid Holoskom, St., Lviv, 79020, Ukraine  
senk.vm@gmail.com*

*A set of alternative variants of the edition design process has been presented. The principle of Pareto has been applied. Fuzzy relations have been shown, which evaluate the quality of the edition design process on the set of alternatives. The relation of benefits for each factor of Pareto set for a set of alternatives of the analyzed technological process has been presented. The matrices of relations illustrating relevant factors designing the publication have been obtained. The matrix of relations on the basis of the function membership convolution for each alternative has been synthesized. A subset of not dominant alternatives has been found. A set of not dominant alternatives has been defined. The function of membership has been identified and analyzed. The optimal alternative of the edition design has been found.*

**Keywords:** *edition design, factor, alternative, variant, process, multifactor choice, preference, matrix, set, relation.*

*Стаття надійшла до редакції 15.11.2016.*

*Received 15.11.2016.*