УДК 621.01

### М. Ю. ФІШИН, О. У. ХОШ

# ПИТАННЯ СИНТЕЗУ ДЕЯКИХ КОМБІНОВАНИХ МАЛЬТІЙСЬКИХ МЕХАНІЗМІВ

У цій статті ми розглядаємо ряд схем мальтійських механізмів з радіальними пазами хреста, траєкторія ведучої цівки яких є деяка крива.

Складний рух цівці переважно надається для зміни відносної тривалості повороту і закону руху хреста з прямолінійними радіальними пазами. У загальному випадку складного руху цівки по траєкторії, відмінної від кола, необхідними умовами нормальної роботи мальтійського механізму є:

a) збігання вектора V<sub>c</sub> абсолютної швидкості центру C цівки в початковому положенні хреста з напрямом осі пазу, тобто

$$-\frac{V_{c.x}}{V_{c.y}} = \pm \operatorname{tg} \frac{\pi}{z}$$

де  $V_{c,x}$  та  $V_{c,y}$  — проекції вектора швидкості вісі x та y; z — число пазів хреста;

б) на ділянці руху хреста в довільному положенні  $\psi_i < \frac{\pi}{z}$  необхідно виконати нерівності

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{V_{c.x}}{V_{c.y}} > \psi_i;$$

в) достатнє віддалення траєкторії ведучої цівки від центра обертання хреста та від можливості перетину нею стінок пазів у період вистою.

Як траєкторії руху цівки можуть бути використані шатунні криві кривошипно-повзунних та кулісних механізмів, шарнірних чотириланковиків, зокрема симетричних механізмів П. А. Чебишева. Планетарні механізми [2, 6] у приводі мальтійського хреста дозволяють надати рух цівці по епіциклоїді або гіпоциклоїді. Деякі питання синтезу механізмів, що розглядаються, висвітлені в роботах [1, 2].

У цій статті наведені узагальнені залежності, необхідні для синтезу різних схем комбінованих механізмів та оцінки закону руху хреста.

Основні вимоги, що ставляться до траєкторії ведучої цівки, випливають з умов роботи мальтійського механізму, геометрії хреста. У випадку радіального напрямку пазів з однаковою робочою довжиною їх стінок, необхідним є наявність на траєкторії, щонайменше двох точок, симетрично розташованих відносно бісектриси кута між осями пазів хреста, що відповідають початковому та кінцевому положенням хреста. Ці вимоги задовольняють, зокрема, траєкторії точок, що знаходяться на осі шатуна центрального триланкового кривошипноповзунного та кулісного механізмів. Віссю симетрії шатунної кривої у цих механізмах є лінія руху повзуна та пряма, що з'єднує осі обертання кривошипа та куліси, на якій повинен знаходитись центр обертання хреста.

# Привод хреста від кривошипно-повзунного механізму

Основна схема комбінованого мальтійського механізму з приводом хреста від кривошипно-повзунного механізму зображена на рис. 1 (схема 1). Геометричні параметри при заданих  $\varphi_0$ , z та  $\lambda_{\kappa\pi}$  визначаються за такими залежностями:

$$\gamma_0 = \arcsin \frac{\sin \phi_0}{\lambda_{\kappa \pi}}$$
 (1)

$$\lambda_{1} = \frac{BC}{r} = \lambda_{\kappa n} \frac{\sin\left(\varphi_{0} + \gamma_{0}\right)}{\cos\left(\psi_{0} + \gamma_{0}\right)} \cdot \frac{\sin\psi_{0}}{\cos\varphi_{0}}, \qquad (2)$$

$$\lambda_2 = \frac{CO_2}{r} = \lambda_{\kappa\pi} \frac{\sin\left(\varphi_0 + \gamma_0\right)}{\cos\left(\psi_0 + \gamma_0\right)} - \frac{\sin\gamma_0}{\cos\varphi_0},\tag{3}$$

$$\lambda_{3} = \frac{O_{1}O_{2}}{r} = \lambda_{\kappa\pi} \frac{\sin\left(\varphi_{0} + \gamma_{0}\right)}{\sin\varphi_{0}} \left[1 + \operatorname{tg}\varphi_{0}\operatorname{tg}\left(\psi_{0} + \gamma_{0}\right)\right], \quad (4)$$

де  $\lambda_{\kappa n} = \frac{AB}{r}$  — основний геометричний параметр кривошипно-повзунного механізму; r — радіус кривошипа.

Різновидності схем рис. 1 можна одержати зі схеми 1 при відповідній системі відрахунку кутів  $\varphi_0$  та  $\psi_0$ . Кут  $\psi_0$  вважатимемо додатним, якщо напрям обертання хреста та кривошипа збігається, та від'ємний, коли хрест і кривошип обертаються в різні боки. Відрахунок кута  $\varphi_0$ , що визначає початкове положення кривошипа, будемо вести від лінії  $O_1B$  в напрямку зворотному до обертання кривошипа. Приинята система відрахунку кутів визначає алгебраїчне значення величини  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ .

Виходячи з прийнятої системи відрахунку геометричних параметрів, схема 2 рис. 1 виникає тоді, коли при тому ж напрямку обертання кривошипа, що й на схемі 1, необхідно одержати зворотний напрям обертання хреста. При цьому в залежностях (1)—(4) необхідно підставити  $\psi_{02} = -\psi_0$ . Для схем 3—S рис. 1 в залежностях (1)—(4) приймають  $\varphi_{0[3-5]} = 180 + \varphi_0$ . Якщо  $\lambda_3 < 0$  та  $\psi_{03} = -\psi_0$ , маємо схему 3, а при  $\lambda_3 = 0$ — схеми 4 або 5 (залежно від напрямків обертання кривошипа та хреста).

Необхідно відзначити, що для двох останніх схем кут початкового положення кривошипа  $\varphi_{04}$  та  $\varphi_{05}$  не може бути прийнятий довільно, а залежить від параметрів  $\lambda_{\rm KU}$  та  $\psi_0$ .

$$\varphi_{04} = \arctan \frac{\lambda_{\kappa \pi} \cos \psi_0}{1 - \lambda_{\kappa \pi} \sin \psi_0} - 180^\circ, \tag{5}$$

$$\varphi_{05} = \arctan \frac{\lambda_{\kappa n} \cos \psi_0}{1 + \lambda_{\kappa n} \sin \psi_0} \qquad 180^\circ.$$
 (6)

Значення величини  $\lambda_{\kappa II}$  для схеми 4 обмежується умовою

$$1 < \lambda_{\rm RH} < \frac{1}{\sin \psi_0}, \tag{7}$$

а для схеми 5  $\lambda_{\rm KH} > 1$ .

Однозначне обертання хреста забезпечується коли в будь-якому положенні ф дотримується нерівність

$$(\cos \varphi + \sqrt{\lambda_{\kappa n}^2 - \sin^2 \varphi}) + (\cos \varphi_0 + \sqrt{\lambda_{\kappa n}^2 - \sin^2 \varphi_0}) < \frac{\lambda_1}{\gamma_{\kappa n}} (\sin \varphi_0 - \sin \varphi_0).$$
(8)

157

Аналіз обчислень показує, що виконання цієї нерівності достатнє в положенні, близькому до початку руху хреста.

Достатне віддалення траєкторії точки с від центра обертання хреста забезпечується, якщо

$$\lambda_3 \ge 1 + \lambda_{\mathrm{KII}} + \lambda_1 + K\lambda_2,$$

де K для числа пазів z=4+12 вихідних мальтійських механізмів перебуває в межах 0,414—0,766.



Рис. 1. Схеми привода хреста з допомогою кривошипно-повзунного механізму.

Відсутність перетину траєкторій цівки стінок хреста під час вистою перевіряється після встановлення розмірів паза та фіксуючої виточки.

Розрахунки на ЕЦОМ показали, що у механізмів за схемою 1 для  $6 \le z \le 24$ ,  $\lambda_{\rm kn} = 2$  та K > 0.3 відносна тривалість оберту хреста  $\tau$  може бути зменшена на 30—40% порівняно з вихідним мальтійським механізмом. При цьому значення основних геометричних параметрів перебувають у межах  $2,5 > \lambda_1 > 0.4$ ;  $1,9 > \lambda_2 > 1.3$ ;  $6,4 > \lambda_3 > 4.2$ . Збільшення основного параметра  $\lambda_{\rm kn}$  приводить до зростання параметрів  $\lambda_1$  та  $\lambda_3$  і до зменшення параметра  $\lambda_2$ . Зокрема, для z = 6 та  $1,5 < \lambda_{\rm kn} < 4$  геометричні параметри змінюються таким чином:  $1,6 < \lambda_1 < 3.6$ ;  $2,4 > \lambda_2 > 1.4$ ;  $6,1 < \lambda_3 < 9.4$ .

Зіставлення схем 1 та 2 показує, що при однаковому т значення геометричних параметрів для схеми 2 значно менші. Наприклад, для  $6 \le z \le 24$  при  $\lambda_{\text{кп}} = 2$  геометричні параметри схеми 2 1,5> $\lambda_1$ >0,4; 1,15<  $<\lambda_2<1,18$ ; та 2,1 $<\lambda_3<3,3$ . Для z=6 та 1,5 $<\lambda_{\text{кп}}<4$  параметри змінюються в таких межах: 1,2 $<\lambda_1<2,9$ ; 1,18> $\lambda_2>1,10$ ; 2,0 $<\lambda_3<2,7$ .

Можливість варіювання величини т у механізмів за схемами 4 та 5 суттєво обмежена. Наприклад, за схемою 4 для z=6 при зміні геометричного параметра  $\lambda_{\rm KR}$  у межах 1,3—1,6 значення кутів оберту кривошипа змінюються в межах 73—82°. Для цієї схеми величина т завжди більша ніж у вихідного механізму. За схемою 5 для z=6 при зміні  $\lambda_{\rm KR}$  у межах 2—4 кут оберту кривошипа змінюється відповідно від 43 до 50°.

Кінематичні залежності основної схеми привода мальтійського хресга від кривошипно-повзунного механізму мають такий вигляд:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\lambda_{1} \sin \varphi}{\lambda_{\kappa n} (\lambda_{3} - \cos \varphi) - (\lambda_{\kappa n} + \lambda_{1}) \sqrt{\lambda_{\kappa n}^{2} - \sin^{2} \varphi}}, \qquad (9)$$

$$\omega_{\mu} = \frac{\sin 2\psi}{2\lambda_{1}} \operatorname{tg} \varphi \left[ \lambda_{1} \frac{\lambda_{\kappa n} \operatorname{tg} \varphi \sin \varphi \left(1 + \cos \varphi - \sqrt{\lambda_{n\kappa} - \sin^{2} \varphi}\right)}{\lambda_{\kappa n} \sqrt{\lambda_{\kappa n} - \sin^{2} \varphi} \left(\lambda_{3} - \cos \varphi\right) - \left(\lambda_{\kappa n} + \lambda_{1}\right) \left(\lambda_{\kappa n}^{2} - \sin^{2} \varphi\right)} \right]$$
(10);  
$$\varepsilon_{\mu} = \frac{\lambda_{\kappa n} \sin \psi}{\lambda_{1} \sin \varphi \cos \gamma} \left\{ 2 \omega_{\mu} \left[ \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{\kappa n}} \cos \varphi \sin \left(\psi + \gamma\right) + \sin \left(\varphi - \gamma\right) \cos \psi \right] - \right\}$$

$$-\sin\left(\psi+\varphi\right)\cos\gamma-\frac{\lambda_{1}+\lambda_{\kappa\pi}}{\lambda_{\kappa\pi}^{2}}\left[\sin\psi+\lambda_{\kappa\pi}\sin\varphi\cos\left(\psi+\gamma\right)\right]\right\},\qquad(11)$$

$$\gamma = \arcsin \frac{\sin \varphi}{\lambda_{\kappa n}} \tag{12}$$

де ψ, ω<sub>u</sub> та ε<sub>u</sub> — відповідно кут оберту, інваріанти подібності кутових швидкостей та прискорень хреста.

Кут  $\varphi$  для схем 1 та 2 змінюється в межах  $0 \le \varphi \le \varphi_0$  [1—2], а для схем 3-5 180 $\le \varphi \le \varphi_0$  [3—5].

Із залежностей (9)—(11) випливає, що характеристики закону руху хреста визначаються значенням основного геометричного параметра кривошипно-повзунного механізму. Обчислення на ЕЦОМ показали значний вплив значення параметра  $\lambda_{\rm km}$  на характеристики закону руху залежно від схеми механізму привода. При рівних z,  $\varphi_0$ та  $\lambda_{\rm km}$ — константи піку швидкості  $\omega_{\rm mu}$  та прискорення  $\varepsilon_{\rm mu}$  дещо вище у механізмів за схемою 1, однак значення початкового прискорення у них нижче. Механізми за схемою 3, що мають у деяких випадках менші геометричні параметри, мають більш сприятливі кінематичні характеристики, ніж механізми за схемами 1 та 2.

При рівних значеннях абсолютної тривалості T оберту хреста співосні механізми за схемою 4 вирізняються кращими кінематичними характеристиками, ніж вихідні внутрішні мальтійські механізми для z>4 та ніж зовнішні вихідні для z>8. Наприклад для z=6-12 пік прискорення хреста у співосного механізму за схемою 4 відповідно менше в 1,5—1,9 рази, ніж у вихідних внутрішнього хреста.

Характер змін величин  $\omega_u$  та  $\varepsilon_u$  для розглянутих схем комбінованих мальтійських механізмів з приводом від кривошипно-повзунного механізму показаний на графіках рис. 2.

## Привод хреста від кривошипно-кулісного механізму

Геометричні параметри комбінованого механізму по основній схемі (схема 1 рис. 3) такі:

$$\gamma_0 = \arg \operatorname{tg} \frac{\sin \varphi_0}{\lambda_{\mathrm{xy}} - \cos \varphi_0}, \qquad (13)$$

$$\lambda_{1} = \frac{BC}{r} = \lambda_{\kappa y} \frac{\operatorname{tg} \left( \psi_{0} + \gamma_{0} \right)}{\cos \left( \varphi_{0} + \gamma_{0} \right)} \sin \varphi_{0}, \tag{14}$$

$$\lambda_2 = \frac{CO_2}{r} = \lambda_1 \frac{\sin \gamma_0}{\sin \psi_0}, \qquad (15)$$

$$\lambda_3 = \frac{O_1 O_2}{r} = \lambda_{\rm ky} + \lambda_1 \frac{\sin(\psi_0 + \gamma_0)}{\sin\psi_0}, \qquad (16)$$



Рис. 2. Інваріанти подібності швидкостей ω та прискорень € хреста з приводом від кривошипно-повзунного механізму.

де  $\lambda_{\rm ky} = \frac{O_1 B}{r}$  — основний геометричний параметр кривошилно-кулісного

механізму; r — радіус кривошипа.

При визначенні геометричних параметрів механізмів для схем 2—5 відрахунок  $\varphi_0$  та  $\psi_0$  [2—5] проводиться аналогічно розглянутому випадку для приводу хреста від кривошипно-повзунного механізму. Зокрема  $\psi_{02} = -\psi_0$ ;  $\varphi_{02} = \varphi_0$ ;  $\varphi_{013-51} = 180^\circ + \varphi_0$ ;  $\psi_{013,51} = -\psi_0$ ;  $\varphi_{04} = \varphi_0$ 

Ta  $\psi_{04} = \psi_0$ .

У схемах 4 та 5 параметр  $\lambda_{\rm ку}$  є функцією кутів  $\phi_0$  та  $\psi_0$ 

$$\gamma_{\kappa y} = \cos \varphi_0 + \frac{\sin (\varphi_0 + \psi_0) - \operatorname{ctg} \psi_0 \sin \varphi_0 \pm \sqrt{[\sin (\varphi_0 + \psi_0) - (\varphi_0 + \varphi_0)]^2 - 4 \sin^2 \varphi_0 \sin \psi_0 (\operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \psi + 1)}}{2 (\operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \psi_0 + 1)}, \quad (17)$$

a  $\lambda_3 = 0$ .

Умова однозначного обертання хреста для цих механізмів виражається нерівністю

$$(\sin\varphi - \cos\varphi + \lambda_{xy}) \left( \frac{\sin\varphi_0 + \lambda_1 \sin\gamma_0}{\sin\gamma_0 \sqrt{1 + \lambda_{xy}^2 - 2\lambda_{xy}\cos\varphi}} - 1 \right) > \lambda_1 \left( \sin\gamma_0 + \cos\gamma_0 \right).$$
(18)

Перевірка положення точки с відносно центра обертання хреста проводиться в такому положенні, коли вісь кривошипа збігається з лінією, що проходить через осі обертання кривошипа та хреста, за залежністю

160

$$\lambda_3 \ge 1 + \frac{\sin \varphi_0}{\sin \gamma_0} + \lambda_1 + \kappa \lambda_2, \tag{19}$$

де 0<к<1.

Аналіз проведених розрахунків показав, що інтервал можливої зміни кута  $\varphi_0$  для механізмів, синтезованих за схемою 1, досить обмежений і при  $\varphi_0 > 30$  різко зростають геометричні параметри, що суттєво обмежує можливості їх застосування.



Рис. З. Схеми привода хреста за допомогою кривошипно-кулісного механізму.

Прийнятими обмеженнями  $\kappa > 0,3$  та  $0,9 < \lambda_2 < 5$  задовольняють лише деякі значення параметрів  $\lambda_{\rm ky}$ ,  $\varphi_0$  та z для механізмів за схемою 2. Зокрема, для  $2,0 \leq \lambda_{\rm ky} \leq 4,0$  немає можливості здійснити привод зовнішнього хреста з числом пазів більше 10, а для z < 9 величина параметра  $\varphi_0$  змінюється несуттєво.

Для схеми 3 параметр  $\lambda_2$  мало змінюється залежно від параметра  $\lambda_{\text{ку}}$ . Параметри  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  зростають зі зменшенням числа пазів, особливо для  $\varphi_0 > 60^\circ$ .

Співосні комбіновані механізми, синтезовані за схемою 4, дозволяють суттєво розширити границі змін т, можливість же змін т у механізмів за схемою 5 значно нижча.

Кінематичні параметри комбінованих мальтійських механізмів з приводом від кривошипно-кулісного механізму для основної схеми визначаються такими залежностями:

$$\begin{split} \varphi &= \arctan \frac{\sin \varphi \left(\lambda_{1} + \frac{\sin \varphi_{0}}{\sin \gamma_{0}} - \sqrt{1 + \lambda_{ky}^{2} - 2\lambda_{ky} \cos \varphi} \right)}{(\lambda_{3} - \cos \varphi) \sqrt{1 + \lambda_{ky}^{2} - 2\lambda_{ky} \cos \varphi} - \left(\frac{\sin \varphi_{0}}{\sin \gamma_{0}} + \lambda_{1}\right) (\lambda_{ky} - \cos \varphi)} \end{split}$$
(20)  
$$\omega_{\mu} &= \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{(\lambda_{3} - \lambda_{ky}) \sin \psi \cos (\varphi - \psi) - \sin (\varphi + \gamma) \sin^{2} (\psi + \gamma) \left[\frac{\sin \varphi_{0}}{\sin \gamma_{0}} + \lambda_{1}\right]}{\left(\frac{\sin \varphi_{0}}{\sin \gamma_{0}} + \lambda_{1}\right) \sin (\psi + \gamma) - (\lambda_{3} - \lambda_{ky}) \cdot \sin \psi}$$
(21)  
$$\varepsilon_{\mu} &= \frac{1}{\varphi} \left\{ 2\omega_{\mu} \left[ (\lambda_{3} - \lambda_{ky}) \frac{\sin \psi \sin \gamma \cos (\varphi + \gamma)}{\sin \varphi} - \cos (\psi + \gamma) \sin (\varphi + \gamma) \right] + \right\} \right\}$$

$$+\sin\left(\psi+\phi\right)+\left(\frac{\sin\phi_{0}}{\sin\gamma_{0}}+\lambda_{1}\frac{\sin\gamma\cos\left(\phi+\gamma\right)\sin\left(\psi+\gamma\right)}{\sin^{2}\phi}\left[\cos\left(\psi+\gamma\right)\sin\gamma+\right.\right.\right.$$

$$+2\sin\gamma\sin(\varphi+\gamma)\operatorname{ctg}(\psi+\gamma)+\mathrm{tg}(\varphi+\gamma)\operatorname{ctg}(\psi+\gamma)\sin\varphi],\qquad(22)$$

$$\mathbf{p} = \left(\frac{\sin\varphi_0}{\sin\gamma_0} + \lambda_1 - \frac{\sin\varphi}{\sin\gamma}\right) \frac{\sin\gamma}{\sin\psi},\tag{23}$$

$$\gamma = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin \varphi}{\lambda_{_{\mathrm{Ky}}} - \cos \varphi} \,, \tag{24}$$

Для схем 1, 2, 4 кут  $\varphi$  змінюється в межах  $0 \le \varphi \le \varphi_0$ , а для схем 3, 5 —  $180 \le \varphi \le 180 + \varphi_0$ .



Рис. 4. Інваріанти подібності швидкостей  $\omega_u$  та прискорень  $\varepsilon_u$  хреста з приводом від кривошипно-кулісного механізму.

Розрахунки на ЕЦОМ показали, що для механізмів за схемою 1 зі збільшенням параметра  $\lambda_{\rm HY}$  зменшуються константи піків швидкостей та прискорень, а значення інваріантів подібності початкового прискорення зростають, причому більш інтенсивні зміни констант спостерігаються в інтервалі 1,5< $\lambda_{\rm HY}$  2,0. Для z=4 та z=5 схема 2, характеризується більш сприятливими кінематичними характеристиками ніж схема 1 при  $\tau > \tau_u$ , де  $\tau_u$  — відносна тривалість оберта хреста вихід-

де

них мальтійських механізмів. Константи піків кутової швидкості та кутового прискорення хреста у механізмів за схемою 3 змінюються незначно залежно від параметра  $\lambda_{\rm ку}$ . Кінематичні характеристики за схемою 5 сприятливіші, ніж у механізмів за схемою 4 в тому випадку, якщо вони мають однакове т.

На рис. 4 наведені графіки зміни інваріантів подібності кутових швидкостей та прискорень хреста для розглянутих схем комбінованих мальтійських механізмів з приводом від кривошипно-кулісного механізму.

Отже, аналіз обчислень показує, що комбіновані мальтійські механізми з кривошипно-повзунним та кривошипно-кулісним приводом дозволяють варіювати відносну тривалість оберта хреста в широких межах. У розглянутих випадках закони руху суттєво різняться як за характером змін прискорень, так і за якісними характеристиками.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Абрамов А. А. О применении некоторых схем мальтийских механизмов с промежуточной планетарной передачей.— «Труды ВНИИэлектромаш», 1972, вып. 11.

2. Саввин Э. А. Механизм прерывистого движения с длительными остановками.— В сб.: Научные записки Воронежского лесотехнического института. Изд-во Воронежского ун-та, 1963.

3. Сперанский Н. В. Проектирование мальтийских механизмов. М., Изд-во АН СССР, 1960.

4. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М, «Книга», 1965.

5. Фишин М. Е., Новгородцев В. А. К вопросу синтеза мальтийских механизмов с криволинейными пазами. В сб.: Теория механизмов и машин, Изд-во Харьковск. ун-та, 1970, вып. 8.

6. Фишин М. Е. Синтез мальтийских механизмов по заданному закону движения креста.— В сб.: Теория механизмов и машин. Изд-во Харьковск. ун-та, 1971, вып. 10.

#### M. Ju. FISHIN, O. U. KHOSH

#### THE SYNTHESIS PROBLEM OF SOME COMBINED MALTESE MECHANISMS

#### Summary

The main requirements to the trajectory of the spindle of Maltese cross drive are stated. The questions of the synthesis of Maltese mechanisms having a drive of cross from crank-slide and crank-rocket mechanisms, are considered. The analysis of kinematic relations and qualitative characteristics of the rule of cross motion is given.