

## ВПЛИВ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗРІВНОВАЖУВАННЯ СИЛ ІНЕРЦІЙ ВЕДЕНИХ МАС

Теоретичні й експериментальні дослідження реальних механізмів показують, що пружність ланок у деяких випадках значно змінює очікувану картину процесів. Отже, необхідно дослідити вплив пружності ланок на характер зрівноважування сил інерцій пневматичними амортизаторами при використанні політропічних законів руху. При цьому особливу увагу слід приділити визначенню резонансних режимів.

Рух веденої ланки при наявності зрівноважувального пристрою досліджуємо, вивчаючи розв'язок диференціального рівняння руху

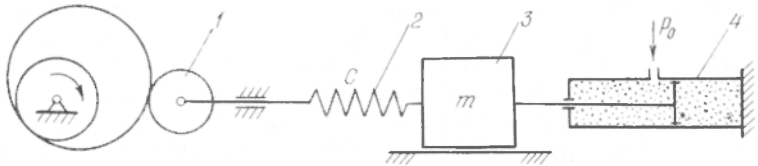


Рис. 1. Розрахункова модель механізму.

веденої маси. На практиці здебільшого ведену систему, прийнявши ряд припущень, можна звести до одномасної схеми з одним ступенем рухомості. На рис. 1 показана розрахункова модель механізму. При складанні диференціального рівняння руху веденої маси для вказаної моделі механізму прийняті такі припущення: механізм приводу і ведена маса абсолютно жорсткі; враховується тільки деформація ланки, яка з'єднує ці два елементи. У моделі відсутні зазори, всі сили зведені до еквівалентного зовнішнього в'язкого опору, кутова швидкість головного вала механізму постійна. Згідно з кінестатикою запишемо

$$m\ddot{s}_m + \mu\dot{s}_m + c(s_m - s) + P_{зр} = 0, \quad (1)$$

де  $s_m = a_{km} S$  — переміщення, яке визначає положення веденої маси 3;  $s = a_k S$  — переміщення ланки 1 на вході пружної ланки 2;  $P_{зр}$  — протидія повітря зі сторони циліндрів 4;  $\mu$  — коефіцієнт в'язкого опору;  $m$  — маса веденої системи;  $c$  — зведена жорсткість веденої системи.

Виконавши деякі перетворення, одержимо диференціальне рівняння в безрозмірному вигляді

$$\ddot{a}_{km} + 2P\dot{a}_{km} + v^2 a_{km} + p_{0 зр}(a_{km}) = v^2 a_k, \quad (2)$$

де  $v = \sqrt{\frac{c}{m}}$  і  $P = \frac{\mu T}{2m}$  — відповідно критерії подібності кутової частоти вільних коливань веденої системи і демпфірування [3];  $p_{0 зр}(a_{km})$  — відносне зрівноважувальне зусилля амортизаторів.

Зусилля пневматичних амортизаторів залежно від переміщення поршня має нелінійний характер, тому рівняння (2) є нелінійним диференціальним рівнянням.

Відносне навантаження на ланку 1 з врахуванням усіх сил, які діють на ведену масу, визначається за формулою

$$p_{0\Sigma} = c_{Km} + 2\Pi b_{Km} - p_0 \text{ зр.}$$

Інваріанти фактичної сумарної потужності, яка витрачається на переміщення веденої системи (без врахування ККД), визначаються

$$N_{\text{ін.ф}} = b_K (c_{Km} + 2\Pi b_{Km} - p_0 \text{ зр.}).$$

Відносне зусилля від зрівноважувального пристрою знаходимо як

$$p_0 \text{ зр.} = F_{\text{від}} \zeta(a_{Km}),$$

де  $F_{\text{від}}$  — відносна величина площі поршня зрівноважувального пристрою;  $\zeta(a_{Km})$  — біжуче значення безрозмірної пружної складової зусилля зрівноважувального пристрою [2].

Для виявлення якісних і кількісних змін у русі веденої маси при зрівноважуванні її сил інерції досліджуємо в першу чергу рух веденої маси без зрівноважувального пристрою.

При відключенні зрівноважувального пристрою диференціальне рівняння руху веденої маси має вигляд

$$a_{Km} + 2\Pi \dot{a}_{Km} + v^2 a_{Km} = v^2 a_K. \quad (3)$$

Рівняння (3) — лінійне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами. Надалі доцільно мати періодичне розв'язання рівняння (3). Для вихідних політропічних законів руху вираз інваріантів переміщень записуємо у вигляді ряду Фур'є [2]

$$a_K = A_0 + \sum_{i=1}^{13} A_i \cos i \pi k, \quad (4)$$

де  $i = 2n + 1$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 6$ ).

На цій підставі зручніше шукати періодичний розв'язок рівняння (3) у вигляді ряду Фур'є [1]

$$a_{Km} = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos i \pi k + b_i \sin i \pi k). \quad (5)$$

Коефіцієнти  $a_0$ ,  $a_i$  і  $b_i$  ряду (5) стосовно до вихідних політропічних законів руху визначаються за залежностями:

$$a_0 = \frac{A_0}{v^2}; \quad a_i = \frac{A_i (v^2 - i^2 \pi^2)}{(v^2 - i^2 \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 i^2 \pi^2};$$

$$b_i = \frac{A_i 2 \Pi i \pi}{(v^2 - i^2 \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 i^2 \pi^2}.$$

Визначимо амплітуди та фази окремих гармонік розв'язку рівняння (3):

$$c_i = \frac{A_i}{V(\nu^2 - i^2 \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 i^2 \pi^2}, \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_i = \frac{\nu^2 - i^2 \pi^2}{2 \Pi i \pi}. \quad (7)$$

Періодичний розв'язок рівняння (3) з врахуванням (6) і (7) записуємо у вигляді

$$a_{Km} = \frac{1}{2} + \nu^2 \sum_{i=1}^{13} \frac{A_i \sin(i \pi k + \varepsilon_i)}{V(\nu^2 - i^2 \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 i^2 \pi^2}. \quad (8)$$

Продиференціювавши вираз (8), одержуємо значення для інваріантів швидкостей  $b_{Km}$  і прискорень  $c_{Km}$  веденої маси

$$b_{Km} = \nu^2 \pi^2 \sum_{i=1}^{13} \frac{A_i i \cos(i \pi k + \varepsilon_i)}{V(\nu^2 - i^2 \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 i^2 \pi^2};$$

$$c_{Km} = -\nu^2 \pi^2 \sum_{i=1}^{13} \frac{A_i i^2 \sin(i \pi k + \varepsilon_i)}{V(\nu^2 - i^2 \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 i^2 \pi^2}.$$

Розв'язок (8) ми одержали накладанням вимушених коливань, викликаних кожним членом ряду (4). Таким чином, можливе виникнення значних коливань веденої маси, тобто настає резонансний режим (при збіганні критерію подібності кутових частот вільних коливань системи з частотою будь-якої із гармонік ряду (4)), коли  $\nu = i\pi$  за умови, що коефіцієнт  $A_i$  цієї гармоніки не дорівнює нулю.

Для дослідження з сімейства вихідних політропічних законів ми вибрали закон, який синтезується для амортизатора з такими параметрами: показник політропи  $n=1,35$ ; відношення активних площ поршня  $\beta=1,0$ ; відношення довжин порожнин  $i=0$  і максимальне відносне переміщення поршня  $a=0,7$  [2]. На рис. 2 показаний графік зміни інваріантів максимальних прискорень веденої маси  $C_n$  залежно від критерію подібності кутових частот вільних коливань  $\nu$  і при різних значеннях критерію подібності демпфірування системи  $\Pi$ . На резонансних режимах спостерігається збільшення прискорень веденої маси, особливо при невеликому демпфіруванні та непарних гармоніках до 9-ї включно. Вплив більш високих непарних гармонік практично непомітний, очевидно, впливають фільтруючі властивості системи. При парних значеннях  $i$  в розв'язку (8) маємо оптимальні режими з точки зору зменшення прискорень веденої маси.

При підімкненні до веденої маси зрівноважувального пристрою диференціальне рівняння (2) руху веденої маси є нелінійним і знаходження аналітичного розв'язку цього рівняння пов'язано з де-

якими труднощами. Тому рівняння (2) розв'язували числовим методом Рунге-Кутта. Для досліджень цікаво одержати періодичний розв'язок рівняння (2). Для ЕЦОМ «Мінськ-32» склали програму, за якою періодичний розв'язок отримували методом послідовного наближення. На друк виводили результат розв'язку при виконанні умови періодичності.

$$a_{km}(T) = a_{km}(0); \dot{a}_{km}(T) = \dot{a}_{km}(0).$$

Для зменшення похибок використовували програму розв'язку диференціальних рівнянь Рунге-Кутта 4-го порядку з автоматичним вибором кроку інтегрування.

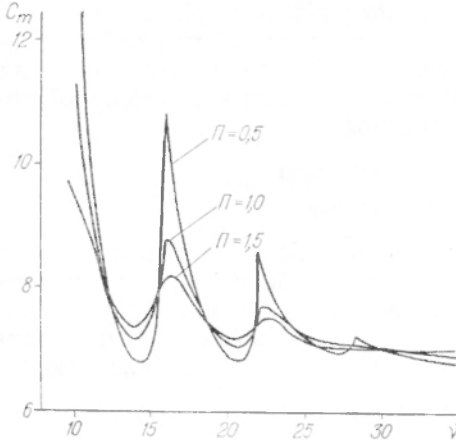


Рис. 2. Максимальні інваріанти прискорень веденої маси.

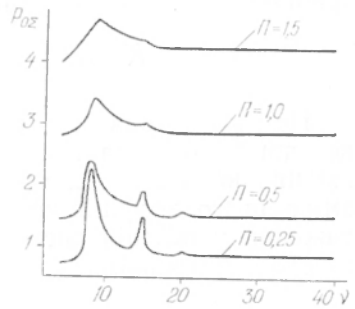


Рис. 3. Відносне навантаження веденої системи при наявності зрівноважувального пристрою.

На рис. 3 показано результати досліджень механізму зі зрівноважувальним пристроєм. Синтезований закон руху такий же, як і для системи без зрівноважувального пристрою. Відносне навантаження  $\rho_{02}$  на ланку I (рис. 3) змінюється залежно від критеріїв подібності куткових частот вільних коливань  $\nu$  і демпфірування системи  $\Pi$ . При значеннях критеріїв  $\nu=8$  і  $\nu=15$  спостерігаються в системі резонансні режими, ефект зрівноважування при цьому знижується, демпфірування в системі деякою мірою послаблює це явище. Тому при проектуванні реальних систем зі зрівноважувальним пристроєм необхідно відходити від області, що лежить у колі значень критеріїв подібності куткової частоти вільних коливань веденої системи  $\nu=8$  і  $\nu=15$ . При інших значеннях критерію  $\nu$  резонансних режимів не спостерігається. У системах без зрівноважувального пристрою резонансні режими матимемо при критеріях  $\nu=i\pi$ . Підімкнення зрівноважувального пристрою збільшує жорсткість системи. Наприклад, якщо в лінійній системі 3-я гармоніка зовнішньої частоти має резонанс при значенні критерія  $\nu=9,42$ , то в нелінійній системі — при  $\nu=8$ . Зміщення резонансних

режимів у нелінійних системах особливо помітне при невеликих значеннях  $\nu$ . На резонансному режимі збільшується і фактична сумарна потужність  $N_{\text{ін.ф}}$  в системі.

Ефективність застосування зрівноважувального пристрою оцінюємо коефіцієнтом зрівноважування веденої системи  $K_{\text{зр.вд}}$ , як відношення максимальної амплітуди зміни відносного навантаження на ланку 1 без зрівноважувального пристрою до максимальної амплітуди зміни незрівноваженого навантаження

$$K_{\text{зр.вд}} = \frac{|(c_{Km} + 2\Gamma\theta_{Km})_{\text{max}}| + |(c_{Km} + 2\Gamma\theta_{Km})_{\text{min}}|}{|(c_{Km} + 2\Gamma\theta_{Km} - p_{0\text{зр}})_{\text{max}}| + |(c_{Km} + 2\Gamma\theta_{Km} - p_{0\text{зр}})_{\text{min}}|}$$

Аналогічно для ведучої системи: коефіцієнтом зрівноважування даної системи як відношення максимальної амплітуди зміни інваріанта фактичної сумарної потужності без зрівноважування до максимальної амплітуди зміни інваріанта фактичної сумарної потужності зі зрівноважувальним пристроєм

$$K_{\text{зр.вч}} = \frac{|N_{\text{ін.ф max}}| + |N_{\text{ін.ф min}}|}{|N_{\text{ін.ф зр max}}| + |N_{\text{ін.ф зр min}}|}$$

На рис. 4 показано графік зміни коефіцієнта зрівноважування веденої системи залежно від критеріїв подібності кутових частот вільних коливань і демпфірування веденої системи. Пилоподібна зміна цього коефіцієнта пояснюється різким збільшенням навантаження у веденій системі без зрівноважувального пристрою на резонансних режимах.

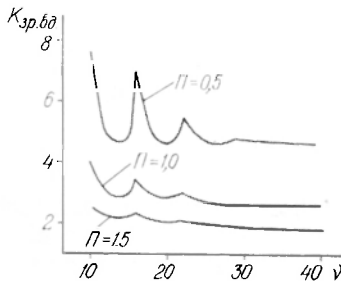


Рис. 4. Коефіцієнт зрівноважування веденої системи.

Отже, ефективність зрівноважувального пристрою залежить від частотних характеристик і демпфірування системи. Подібні дослідження дають змогу оцінити на стадії проектування доцільність застосування зрівноважувальних пристроїв в тих чи інших випадках, а також уявити шляхи підвищення їх ефективності. Зараз здійснюється підготовка спеціального стенда для експериментального дослідження зрівноважувального пристрою з політропічними законами руху реверсивної маси для перевірки та можливого коректування теоретичних досліджень.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вульфсон И. И. Коловский М. З. Нелинейные задачи динамики машин. Л., «Машиностроение», 1968.
2. Красильников Г. Я. Синтез законів руху з врахуванням зрівноважування сил інерції пневматичними амортизаторами.—«Поліграфія і видавнича справа», 1974, № 10.
3. Саввин Э. А. Синтез законов движения инерционных кулачковых механизмов с учетом упругости звеньев ведомой системы. Автореф. канд. дис., Львов, 1967.

*G. Ya. KRASILNIKOV*

### **THE INFLUENCE OF THE ELASTIC OSCILLATION ON THE EFFICIENCY OF BALANCING INERTIA FORCES OF THE KNOWN MASSES**

#### **S u m m a r y**

On the basis of the differential equation solution of the motion of the known mass the influence of elasticity of the links on the process of balancing inertia forces of the known mass is analysed.

---