УДК 631.835

А. А. АБДУРАХМАНОВ

ВПЛИВ РЕСОРНОГО ЗРІВНОВАЖУВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ НА ДИНАМІКУ МЕХАНІЗМУ ШАРНІРНОГО ЧОТИРИЛАНКОВИКА

Для програмного зрівноважування сил інерції механізмів шарнірного чотириланковика, крім пружинних пристроїв [5], використовують також програмні розвантажувачі ресорного типу. Розгляду динаміки однієї з різновидностей таких пристроїв при усталеному русі присвячена ця стаття.

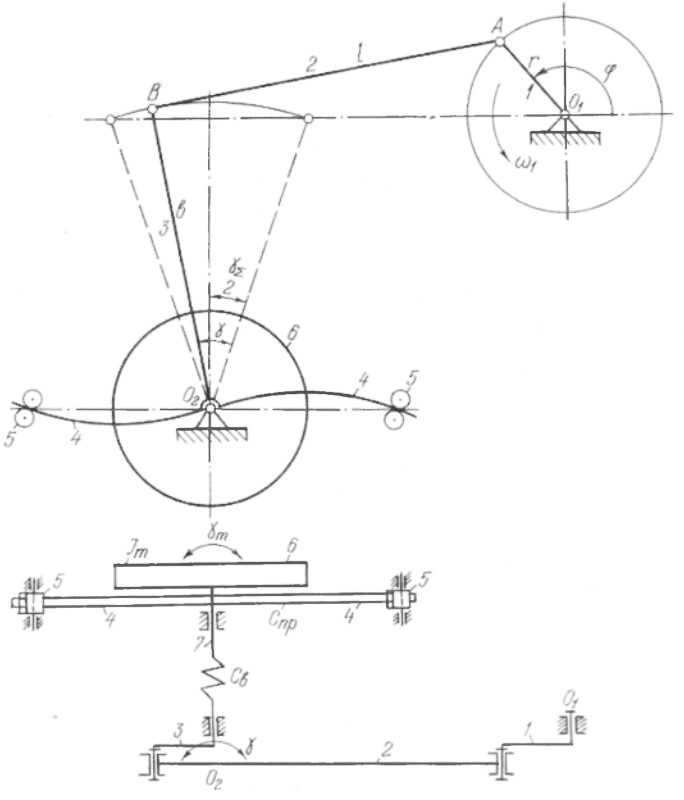

Рис. 1. Схема шарнірного чотириланковика з ресорним розвантажувачем ланок механізму.

Пристрій програмного зрівноважування надлишкових сил з ресорним розвантажувачем ланок механізму шарнірного чотириланковика від сил інерції зображено на рис. 1. Ресора *4* жорстко закріплена на веденому валі й своїми кінцями опирається на

опорні ролики *5*. У період розбігу веденої маси *6* попередньо накопичена потенціальна енергія ресори *4* переходить у кінетичну енергію веденої маси, а в період вибігу навпаки. При цьому пульсуюча надлишкова енергія локалізується в місці її виникнення, що приводить до розвантаження від надлишкових сил шатуна *2*, кривошипа *1* і привода механізму.

Наявність у механізмі шарнірного чотириланковика ланок, що деформуються, приводить до збудження в ньому різного роду коливань, які значною мірою можуть вплинути на ефект зрівноважування.

У цій статті розглядається вплив пружночастотних характеристик веденої системи на динаміку веденої маси і ефект зрівноважування при установці ресорного зрівноважувального пристрою і без нього.

При дослідженні прийняті такі припущення: а) кривошип *1* обертається з постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = \text{const}$; б) кривошип *1*, шатун *2* і коромисло *3* — абсолютно жорсткі; в) зазори у кінематичних парах ланок механізму відсутні.

При прийнятих умовах механізм зводиться до динамічної моделі, що є одномасовою системою з додатково наложеним пружним зв'язком (ресорою), і періодично збуджується коромислом *3*.

Рух веденої маси механізму в цьому випадку описується диференціальним рівнянням такого виду:

$$I_m \ddot{\gamma}_{m\text{зр}} + \mu \cdot \dot{\gamma}_{m\text{зр}} - c_{\text{в}}(\gamma - \gamma_{m\text{зр}}) - c_{\text{пр}}\left(\frac{\gamma_{\Sigma}}{2} - \gamma_{m\text{зр}}\right) = 0, \qquad (1)$$

де I_m — момент інерції веденої маси *6*; γ — кутове переміщення коромисла *3*; $\gamma_{m\,\text{зр}}$ — кутове переміщення веденої маси *6* при наявності ресорного зрівноважувального пристрою; $c_{\text{в}}$ і $c_{\text{пр}}$ — відповідно жорсткості пружного валопроводу *7* і ресори *4*; γ_{Σ} — кутовий розмах коромисла; μ — коефіцієнт вязкого опору.

Поділивши рівняння (1) на I_m і ввівши такі позначення: $2\nu = \frac{\mu}{I_m}$ — коефіцієнт демпфірування; $\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{\text{пр}}}{I_m}}$ — власна частота коливань ресори з масою; $p = \sqrt{\frac{c_{\text{в}}}{I_m}}$ — власна частота коливань пружного валопроводу з масою; $\kappa_0 = \sqrt{p^2 + \omega_0^2}$ — власна частота коливань маси з пружним валопроводом і ресорою,— перетворимо (1) до вигляду

$$\ddot{\gamma}_{m\text{зр}} + 2\nu\dot{\gamma}_{m\text{зр}} + \kappa_0^2 \cdot \gamma_{m\text{зр}} = \omega_0^2 \cdot \frac{\gamma_{\Sigma}}{2} + p^2\gamma(t). \qquad (2)$$

Права частина рівняння (2) є періодична функція, яку для розв'язання рівняння необхідно розкласти в ряд Фур'є

$$\gamma = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cdot \cos n\omega t + b_n \cdot \sin n\omega t), \qquad (3)$$

де $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — основна частота зміни переміщення γ з періодом T; a_0, a_n і b_n — постійні коефіцієнти ряду Фур'є.

Внаслідок складності функції $\gamma(t)$ — кутового переміщення коромисла *3* визначити коефіцієнти ряду Фур'є звичайними методами неможливо, в зв'язку з чим їх обчислювали чисельним за формулами Бесселя [1] для різних геометричних параметрів механізму.

З врахуванням розкладу правої частини в ряд Фур'є рівняння (2) набере вигляду

$$\ddot{\gamma}_{m\text{зр}} + 2\nu\dot{\gamma}_{m\text{зр}} + \kappa_0^2\gamma_{m\text{зр}} = \omega_0^2\frac{\gamma_\Sigma}{2} + p^2\left[a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty}(a_n\cdot\cos n\omega t + b_n\cdot\sin n\omega t)\right]. \quad (4)$$

Загальний розв'язок рівняння (5)

$$\gamma_{m\text{зр}} = \alpha e^{-\nu t}\sin(\sqrt{\kappa_0^2 - \nu^2}\,t + \beta), \quad (5)$$

де α і β — довільні постійні, які визначаємо з початкових умов.

Частковий розв'язок рівняння (5) шукаємо у вигляді

$$\gamma_{m\text{зр}} = \gamma_{m\text{зро}} + \sum_{n=1}^{n=\infty}(A_{n\text{зр}}\cdot\cos n\omega t + B_{n\text{зр}}\cdot\sin n\omega t), \quad (6)$$

де $\gamma_{m\text{зро}}$, $A_{n\text{зр}}$ і $B_{n\text{зр}}$ — постійні коефіцієнти, які визначаємо нижче.

Двічі продиференціювавши (6) і підставивши в (4), одержуємо

$$\kappa_0^2\cdot\gamma_{m\text{зро}} + \sum_{n=1}^{n=\infty}\{[(\kappa_0^2 - n^2\omega^2)A_{n\text{зр}} + 2\nu n\omega B_{n\text{зр}}]\cos n\omega t + [(\kappa_0^2 - n^2\omega^2)\times$$

$$\times B_{n\text{зр}} - 2\nu n\omega A_{n\text{зр}}]\sin n\omega t\} = \omega_0^2\frac{\gamma_\Sigma}{2} + p^2\left[a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty}(a_n\cdot\cos n\omega t + b_n\cdot\sin n\omega t)\right].$$

З умови тотожності лівої та правої частин цієї рівності знаходимо постійні коефіцієнти $\gamma_{m\text{зро}}$, $A_{n\text{зр}}$ і $B_{n\text{зр}}$.

Тоді з врахуванням (5) і (6) маємо загальний розв'язок рівняння (4)

$$\gamma_{m\text{зр}} = \gamma_{m\text{зро}} + \sum_{n=1}^{n=\infty}(A_{n\text{зр}}\cos n\omega t + B_{n\text{зр}}\cdot\sin n\omega t) + \alpha e^{-\nu t}\cdot\sin(\sqrt{\kappa_0^2 - \nu^2}\,t + \beta). \quad (7)$$

Якщо знехтувати демпфіруванням і затухаючими власними коли-

ваннями, то після підстановки значень постійних коефіцієнтів, рівняння (7) набере вигляду

$$\gamma_{m\,\text{зр}} = \frac{a_0 p^2 + \omega_0^2 \gamma_\Sigma}{\kappa_0^2} + \frac{p^2}{\kappa_0^2} \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{a_n \cdot \cos n\omega t + b_n \cdot \sin n\omega t}{1 - \frac{n^2\omega^2}{\kappa_0^2}}. \qquad (8)$$

Для того щоб оцінити вплив ресорного зрівноважувального пристрою на ефект зрівноважування та динаміку веденої маси, необхідно визначити її переміщення без ресори.

У цьому випадку в рівнянні (2) $c_{\text{пр}}=0$ і

$$\ddot{\gamma}_m + 2\nu\dot{\gamma}_m + p^2\gamma_m = p^2\gamma(t). \qquad (9)$$

Розв'язок рівняння (9) знайдемо у вигляді

$$\gamma_m = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{a_n \cdot \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t}{1 - \frac{n^2\omega^2}{p^2}}. \qquad (10)$$

Для оцінки впливу відхилення швидкісного режиму від заданого введемо поняття коефіцієнта зміни швидкості

$$f = \frac{T_{\text{р}}}{T} = \frac{\omega}{\omega_0},$$

де $T_{\text{р}}$ і T — відповідно періоди кінематичного циклу при розрахунковому та зміненому швидкісних режимах.

Тому що $T_{\text{р}} = \frac{2\pi}{\omega_0}$, то $\omega t = f\omega_0 t = f\frac{2\pi}{T_{\text{р}}}\, t = f\, 2\pi\kappa$, де ω_0 — кутова швидкість кривошипа при розрахунковому швидкісному режимі.

Момент, зведений до коромисла механізму без зрівноважувального пристрою

$$M_{\text{н}} = c_{\text{в}}(\gamma - \gamma_m) = c_{\text{в}} M_{\text{н.і}} \qquad (11)$$

і зі зрівноважувальним пристроєм

$$M_{\text{н.зр}} = c_{\text{в}}(\gamma - \gamma_{m\,\text{зр}}) = c_{\text{в}} M_{\text{н.зр.і}}, \qquad (12)$$

де $M_{\text{н.і}}$ і $M_{\text{н.зр.і}}$ — інваріанти незрівноважених моментів відповідно без зрівноваження та зі зрівноваженням.

Підставивши значення γ, γ_m і $\gamma_{m\,\text{зр}}$ з формул (3), (8) і (10) в (12) і (13), одержимо вирази для інваріантів моментів $M_{\text{н.і}}$ і $M_{\text{н.зр.і}}$.

На рис. 2 показані залежності максимальних інваріантів незрівноважених моментів для механізмів без зрівноважувального пристрою (пунктирна лінія) і з ним (суцільна лінія) від коефіцієнта зміни швидкості при різних $\frac{\omega_0}{p}$, які одержано на ЕОМ. З графіків рис. 2 видно, що максимальні інваріанти незрівноважених моментів для механізму без зрівноваження досягають най-

більших значень при певних співвідношеннях $\frac{\omega_0}{p}$ і f. При зростанні відношення $\frac{\omega_0}{p}$ найбільші значення інваріантів незрівноважених моментів зміщуються у бік низьких швидкостей. Наприклад, при $\frac{\omega_0}{p}=1{,}6$ максимальне значення має місце до розрахункового швидкісного режиму ($f<1$); при $\frac{\omega_0}{p}=0{,}4$ максимальне значення інва-

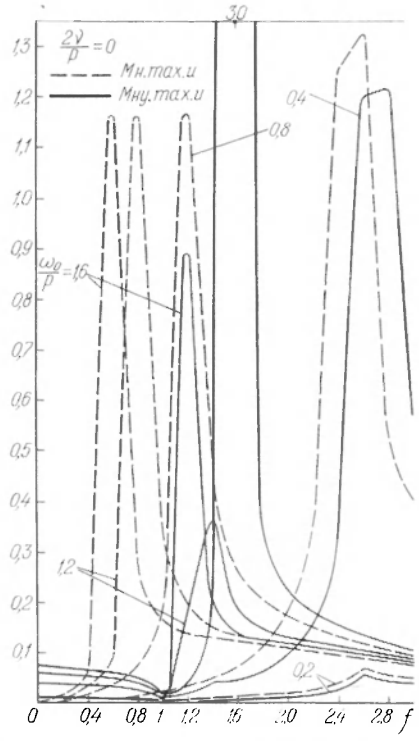

Рис. 2. Залежності максимальних інваріантів незрівноважених моментів від коефіцієнта зміни швидкості.

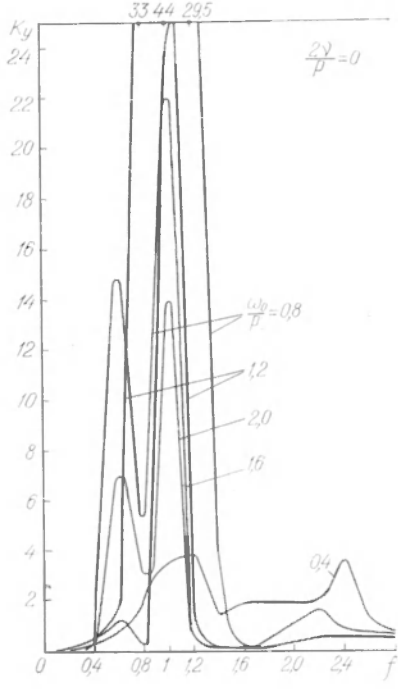

Рис. 3. Залежності коефіцієнтів зрівноважування від коефіцієнта зміни швидкості.

ріанта незрівноваженого моменту знаходиться за розрахунковим швидкісним режимом ($f>1$). Таким чином, при синтезі механізму необхідно вибирати співвідношення $\frac{\omega_0}{p}<1$ для мінімізації максимального інваріанта незрівноваженого моменту при розрахунковому швидкісному режимі та режимах, близьких до нього.

Максимальні інваріанти незрівноважених моментів при установці зрівноважувальних пристроїв знижуються при наближенні до розрахункового швидкісного режиму, що пояснюється поступовим наближенням надлишкового моменту до зрівноважувального.

При розрахунковому швидкісному режимі інваріант незрівноваженого моменту наближається до нуля, забезпечуючи при цьому найбільший ефект зрівноважування. За розрахунковим швидкісним режимом ($f>1$) інваріант незрівноваженого моменту різко збільшується залежно від $\frac{\omega_0}{p}$. Відзначимо, що зменшення співвідношення $\frac{\omega_0}{p}$ зсуває максимум найбільшого незрівноваженого моменту в область високих швидкостей. Таким чином, при синтезі механізму відношення $\frac{\omega_0}{p}$ слід вибирати як можна менше, щоб мі-

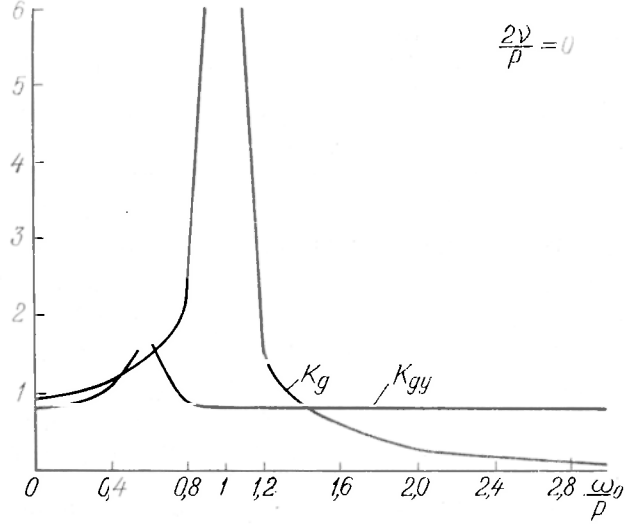

Рис. 4. Залежності коефіцієнтів динамічності від співвідношення $\frac{\omega_0}{p}$.

німізувати найбільший незрівноважений момент при розрахунковому і близьких до нього швидкісних режимах.

На рис. 3 показані залежності коефіцієнтів зрівноважування

$$K=\frac{M_{\text{н.i max}}}{M_{\text{н.зр.i max}}}$$

від f при різних значеннях $\frac{\omega_0}{p}$. З графіків рис. 3 видно, що найбільший коефіцієнт зрівноважування — при розрахунковому швидкісному режимі ($f=1$). Високий коефіцієнт зрівноважування одержуємо до розрахункового швидкісного режиму при $\frac{\omega_0}{p}>1$.

Зауважимо, що застосування ресорного зрівноважувального пристрою дає високий коефіцієнт зрівноважування лише у вузькому швидкісному діапазоні. Розширити цей діапазон можна, зменшивши співвідношення $\frac{\omega_0}{p}$.

Для розширення швидкісного діапазону з високим ефектом зрівноважування слід передбачити в конструкції зрівноважувального пристрою додаткову підналадку енергоємності ресори.

Вплив установки зрівноважувального пристрою на динаміку веденої ланки механізму оцінюють коефіцієнтом динамічності

— для механізму без зрівноважувального пристрою

$$K_{\text{д}} = \frac{\varepsilon_{mi\max}}{\varepsilon_{3i\max}},$$

— для механізму зі зрівноважувальним пристроєм

$$K_{\text{дзр}} = \frac{\varepsilon_{m\text{зр}i\max}}{\varepsilon_{3i\max}},$$

де ε_{mi}, $\varepsilon_{m\text{зр}.i}$ — інваріанти кутових прискорень веденої маси відповідно без ПРЦМ і з ПРЦМ, які одержуємо в результаті подвійного диференціювання залежностей (8) і (10) і ділення їх на $f^2\omega_0^2$; ε_{3i} — інваріант кутового прискорення веденої маси при абсолютно жорсткому веденому валі.

На рис. 4 показані залежності коефіцієнта динамічності веденої системи механізму зі зрівноважуванням ($K_{\text{д.зр}}$) і без нього ($K_{\text{д}}$) від $\frac{\omega_0}{p}$. Видно, що в діапазоні $0 \leqslant \frac{\omega_0}{p} \leqslant 0{,}4 \div 0{,}43$ коефіцієнти динамічності нижчі в механізмі зі зрівноважуванням. У діапазоні $0{,}4 \leqslant \frac{\omega_0}{p} \leqslant 0{,}62$ дещо вищі, а в діапазоні $0{,}62 \leqslant \frac{\omega_0}{p} \leqslant 1{,}4$ — значно нижчі.

Таким чином, застосування ресорного зрівноважувального пристрою значно зменшує передаваний крутний момент і зусилля, що діють на ланки механізму; при наявності пружного валопроводу зменшуються піки кутових прискорень веденої маси; геометричні параметри механізму практично не впливають на ефект зрівноважування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. М., Физматгиз, 1962.
2. Николаи Е. Л. Теоретическая механика. Ч. II. М., Гостехиздат, 1957.
3. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., «Наука», 1967.
4. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.
5. Шейно Л. С. Уравновешивание четырехзвенных механизмов.— «Вестник машиностроения», 1966, № 6.

A. A. ABDURAKHMANOV

INFLUENCE OF SPRING LEVELLING MECHANISM ON HINGE FOURANGLED MECHANISM ACTION

Summary

A theoretical investigation was made of spring levelling mechanism influence on hinge fourangled mechanism action. The results obtained confirmed expediency of installation of spring unloader in hinge fourangled mechanism.