УДК 621.3.078

І. Т. СТРЕПКО

АНАЛІЗ СТРУКТУР СИСТЕМ З БАГАТОКОНТУРНИМ ЗВОРОТНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

Найбільш поширеним способом коригування систем автоматичного управління є коригування за допомогою зворотного зв'язку. При такому традиційному коригуванні коригуючий пристрій повинен виробляти похідні, порядок яких у загальному випадку на одиницю нижчий порядку початкової системи [3]. Труднощі побудови диференціюючих коригуючих пристроїв високого порядку і їх негативний вплив на систему обмежують таке коригування. Пониження порядку диференціюючого коригуючого пристрою призводить до погіршення якості процесу регулювання.

У теорії модального управління, яка інтенсивно розвивається в останні роки, щоб помістити корені характеристичного рівняння системи в бажане положення, використовують так звані спостерігаючі пристрої [1, 2]. Коригування систем за допомогою спостерігаючих пристроїв має ті недоліки, що вони підвищують порядок скоригованої системи. Крім цього, сам спостерігаючий пристрій може бути складним пристроєм.

Розглянемо структури систем з багатоконтурним зворотним зв'язком, які деякою мірою позбавлені вказаних недоліків.

Системи з багатоконтурним зворотним зв'язком, в яких доступні всі змінні стану. Структурна схема такої системи показана на рис. 1. Якщо в системі всі змінні стану доступні для вимірювання, то для коригування достатньо їх виміряти, сигнал вимірювання просумувати та подати на вхід системи [1, 2]. Відповідно до структурної схеми рис. 1 запишемо передаточну функцію замкнутої системи

$$\Phi(s) = \frac{\dfrac{k_1 k_2 k_3 \cdots k_n}{B_1(s) B_2(s) B_3(s) \cdots B_n(s)}}{1 + \dfrac{\beta_1 k_1}{B_1(s)} + \dfrac{\beta_2 k_1 k_2}{B_1(s) B_2(s)} + \dfrac{\beta_3 k_1 k_2 k_3}{B_1(s) B_2(s) B_3(s)} + \cdots + \dfrac{\beta_{n-1} k_1 k_2 k_3 \cdots k_{n-1}}{B_1(s) B_2(s) B_3(s) \cdots B_{n-1}(s)} + k_1 k_2 k_3 \cdots k_n},$$

де k_i — коефіцієнти передачі окремих ланок системи; $B_i(s)$ — поліноми першого порядку, які мають кінцеве число дійсних і

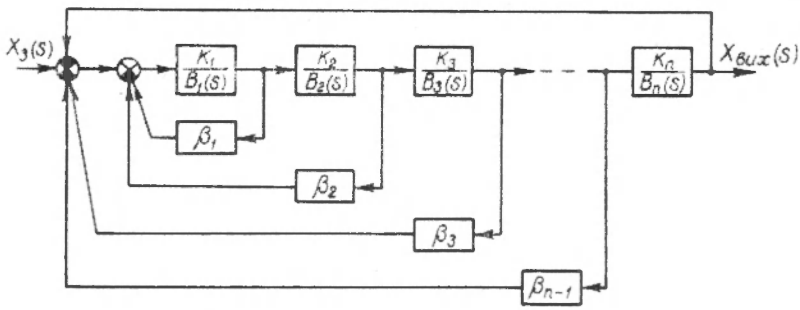

Рис. 1. Структурна схема системи з багатоконтурним зворотним зв'язком, в якій доступні змінні стану.

комплексно-спряжених коренів; β_i — коефіцієнти передачі ланок зворотного зв'язку.

Після перетворень

$$\Phi(s) = \frac{k}{B_1(s)B_2(s)B_3(s) \cdots B_n(s) + \beta_1 k_1 B_2(s) B_3(s) \cdots B_n(s) + \beta_2 k_1 k_2 B_3(s) B_4(s) \cdots B_n(s) + \beta_3 k_1 k_2 k_3 \times B_4(s) \cdots B_n(s) + \cdots + \beta_{n-1} k_1 k_2 k_3 \cdots k_{n-1} B_n(s) + k}, \quad (1)$$

де $k = k_1 k_2 k_3 \ldots k_n$ — коефіцієнти передачі розімкнутої системи.

За допомогою коефіцієнтів β_i можна сформувати потрібні коефіцієнти полінома знаменника передаточної функції (1), а отже, скоригувати початкову систему і добитись потрібної якості регулювання.

Тут коригування здійснюється за допомогою жорсткого зворотного зв'язку, що призводить до зменшення коефіцієнта передачі розімкнутої системи, а отже, зменшується точність регулювання. Статична похибка регулювання (статизм системи)

$$\delta = \frac{1}{1 + \dfrac{k}{1 + \beta_1 k_1 + \beta_2 k_1 k_2 + \beta_3 k_1 k_2 k_3 + \cdots + \beta_{n-1} k_1 k_2 k_3 \cdots k_{n-1}}}. \quad (2)$$

Якщо знаменник виразу (2) за порядком близький до порядку коефіцієнта передачі розімкнутої системи k, то одержуємо досить значну похибку, що є суттєвим недоліком розглянутої системи з багатоконтурним зворотним зв'язком.

Системи з багатоконтурним диференціальним зворотним зв'язком, в яких доступні всі змінні стану. Для зменшення статичної похибки системи введемо диференціальний зворотний зв'язок так, як показано на рис. 2. Передаточна функція такої системи

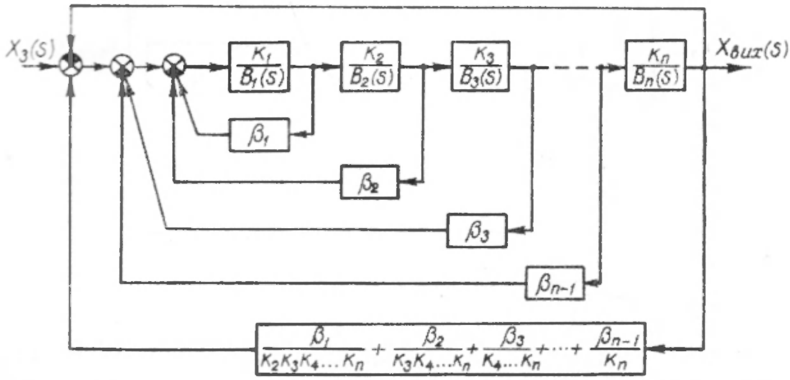

Рис. 2. Структурна схема системи з багатоконтурним диференціальним зворотним зв'язком, в якій доступні змінні стану.

$$\Phi(s)=\frac{k}{\begin{gathered}B_1(s)\,B_2(s)\,B_3(s)\cdots B_n(s)+\beta_1 k_1 B_2(s)\,B_3(s)\cdots B_n(s)+\\+\beta_2 k_1 k_2 B_3(s)\cdots B_n(s)+\beta_3 k_1 k_2 k_3 B_4(s)\cdots B_n(s)+\cdots+\\+\beta_{n-1} k_1 k_2 k_3\cdots k_{n-1} B_n(s)-(\beta_1 k_1+\beta_2 k_1 k_2+\beta_3 k_1 k_2 k_3+\\+\cdots+\beta_{n-1} k_1 k_2 k_3\cdots k_{n-1})\,B_1(s)\,B_2(s)\,B_3(s)\cdots B_n(s)+k\end{gathered}}.$$

Після перетворень цю передаточну функцію можна записати у вигляді деякого полінома $Q(s)$, який є функцією параметрів об'єкта і коефіцієнтів β_i

$$\Phi(s)=\frac{k}{Q_n s^n+Q_{n-1}s^{n-1}+\cdots+Q_1 s+1+k}. \tag{3}$$

Аналогічно, як і в формулі (1), за допомогою коефіцієнтів β_i можна сформувати потрібні коефіцієнти полінома знаменника передаточної функції (3) і добитись потрібної якості регулювання. Статична похибка такої системи

$$\delta=\frac{1}{1+k} \tag{4}$$

аналогічна похибці одноконтурних систем. Таким чином, у системах з багатоконтурним зворотним зв'язком можна отримати потрібні коефіцієнти полінома знаменника передаточної функції, не зменшуючи статичної точності системи, що є значною перевагою систем з багатоконтурним диференціальним зворотним зв'язком.

Системи з багатоконтурним зворотним зв'язком, в яких недоступні змінні стану. Здебільшого змінні стану системи недоступні для вимірювання або їх вимірювання не виправдане внаслідок складності апаратури і ускладнення початкової системи. Для попередньої оцінки змінних стану широко використовують спостерігаючі пристрої [1, 2]. Як уже відзначалось, слідкуючі пристрої є інерційними і їх використання у загальному випадку призводить до двократного підвищення порядку початкової системи. Крім

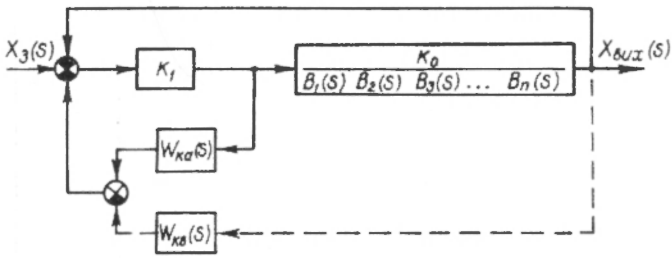

Рис. 3. Структурна схема системи з багатоконтурним диференціальним зв'язком, в якій недоступні змінні стану.

цього, самі слідкуючі пристрої можуть бути складними пристроями. Коригування у цьому випадку доцільно здійснити шляхом використання багатоконтурного зворотного зв'язку, який охоплює підсилювач системи (рис. 3).

Коригуючий пристрій виконаний у вигляді багатоконтурного з передаточною функцією

$$W_{ka}(s) = \sum_{i=1}^{n-1} W_{ki}(s) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\beta_i}{B_i(s)}.$$

Поліноми $B_i(s)$ формуються так, щоб не підвищити порядок скоригованої системи. Для нашого випадку передаточні функції ланок коригуючого пристрою:

$$W_{k1}(s) = \frac{\beta_1}{B_1(s)}; \quad W_{k2}(s) = \frac{\beta_2}{B_1(s)B_2(s)};$$

$$W_{k3}(s) = \frac{\beta_3}{B_1(s)B_2(s)B_3(s)}; \ldots$$

$$\ldots W_{kn-1}(s) = \frac{\beta_{n-1}}{B_1(s)B_2(s)B_3(s)\cdots B_{n-1}(s)}. \quad (5)$$

Передаточна функція системи з врахуванням формули (5)

$$\Phi(s) = \frac{k}{B_1(s)B_2(s)B_3(s)\cdots B_n(s) + \beta_1 k_1 B_2(s)B_3(s)\cdots \times B_n(s) + \beta_2 k_1 B_3(s)\cdots B_n(s) + \beta_3 k_1 B_4(s)\cdots \times B_n(s) + \cdots + \beta_{n-1} k_1 B_n(s) + k}, \quad (6)$$

де $k = k_1 k_0$ — коефіцієнт передачі розімкнутої системи.

Порівнюючи передаточні функції (6) і (1), робимо висновок, що в системі, де недоступні змінні стану, за допомогою багатоконтурного зворотного зв'язку можна отримати аналогічну (1) передаточну функцію, а значить, отримати такі ж, як у (1), показники якості регулювання, що є очевидною перевагою таких систем.

Неважко показати, що системи з багатоконтурним зворотним зв'язком, в яких недоступні для вимірювання змінні стану, мають статичну похибку

$$\delta=\frac{1}{1+\dfrac{k}{1+k_1(\beta_1+\beta_2+\beta_3+\cdots+\beta_{n-1})}}, \tag{7}$$

яка може бути досить значною, що є суттєвим недоліком таких систем.

Системи з багатоконтурним диференціальним зворотним зв'язком, в яких недоступні змінні стану. Для зменшення статичної похибки системи аналогічно попередньому введемо диференціальний зворотний зв'язок, який на рис. 3. показаний пунктиром. Передаточна функція ланки, що створює диференціальний зворотний зв'язок

$$W_{\text{кв}}(s)=\frac{\beta_1+\beta_2+\beta_3+\cdots+\beta_{n-1}}{k_0}. \tag{8}$$

Передаточні функції $W_{ka}(s)$ ланок коригуючого пристрою аналогічні формулі (5). З врахуванням виразів (5) і (6) передаточна функція замкнутої системи

$$\Phi(s)=\frac{k}{\begin{gathered}B_1(s)B_2(s)B_3(s)\cdots B_n(s)+\beta_1k_1(B_2(s)B_3(s)\cdots\times\\ \times B_n(s)-1)+\beta_2k_1(B_3(s)\cdots B_n(s)-1)+\beta_3k_1\times\\ \times(B_4(s)\cdots B_n(s)-1)+\cdots+\beta_{n-1}k_1(B_n(s)-1)+k\end{gathered}}.$$

Після перетворень передаточну функцію можна записати аналогічно формулі (3) у вигляді деякого полінома $Q(s)$, який є функцією параметрів об'єкта та коефіцієнтів β_i:

$$\Phi(s)=\frac{k}{Q_ns^n+Q_{n-1}s^{n-1}+\cdots+Q_1s+1+k}.$$

Потрібні коефіцієнти Q_i полінома знаменника передаточної функції можна забезпечити шляхом відповідного підбору коефіцієнтів β_i. Статична похибка системи $\delta=\dfrac{1}{1+k}$ аналогічна формулі (4) і похибці одноконтурної системи.

З проведеного аналізу робимо висновок, що в системах з багатоконтурним зворотним зв'язком можна відносно просто, без використання диференціюючих чи спостерігаючих пристроїв, отримати потрібні коефіцієнти полінома знаменника передаточної функції. Причому багатоконтурний зворотний зв'язок однаково ефективний у системах, в яких доступні вимірюванню змінні стану, і в системах, де вони недоступні, що є значною перевагою таких систем.

Список літератури: 1. *Калман Р., Фалб П., Арби М.* Очерки математической теории систем. — М.: Мир, 1971. 2. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. — М.: Машиностроение, 1976. 3. *Соколов Н. Н.* Аналитические методы синтеза линеаризованных систем автоматического регулирования. — М.: Машиностроение, 1966.

I. T. STREPKO

ANALYSIS OF THE STRUCTURES OF THE SYSTEMS WITH MULTICONTOURED BACK CONNECTION

Summary

The article deals with different structures of the systems with multicontoured back connection in which the required polynoms of the dominator of the transfer function can be obtained without using differentiating or supervising devices.

Стаття надійшла в редколегію 26. 10. 1978 р.