

УДК 621.835

А. В. БОЙКО, В. І. ШЕЛЕСТ

АНАЛІТИЧНА МЕХАНІКА КУЛАЧКОВО-КУЛІСНИХ МЕХАНІЗМІВ

Кулачково-кулісні механізми (ККМ) різної структури широко застосовуються в поліграфічних машинах. Наведемо методику розрахунку ККМ і результати аналітичного дослідження механізмів. Розрахункова схема зображена на рис. 1.

Прийmemo позначення для параметрів ККМ. Коромисловий кулачковий механізм (КМК): $b_{\text{кор}}$ — довжина коромисла; l — довжина базовідстані O_1O_2 ; ψ_0, ψ — початковий і біжучий кут відхилення коромисла від бази l ; a_h, b_h, c_h — відповідно інваріанти переміщень, швидкості та прискорення штовхача ККМ. Кулісні механізми (КМ): e — дезаксіал; c — базовідстань; p_s, ψ_s — лінійний і кутовий розмах куліси; μ_n, K_m — коефіцієнти в'язкого тертя та жорсткості, зведені до вала коромисла і куліси; I_n — момент інерції маси ККМ, зведений до вала куліси; a_{hm}, b_{hm}, c_{hm} — відповідно інваріати переміщень, швидкостей і прискорень з врахуванням жорсткості вала;

$s_i = \frac{s}{c}, \delta = \frac{e}{c}, p_i = \frac{p}{c}$ — безрозмірні геометричні параметри «одичного» КМ.

Спочатку розглянемо методику розрахунку «ідеальної» механіки кулісного механізму при постійній швидкості обертання вала куліси.

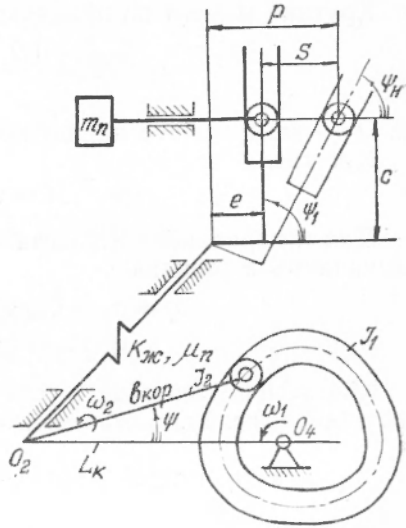


Рис. 1. Розрахункова схема кулачково-кулісного механізму.

Біжуче переміщення повзуна

$$s - p - \frac{e}{\sin \psi} - c \operatorname{ctg} \psi. \quad (1)$$

Інваріант переміщення повзуна

$$s_i = p_i - \delta \sin^{-1} \psi - \operatorname{ctg} \psi. \quad (2)$$

Іноді потрібно виражати інваріант переміщень у функції початкового та біжучого кута обертання куліси. Тоді рівняння (2) набуває такого вигляду:

$$s_i = (\sin \psi_n \sin \psi)^{-1} [\delta (\sin \psi - \sin \psi_n) + \sin (\psi - \psi_n)]. \quad (3)$$

Інваріанти лінійної швидкості, прискорення та кінетичної потужності повзуна

$$V_i = \delta \frac{\cos \psi}{\sin^2 \psi}; \quad \frac{1}{\sin^2 \psi}, \quad (4)$$

$$W_i = \delta \frac{\sin^2 \psi - 2}{\sin^3 \psi} - \frac{2 \cos \psi}{\sin^3 \psi}, \quad (5) \quad N_i = V_i W_i. \quad (6)$$

Біжуча швидкість, прискорення, кінетична потужність визначаються як [4]

$$V = V_i(c\omega_2), \quad (7) \quad W = W_i(c\omega_2^2), \quad (8)$$

$$N = N_i(m_n c^2 \omega_2^3), \quad (9)$$

де $m_n = m_5 + I_2(c^2\omega)^{-2}$ — маса, зведена до повзуна; m_5, I_2 — маса повзуна та момент інерції маси куліси.

Крутний момент на кулачковому валу

$$M_2 = \frac{(Q + m_n W) cV}{\eta}, \quad (10)$$

де Q — технологічне навантаження; η — к. к. д. механізму.

Кут тиску

$$\alpha = \psi - 0,5\pi. \quad (11)$$

Для центрального КМ дезаксіал $\delta = 0$, а кінематичні інваріанти визначають з рівнянь

$$s_i = p_i - \operatorname{ctg} \psi, \quad (12) \quad V_i \sin^{-2} \psi, \quad (13)$$

$$W_i = -2 \cos \psi \sin^{-3} \psi. \quad (14)$$

Кінематичні інваріанти для схеми КМ, дзеркально-симетричні висхідній (рис. 1), визначають з рівнянь

$$s_i = p_i - \operatorname{ctg} \psi - \delta \sin^{-1} \psi, \quad (15) \quad V_i = \frac{1 - \delta \cos \psi}{\sin^2 \psi}, \quad (16)$$

$$W_i = \frac{-2 \cos \psi - \delta \sin^2 \psi}{\sin^3 \psi}. \quad (17)$$

Нерівномірне коливання куліси зумовлює методику розрахунку функціональних залежностей комбінованого механізму. Функціональні залежності кулачково-кулісного механізму з урахуванням зауважень про розчленування руху на переносний і відносний мають такий вигляд.

Лінійна швидкість і прискорення повзуна

$$V_n = b_{k4} S_\Sigma T^{-1}, \quad (18) \quad W_n = c_{k4} S_\Sigma T^{-2}, \quad (19)$$

де b_{k4}, c_{k4} — комплексні інваріанти швидкості та прискорення повзуна ККМ:

$$b_{k4} = \psi_\Sigma \xi^{-1} b_k V_i; \quad (20) \quad c_{k4} = \psi_\Sigma \xi^{-1} (\psi_\Sigma b_k^2 W_i + c_k V_i). \quad (21)$$

Інваріант переміщень повзуна

$$a_{k4} = s_i \xi^{-1}, \quad (22)$$

де $\xi = s_{\Sigma i}$ — відносний лінійний розмах повзуна КМ.

Кінетична потужність

$$N = d_{k4} (m_n S_\Sigma^2 T^{-3}), \quad (24)$$

де $d_{k4} = b_{k4} c_{k4}$; s_i, V_i, W_i визначаються з рівнянь (2), (4), (5);

S_{Σ}, T — відповідно лінійний розмах та час циклу однозначних переміщень повзуна.

Щоб оцінити вплив пружної податливості, частоти коливань, ступеню демпфірування на «ідеальний» закон періодичного руху (ЗПР) повзуна, розглянемо динамічну модель, зображену на рис. 1. Прийmemo такі припущення: швидкість кулачкового вала постійна, зазори в механізмі відсутні, жорсткість ланок і демпфірування системи зведені до вала куліси.

Згідно прийнятих умов рух куліси описується диференціальним рівнянням

$$I\ddot{\psi} + \mu_n \dot{\psi} + K_m (\psi_1 - \psi) = 0, \quad (25)$$

де $\psi_1 = a_{km}\psi_{\Sigma}$, а $\psi = a_k\psi_{\Sigma}$ — кути, які визначають положення куліси і коромисла КМК.

Зведемо рівняння (25) до відносного вигляду

$$\ddot{a}_{km} + 2\eta(K) \dot{a}_{km} + \Omega(K) v^2 a_{km} = \Omega(K) v^2 a_k, \quad (26)$$

де $v = T\sqrt{K_m I_n^{-1}}$, $\Pi = 0,5\mu_n T I_n^{-1}$ — відповідно критерій подібності кутової частоти вільних коливань веденої маси та демпфірування [3]; $\eta(K)$ і $\Omega(K)$ — функції, якими враховується нелінійний характер v і Π протягом циклу T .

Для важільних контурів типу II, як показали дослідження [1, 2], функції $\eta(K)$ і $\Omega(K)$ постійні, а тому рівняння (25) набуває вигляду

$$\ddot{a}_{km} + 2\Pi \dot{a}_{km} + v^2 a_{km} = v^2 a_k. \quad (27)$$

Загальний розв'язок рівняння (27)

$$a_{km} = e^{-\Pi K} (C_1 \cos v_1 K + r_2 \sin v_1 K) + W_k, \quad (28)$$

$$b_{km} = \dot{a}_{km} = -\Pi e^{-\Pi K} (C_1 \cos v_1 K + c_2 \sin v_1 K) + v_1 e^{-\Pi K} (C_2 \cos v_1 K - C_1 \sin v_1 K) + \dot{W}_k, \quad (29)$$

$$c_{km} = (\Pi^2 - v_1^2) e^{-\Pi K} (C_1 \cos v_1 K + C_2 \sin v_1 K) - 2v_1 \Pi e^{-\Pi K} (C_2 \cos v_1 K - C_1 \sin v_1 K) + \ddot{W}_k, \quad (30)$$

де $v_1 = \sqrt{v^2 - \Pi^2}$; $W_k = f(a_k)$.

При зміні a_k за законом «діаграма прискорень — косинусоїда»

$$W_k = A \cos \pi K + B \sin \pi K + 0,5, \quad (31)$$

для синусоїдального ЗПР

$$W_k = A \sin 2\pi K + B \cos 2\pi K + K + \frac{2\Pi}{v^2}. \quad (32)$$

Коефіцієнти A і B знаходять із рівнянь (31), (32) та залежностей, які визначають похідні \dot{W}_k і \ddot{W}_k шляхом прирівнювання

постійних членів і коефіцієнтів при $\cos v_1 K$, $\sin v_1 K$. Коефіцієнти C_1 , C_2 визначають з формул (28) — (30) з урахуванням початкових умов: $t=0$, $K=0$, $a_{km}=0$, $b_{km}=0$.

При обчисленні параметрів руху повзуна ККМ з врахуванням пружної податливості ланок механізму потрібно у рівняння (20) — (21) підставляти значення a_{km} , b_{km} , c_{km} , які визначаються з залежностей (28) — (30).

Виконані параметричні дослідження «одиничних» кулісних механізмів при змінному дезаксіалі $0 \leq \delta \leq 1$.

Розрахунками на ЕОМ знаходили кути тиску α , інваріанти переміщень s_i , швидкостей V_i , прискорень W_i , кінетичної потужності N_i у функції кута поворота ψ куліси. На рис. 2 зображені фраг-

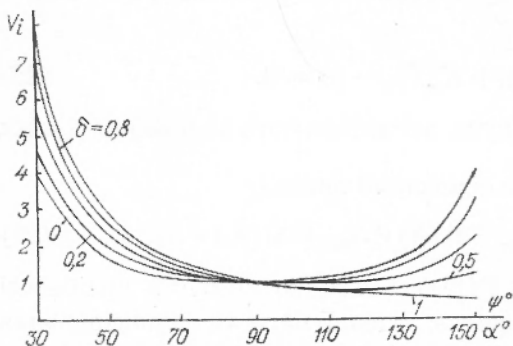


Рис. 2. Графіки кінематичних інваріантів швидкості повзуна кулісних механізмів.

менти досліджень. Аналіз результатів досліджень дає змогу зробити такі висновки для висхідної схеми КМ:

1) максимальний лінійний розмах ланки «одиничного» КМ не залежить від дезаксіала δ ;

2) залежність кута тиску α від кута коливання куліси ψ має лінійний характер і не залежить від δ ;

3) характер зміни інваріантів швидкостей, прискорень, кінетичної потужності близький до постійного і не залежить від дезаксіала при зміні кутів тиску в інтервалі $-10^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$;

4) інваріанти V_i , W_i , N_i зростають зі збільшенням кутів тиску, причому більш суттєво впливає на їх ріст зменшення від'ємних кутів тиску, при цьому інваріанти кінематичних параметрів збільшуються зі зростанням δ у від'ємній зоні зміни α і зменшуються зі збільшенням $\delta \rightarrow 1$ при додатних α ;

5) характер зміни кінематичних інваріантів близький до лінійного при зміні кутового розмаху ведучої ланки в малому інтервалі $\psi \leq 10^\circ$. Інтервал збільшується зі зростанням дезаксіала δ ;

6) діаграми прискорень W_i дзеркально-симетричні основним типам [1] у від'ємній зоні зміни α і парні їм в додатній α .

На наступному етапі дослідили вплив геометричних параметрів кулісного механізму δ , ψ_n , ψ_Σ на закон руху повзуна ККМ. Геометричні параметри КМ змінювали в такому діапазоні: дезаксіал $0 \leq \delta \leq 1$; початковий кут куліси $\psi_n = 30^\circ \div 85^\circ$; кутовий розмах куліси $\psi_\Sigma = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$. Прийняті висхідні ЗПР трьох типів [4].

Дослідження показали, що найбільш суттєво впливають на спотворення висхідного ЗПР кулісні механізми, у яких ведуча

ланка переміщується в інтервалі максимальних від'ємних кутів тиску. Висхідні ЗПР типу I і III перетворюються у повні неоднорідні асиметричні закони зі збільшенням констант піків прискорень C_d в період розбігу до 1,4 раза і зменшуються в період вибігу в такому ж відношенні.

Мінімальний вплив на висхідні ЗПР завдають КМ типу II ($V_i = \text{const}$). При збільшенні кутового розмаху $\psi_{\Sigma} > 10^\circ$ важче підібрати параметри КМ, щоб забезпечити $V_i = \text{const}$ і досягти мінімального спотворення ЗПР.

При дослідженні динаміки ККМ змінювали такі параметри:

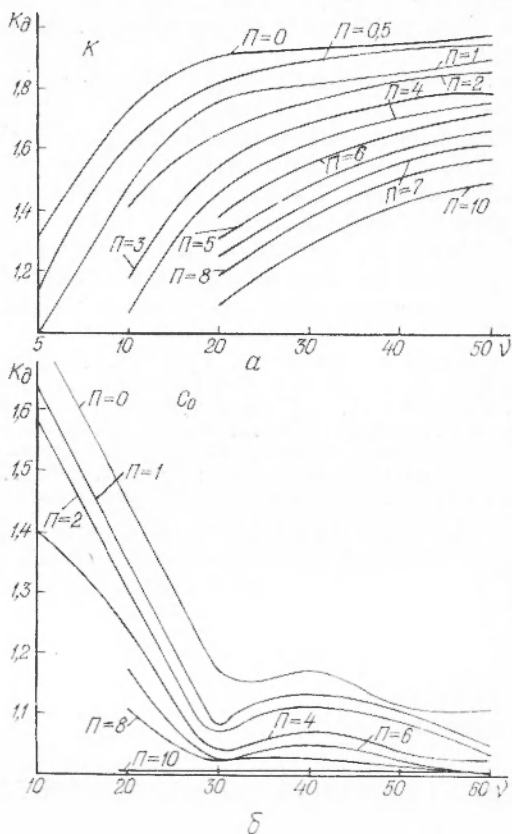
1) критерії подібності кутової частоти вільних коливань веденої ланки $5 \leq v \leq 60$ і демпфірування $0 \leq P \leq 10$;

2) закони періодичного руху — косинусоїдальний K і синусоїдальний C_0 ;

3) геометричні параметри КМ.

Дослідили цикл однозначних переміщень веденої ланки, вплив попередніх циклів не враховували.

Рис. 3. Залежність коефіцієнта динамічності K_d від критеріїв v і P : а — для ЗПР K ; б — для ЗПР C_0 .



Дослідження показали, що коливна система з постійними параметрами реагує на зміну критеріїв v і P : амплітуди і частоти коливань зростають зі збільшенням v ; демпфірування призводить до неоднорідності й асиметрії діаграм прискорень веденої маси; амплітуди коливань зменшуються зі збільшенням критеріїв демпфірування.

Висхідні ЗПР спотворюються пружними коливаннями системи. При $P=0$ і $v \rightarrow \text{min}$ закони типу I перетворюються у повні неоднорідні асиметричні зі збільшенням піків прискорень у період вибігу $|C_{km}|_v$, при цьому відношення $|C_{km}|_v : |C_{km}|_p \approx 1,5$ (при $v=5$); при збільшенні $v \rightarrow \text{max}$ асиметрія діаграм зменшується. ЗПР типу II при ідентичних умовах характеризуються асиметрією діа-

грам прискорень, піки прискорень більші в період вибігу; зі збільшенням $v \rightarrow \max$ відношення $|C_{km}|_v : |C_{km}|_p \approx 1$. При зростанні коефіцієнта демпфірування P характер спотворення висхідних ЗПР типу I якісно змінюється, виникають асиметрія і неоднорідність діаграм прискорень, яка зберігається при $P > 4$. Піки прискорень більші при розбігу, а відношення $|C_{km}|_v : |C_{km}|_p \ll 1 \approx 0,7$ (при $P = 10, v = 50$) зменшується зі зростанням P .

Для ЗПР типу II неоднорідність і асиметрія діаграм прискорень зменшуються зі збільшенням P і відношення $\frac{|C_{km}|_v}{|C_{km}|_p} \rightarrow 1$.

Коефіцієнти динамічності K_θ для ЗПР K змінюються в діапазоні $1 \leq K_a \leq 1,985$, зростають зі збільшенням v і зменшуються з підвищенням P . Залежність $K_\theta = f(v, P)$ для ЗПР C_o має інший характер (рис. 3).

Наведена методика розрахунку кулачково-кулісних механізмів і результати теоретичних досліджень будуть корисними для проектувальників нових виробничих машин.

Список літератури: 1. *Бойко А. В.* Критериальная механика кулачково-рычажных механизмов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Киев, 1975. 2. *Главацкий А. С.* Вопросы оптимизации синтеза кулачково-рычажных механизмов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Львов, 1968. 3. *Саввин Э. А.* Синтез законов движения инерционных кулачковых механизмов с учетом упругих звеньев ведомой системы: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Львов, 1967. 4. *Тур К. В.* Механика полиграфических автоматов. — М.: Книга, 1965.

The article deals with the cam linked mechanisms calculation. The results of kinematic and dynamic mechanisms investigation are given.

Стаття надійшла в редакцію 16 березня 1978 року