УДК 62—50

М. М. ЛУЦКІВ, С. І. САМБОРСЬКИЙ

УПРАВЛІННЯ НА ОСНОВІ РЕАЛЬНИХ ПОХІДНИХ

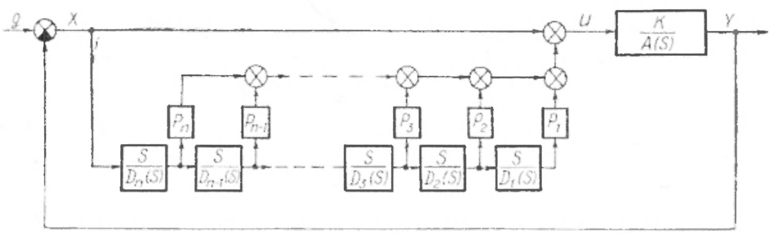
Одним із можливих способів реалізації управління об'єктом, яке забезпечує потрібні показники якості процесу регулювання, є формування управління U у вигляді лінійної комбінації координати похибки регульованої величини x і кінцевого числа її похідних [2]:

$$U = x + p_n x^1 + \ldots + p_2 x^{(n-2)} + p_1 x^{(n-1)}, \tag{1}$$

де p_i, $i = 1, 2, 3 \ldots n$ — постійні коефіцієнти, n — порядок диференційного рівняння об'єкта. В операторній формі запису

$$U(s) = (p_1 s^{n-1} + p_2 s^{n-2} + \ldots + p_n s + 1) X(s). \tag{2}$$

Для апаратурної реалізації управління (1) потрібні ідеальні диференціюючі пристрої, побудова яких ускладнена. Крім цього,



Структурна схема системи.

наявність диференціюючих пристроїв у системі призводить до посилення високочастотних перешкод, що небажане і може призвести до втрати стійкості системи.

Розглянемо можливість формування управління у вигляді лінійної комбінації координат похибки і кінцевого числа реальних похідних. В оперативній формі запису таке управління

$$U(s) =$$

$$= \left[\frac{p_1 s^n}{\prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)} + \frac{p_2 s^{n-1}}{\prod\limits_{i=2}^{n} D_i(s)} + \frac{p_3 s^{n-2}}{\prod\limits_{i=3}^{n} D_i(s)} + \cdots + \frac{p_{n-1} s^2}{\prod\limits_{i=n-1}^{n} D_i(s)} + \frac{p_n s}{D_n(s)} + 1 \right] X(s), \tag{3}$$

де

$$D_i(s) = s + d_i. \tag{4}$$

Хай рівняння об'єкта описується рівнянням в операторній формі запису

$$Y(s) = \frac{K}{A(s)} U(s) = \frac{K}{s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1} U(s), \tag{5}$$

де $Y(s)$ — операторне зображення регульованої величини, $A(s)$ — поліном від оператора s з коефіцієнтом при вищій степені оператора s, рівним одиниці; K — коефіцієнт передачі об'єкта.

Структурна схема системи управління об'єктом (5) за допомогою управління (3) показана на рисунку.

На основі структурної схеми запишемо передаточну функцію замкнутої системи

$$\Phi(s) := \frac{Y(s)}{g(s)} =$$

$$= \frac{\dfrac{K}{A(s)}\left[1 + \dfrac{p_1 s^n}{\prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)} + \dfrac{p_2 s^{n-1}}{\prod\limits_{i=2}^{n} D_i(s)} + \dfrac{p_3 s^{n-2}}{\prod\limits_{i=3}^{n} D_i(s)} + \cdots + \dfrac{p_{n-1} s^2}{\prod\limits_{i=n-1}^{n} D_i(s)} + \dfrac{p_n s}{D_n(s)}\right]}{1 + \dfrac{K}{A(s)}\left[1 + \dfrac{p_1 s^n}{\prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)} + \dfrac{p_2 s^{n-1}}{\prod\limits_{i=2}^{n} D_i(s)} + \dfrac{p_3 s^{n-2}}{\prod\limits_{i=3}^{n} D_i(s)} + \cdots + \dfrac{p_{n-1} s^2}{\prod\limits_{i=n-1}^{n} D_i(s)} + \dfrac{p_n s}{D_n(s)}\right]},$$

де $g(s)$ — операторне зображення командного сигналу.

Після зведення до спільного знаменника

$$\Phi(s) = \frac{K\dfrac{p_1 s^n + p_2 D_1(s) s^{n-1} + p_3 \prod\limits_{i=1}^{2} D_i(s) s^{n-2} + \cdots + p_{n-1} \prod\limits_{i=1}^{n-2} D_1(s) s^2 + p_n \prod\limits_{i=1}^{n-1} D_i(s) + \prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)}{A(s) \prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)}}{1 + K\dfrac{p_1 s^n + p_2 D_1(s) s^{n-1} + p_3 \prod\limits_{i=1}^{2} D_i(s) s^{n-2} + \cdots + p_{n-1} \prod\limits_{i=1}^{n-2} D_i(s) s^2 + p_n \prod\limits_{i=1}^{n-1} D_i(s) s + \prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)}{A(s) \prod\limits_{i=1}^{n} D_i(s)}}.$$

Якщо вибрати коефіцієнти p_i, $i = 1, 2, 3 \ldots n$, таким чином, щоб при заданих $D_i(s)$

$$p_1 s^n + p_2 D_1(s) s^{n-1} + p_3 \prod_{i=1}^{2} D_i(s) s^{n-2} + \cdots + p_{n-1} \prod_{i=1}^{n-2} D_i(s) s^2 + p_n \prod_{i=1}^{n-1} D_i(s) s + \prod_{i=1}^{n} D_i(s) = A(s), \quad (6)$$

то після перетворення передаточна функція

$$\Phi(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^{n} D_i(s) + K}. \tag{7}$$

Якщо замість $D_i(s)$ підставити (4), то матимемо

$$\Phi(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^{n} (s + d_i) + K}. \tag{8}$$

Тепер передаточну функцію (8) зобразимо як

$$\Phi(s) = \frac{K}{s^n + \alpha_n s^{n-1} + \alpha_{n-1} s^{n-2} + \cdots + \alpha_2 s + \alpha_1}. \tag{9}$$

Коефіцієнти полінома знаменника (9) визначаються за відомими формулами Вієта

$$\begin{aligned}
&\alpha_n = d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n;\\
&\alpha_{n-1} = d_1 d_2 + d_1 d_3 + \cdots + d_1 d_n + \cdots + d_n d_{n-1},\\
&\alpha_{n-2} = d_1 d_2 d_3 + d_1 d_2 d_4 + \cdots + d_{n-2} d_{n-1} d_n;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\alpha_2 = d_1 d_2 \cdots d_{n-1} + d_2 d_3 \cdots d_n;\\
&\alpha_1 = d_1 d_2 d_3 \cdots d_n + K.
\end{aligned} \tag{10}$$

На основі аналізу формул (9) і (10) видно, що відповідним підбором коефіцієнтів d_i, $i = 1, 2, 3 \ldots n$ можна зробити наперед задані всі коефіцієнти α_i полінома знаменника передаточної функції (7) замкнутої системи, скоригованої на основі використання реальних похідних.

Хай бажана передаточна функція, яка задовольняє заданим технічним вимогам [1],

$$\Phi(s) = \frac{K^*}{s^n + \alpha_n^* s^{n-1} + \alpha_{n-1}^* s^{n-2} \cdots + \alpha_2^* s + \alpha_1^*}. \tag{11}$$

Оскільки порядки чисельників і знаменників передаточної функції (11) і скоригованої (9) однакові, то, прирівнявши чисельники (9) і (11), визначимо потрібний коефіцієнт передачі об'єкта

$$K = K^*. \tag{12}$$

Прирівнюючи відповідні коефіцієнти знаменника (7) і (9) і враховуючи формулу (8), отримуємо систему рівнянь

$$\begin{aligned}
&\alpha_n^* = d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n;\\
&\alpha_{n-1}^* = d_1 d_2 + d_1 d_3 + \cdots + d_1 d_n + \cdots + d_{n-1} d_n;\\
&\alpha_{n-2}^* = d_1 d_2 d_3 + d_1 d_2 d_4 + \cdots + d_{n-2} d_{n-1} d_n;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\alpha_2^* = d_1 d_2 \cdots d_{n-1} + d_2 d_3 \cdots d_n;\\
&\alpha_1^* = d_1 d_2 d_3 \cdots d_n + K^*.
\end{aligned} \tag{13}$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, визначаємо шукані коефіцієнти d_i, $i=1, 2, 3 \ldots n$. Якщо серед цих коефіцієнтів є комплексні числа, то це означає, що при заданих вимогах таку систему фізично не можна реалізувати при заданому виді (4) поліномів реальних диференціюючих пристроїв. У цьому випадку потрібно поміняти тип окремих диференціюючих пристроїв, які б мали також комплексні корені.

Для визначення коефіцієнтів p_i перетворимо ліву частину виразу (6), враховуючи (4),

$$p_1 s^n + p_2 D_1(s) s^{n-1} + p_3 \prod_{i=1}^{2} D_i(s) s^{n-2} + \cdots +$$
$$+ p_{n-1} \prod_{i=1}^{n-2} D_i(s) s^2 + p_n \prod_{i=1}^{n-1} D_i(s) s + \prod_{i=1}^{n} D_i(s) =$$
$$= (p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n + 1) s^u + [p_2 d_1 + p_{\cdot}(d_1 + d_2) +$$
$$+ p_4(d_1 + d_2 + d_3) + \cdots + p_n(d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n) +$$
$$+ d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n] s^{n-1} + [p_3 p_1 p_2 + p_4(a_1 d_2 + d_2 d_3 +$$
$$+ d_3 d_1) + p_5(d_1 d_2 d_3 + d_1 a_3 d_4 + d_1 d_2 d_4 + d_2 d_3 d_4) + \cdots +$$
$$+ p_n(d_1 a_2 d_3 \cdots d_{n-1}) + d_1 d_2 + d_4 d_3 + \cdots + d_{n-1} d_n] s^{n-2} + \cdots +$$
$$+ 1 p_n d_1 d_2 d_3 \cdots d_{n-1} + d_1 d_2 d_3 \cdots d_{n-1} + d_2 d_3 \cdots d_n] \times$$
$$\times s + d_1 d_2 d_3 \cdots d_n.$$

Прирівнюючи відповідні коефіцієнти цього виразу і формули (5), отримуємо систему рівнянь

$$a_n = \frac{\begin{gathered} p_2 d_1 + p_3(d_1 + d_3) + p_4(d_1 + d_2 + d_3) + \cdots + \\ + p_n(d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_{n-1}) + d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n \end{gathered}}{\sum_{i=1}^{n} p_i};$$

$$a_{n-1} = \frac{\begin{gathered} p_2 d_1 d_3 + p_4(d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_3 d_1) + p_5(d_1 d_2 d_3 + d_1 d_3 d_4 + \\ + d_1 d_2 d_4 + d_2 d_3 d_4) + \cdots + p_n(d_1 d_2 d_3 \cdots d_{n-1}) + \\ + d_1 d_2 + d_1 d_3 + \cdots + d_{n-1} d_n \end{gathered}}{\sum_{i=1}^{n} p_i};$$

. . . .

. . . .

$$a_2 = \frac{p_n d_1 d_2 d_3 \cdots d_{n-1} + d_1 d_2 \cdots d_{n-1} + d_2 d_3 \cdots d_n}{\sum_{i=1}^{n} p_i};$$

$$a_1 = \frac{d_1 d_2 d_3 \cdots d_n}{\sum_{i=1}^{n} p_i}. \qquad (14)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (14), знаходимо коефіцієнти P_i $i = 1, 2, 3 \ldots n$.

Таким чином, використовуючи реальні похідні для формування управління, можна синтезувати систему з наперед заданими коефіцієнтами характеристичного рівняння системи. Характерно, що при цьому не підвищується порядок системи. Апаратурна реалізація такої системи не становить труднощів і може бути виконана на інтегральних операційних підсилювачах.

Список літератури: 1. *Соколов Н. Н.* Аналитические методы синтеза линеаризованных систем автоматического регулирования. — М.: Машиностроение, 1966. 2. Теория систем с переменной структурой / Под ред. С. П. Емельянова. — М.: Наука, 1970.

The system structural scheme is analyzed, the main correlations for determining the differentiating device parametres and reverse coupling are given.

Стаття надійшла в редколегію 06. 02. 81