УДК 621.3.078

І. Т. СТРЕПКО

ПИТАННЯ СТІЙКОСТІ СПОСТЕРІГАЮЧИХ ПРИСТРОЇВ

У сучасній теорії автоматичного управління для забезпечення заданих показників якості для синтезу систем використовуються спостерігаючі пристрої [1]. При цьому виходять з того, що параметри об'єкта точно відомі та постійні в часі, хоч на практиці часто вони відомі з певним ступенем точності та змінні в часі.

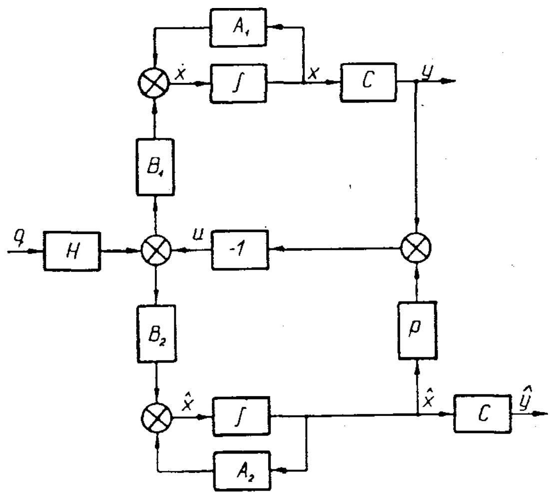

Рис. 1. Схема системи з модифікованим спостерігаючим пристроєм.

Якщо спостерігаючий пристрій зі зворотним зв'язком виявиться нестійким, то при варіації параметрів об'єкта оцінки змінних стану можуть значно відрізнятися від самих змінних стану об'єкта, внаслідок чого якість процесу управління погіршується.

Розглянемо стійкість систем з модифікованим спостерігаючим пристроєм, який не підвищує порядок скоригованої системи вище вихідної [2]. Схема систем из модифікованим спостерігаючим пристроєм показана на рис. 1.

Об'єкт описує лінійне матричне рівняння

$$\dot{x}=A_1x+B_1u+B_1Hg, \qquad (1)$$
$$y=Cx,$$

де x, u, y, g — вектори розмірності n, m, r, p; матриці A, B, C, H мають відповідно розмірність $n\times n$, $n\times m$, $r\times n$, $n\times p$.

У загальному випадку $m\leqslant n$, $r\leqslant n$, $p\leqslant n$.

Для одержання оцінки $\hat{x}$ вектора змінних стану x у модифікованому спостерігаючому пристрої використовують вектор командного сигналу g і вихід системи y, що поліпшує оцінку.

Управління здійснюють на основі виходу об'єкта $y=Cx$ та оцінки x вектора змінних стану

$$u=-Cx-P\hat{x}, \tag{2}$$

де P — матриця зворотного зв'язку розміром $r\times n$.

Якщо сконструювати спостерігаючий пристрій з умови

$$A_2=A_1=A \text{ і } B_2=B_1=B, \tag{3}$$

то після перетворень передаточна матриця системи

$$\Phi(s)=C[sE-A+B[C+P]]^{-1}BH. \tag{4}$$

Звідси характеристичне рівняння системи зі спостерігаючим пристроєм

$$|A-B[C+P]-\lambda E|=0. \tag{5}$$

Якщо за вихідну змінну стану модифікованого спостерігаючого пристрою прийняти $\hat{y}$, то передаточна матриця спостерігача за умови (3)

$$\Phi(s)=C[sE-A]^{-1}BH \tag{6}$$

дорівнює передаточній матриці об'єкта (1). Тому, якщо об'єкт стійкий, то стійкий і спостерігаючий пристрій.

Зворотний зв'язок стабілізує об'єкт і надає йому необхідної якості управління. Виникає питання, чи стійкий при цьому спостерігаючий пристрій зі зворотним зв'язком. На основі рис. 1 запишемо передаточну матрицю модифікованого спостерігача зі зворотним зв'язком

$$\Phi(s)=C[sE-A+BP]^{-1}BH. \tag{7}$$

Звідси характеристичне рівняння спостерігаючого пристрою

$$|A-BP-\lambda E|=0. \tag{8}$$

Цей вираз відрізняється від характеристичного рівняння системи (5) відсутністю матричного множника $-BC$. Це можна пояснити тим, що на відміну від об'єкта у спостерігаючому пристрої відсутній явний зворотний зв'язок по виходу $\hat{y}$ спостерігача. Може скластися враження, що відсутній зв'язок по виходу $\hat{y}$ можна ввести і таким чином вирішити питання стійкості спостерігаючого пристрою. Однак насправді це не так, в чому можна легко переконатися, порівнюючи вирази (5) і (8). Вони завжди будуть різні, крім тривіального випадку $C\equiv 0$.

Використовуючи відомі критерії стійкості, можна визначити стійкість спостерігаючого пристрою зі зворотним зв'язком. Якщо він виявиться нестійким, то необхідно вжити заходів для його стабілізації.

Розглянемо більш детально стійкість спостерігача для випадку скалярного управління.

При скалярному управлінні матриця коефіцієнтів A має вид супроводжуючої

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_n \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

інші матриці

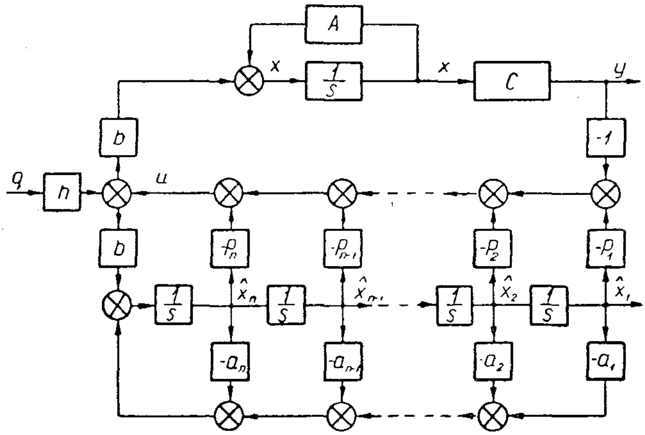

Рис. 2. Розгорнута схема системи скалярного управління.

$$C = [c \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0\ ]; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}; \quad H = h. \qquad (10)$$
$$P = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \cdots \quad p_n];$$

На рис. 2 показана розгорнута структурна схема системи скалярного управління у змінних стану з модифікованим спостерігачем і зворотним зв'язком. Одержання виразу передаточної функції за (4) і (7) трудомістке, тому що вимагає операції обернення матриць. Тому визначимо передаточну функцию об'єкта з врахуванням (9) і (10).

$$\Phi(s) = C\,[sE - A]^{-1}\, b =$$
$$= \frac{cb}{s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1}. \qquad (11)$$

Перетворена структурна схема системи (рис. 2) з врахуванням одержаної передаточної функції об'єкта (11) показана на рис. 3. Подальше перетворення структурної схеми (рис. 3) досить громіздке. Тому запишемо передаточну функцию системи на основі формули Мезона

$$\Phi(s)=\frac{y(s)}{g(s)}=$$

$$=\frac{\dfrac{cbh}{s^n+a_ns^{n-1}+\cdots+a_2s+a_1}\left(1+\dfrac{a_n}{s}+\dfrac{a_{n-1}}{s^2}+\cdots+\dfrac{a_2}{s^{n-1}}+\dfrac{a_1}{s^n}\right)}{1+\dfrac{a_n+bp_n}{s}+\dfrac{a_{n-1}+bp_{n-1}}{s^2}+\cdots+\dfrac{a_2+bp_2}{s^{n-1}}+\dfrac{a_1+bp_1}{s^n}+ +\dfrac{cb}{s^n+a_ns^{n-1}+\cdots+a_2s+a_1}\left(1+\dfrac{a_n}{s}+\dfrac{a_{n-1}}{s^2}+\cdots+\dfrac{a_2}{s^{n-1}}+\dfrac{a_1}{s^n}\right)}. \tag{12}$$

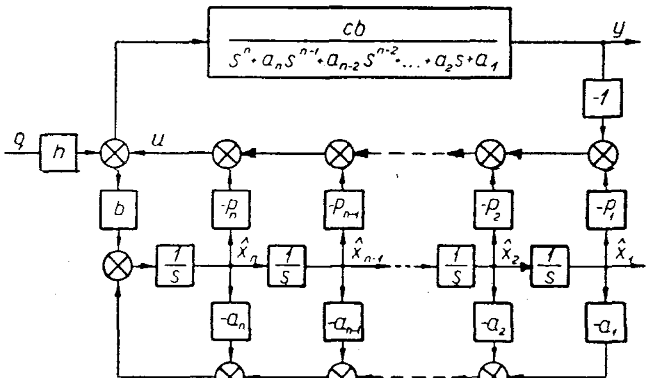

Рис. 3. Спрощена схема системи скалярного управління.

Після перетворень передаточна функція системи

$$\Phi(s)=\frac{cbh}{s^n+(a_n+bp_n)s^{n-1}+(a_{n-1}+bp_{n-1})s^{n-2}+\cdots+ +(a_2+bp_2)s+(a_1+bp_1)+cb}. \tag{13}$$

Аналогічно після перетворень передаточна функція модифікованого спостерігаючого пристрою зі зворотним зв'язком

$$\Phi(s)=\frac{\hat{y}(s)}{g(s)}=\frac{bh}{s^n+(a_n+bp_n)s^{n-1}+(a_{n-1}+bp_{n-1})\times \times s^{n-2}+\cdots+(a_2+bp_2)s+(a_1+bp_1)}. \tag{14}$$

Характеристичне рівняння (14) відрізняється від характеристичного рівняння (13) лише останнім коефіцієнтом, який дорівнює

$$a_1+bp_1+cb. \tag{15}$$

У загальному випадку внаслідок різних останніх коефіцієнтів характеристичного рівняння спостерігаючий пристрій зі зворотним зв'язком може бути нестійким. Відомо, що для досягнення високих показників якості збільшують коефіцієнт передачі розімкнутої системи bc.

Якщо $bc > 10$, то, прийнявши

$$c=0{,}1 \text{ і } p=1, \tag{16}$$

визначимо останній коефіцієнт (15) характеристичного рівняння системи

$$a_1+1000+100 \tag{17}$$

і спостерігача

$$a_1+1000. \tag{18}$$

Практично вирази (17) і (18) рівні. Тому при умові (16) спостерігач зі зворотним зв'язком стійкий.

Зменшення зворотного зв'язку до $c=0{,}1$ з точки зору апаратурної реалізації небажане, оскільки воно призводить до збільшення коефіцієнта передачі підсилювача системи в 10 раз вище вихідної.

Якщо прийняти $c=1$, то останній коефіцієнт характеристичного рівняння спостерігача (18) приблизно в два рази менший від коефіцієнта характеристичного рівняння синтезованої системи (17).

Перевірку стійкості спостерігача зі зворотним зв'язком можна проводити, не визначаючи його передаточної функції. Для цього достатньо у характеристичному рівнянні (5) зменшити в два рази останній коефіцієнт і знайти стійкість.

Додаткової перевірки спостерігача зі зворотним зв'язком можна уникнути, якщо при синтезі використовувати нормовані передаточні функції. На ЕЦОМ «Мир-2» проведено дослідження стійкості систем, які описуються нормованими передаточними функціями. Досліджували нормовані передаточні функції з такими законами розподілу полюсів [3]: мінімальний час регулювання, критичне затухання перехідного процесу, наближення характеристик системи регулювання до характеристик ідеального фільтра, максимальним ступенем стійкості системи регулювання (кратні полюси). Дослідження стійкості нормованих передаточних функцій до шостого порядку показали, що зменшення останнього коефіцієнта в два рази не приводить до втрати стійкості.

Бажану передаточну функцію системи визначають за вибраною передаточною функцією з використанням теореми масштабів. При зміні коефіцієнта масштабу часу змінюються величини полюсів, але закони їх розподілу залишаються незмінними. Тому, якщо система з нормованою передаточною функцією з двократним зменшенням останнього члена стійка, то стійкий і спостерігач зі зворотним зв'язком, синтезований за бажаною передаточною функцією, яка визначена на базі нормованої передаточної функції.

Таким чином, у загальному випадку можна вибрати параметри системи так, щоб спостерігаючий пристрій зі зворотним зв'язком був стійким і при варіації параметрів об'єкта мало впливав на якість управління. Якщо система синтезована на основі нормованих передаточних функцій , то тоді стійкий і спостерігаючий пристрій зі зворотним зв'язком.

Список літератури: 1. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. — М.: Машиностроение, 1976. 2. *Луцкив Н. М., Стрепко И. Т.* Синтез систем с модифицированным наблюдателем. — Адаптивные системы управления, 1980, № 12. 3. *Соколов Н. И.* Аналитический метод синтеза линеаризованных систем автоматического регулирования. — М.: Машиностроение, 1966.

Supervision devices stability with the synthesis of systems on the basis of standardized transmission functions is proved.

Стаття надійшла в редколегію 03. 01. 81