

УДК 681.5.015+62.52

*Б. В. Дурняк, І. М. Хмельницька*

*Українська академія друкарства*

*М. М. Луцків*

*Інститут поліграфії і папірництва Лодзької політехніки*

### **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕСТАЦІОНАРНОЇ СТРІЧКОПРОВІДНОЇ ДІЛЯНКИ**

*Розглядається задача побудови математичної моделі натягу стрічки на ділянці, як нестационарного об'єкта регулювання, обумовленого зміною швидкості руху стрічки у широких межах. Подаються результати комп'ютерного симулювання.*

Стрічкопровідні системи широко застосовуються у папероробній, текстильній, хімічній, поліграфічній та інших галузях промисловості. Такі машини й апарати ротаційного типу мають просту конструкцію і будуються як багатосекційні машини. Рухаючись послідовно на стрічковому матеріалі, виконуються різні технологічні операції, тому стрічкопровідна система доволі складна зі змінними параметрами, які залежать від швидкості роботи машини. Наявні моделі стрічкопровідних систем побудовані при певних припущеннях [1, 4], — неповні, тому що обмежуються їх можливості та унеможливується створення нових ефективних систем автоматичного керування стрічкопровідними системами, що погіршує якість продукції і призводить до зменшення робочих швидкостей машини.

Математична модель натягу стрічки на ділянці, яка є базою для побудови більш складних моделей стрічкопровідних систем, побудована за умови, що швидкість стрічки — стала [2]. Основний параметр моделі стрічкопровідної ділянки — це стала часу, яка залежить від довжини ділянки і швидкості руху стрічки, яка може змінюватись у доволі широких межах. Отож на основі таких моделей неможливо здійснити аналіз динаміки натягу стрічки при зміні швидкості. Наприклад, якщо відбувається пуск і виведення машини на робочу швидкість, то виникає актуальна проблема побудови математичної моделі натягу стрічкопровідної ділянки, як нестационарного об'єкта регулювання, обумовлена зміною швидкості руху стрічки у широких межах.

На сучасних рулонних ротаційних машинах стрічкопровідні системи управляються системами автоматичного керування. Створення ефективних систем керування можливе лише за умови наявності моделей стрічкопровідної системи, їх окремих пристроїв і складових елементів, що дають можливість відобразити й описати складні взаємозв'язки між механічними, електричними і технологічними параметрами й отримати залежності між досліджуваними змінними реальної системи.

Математичний опис стрічкопровідних систем — один з найважливіших етапів аналізу та проектування рулонних друкарських машин і систем їх управління. Вибір і розробка математичного опису має принципове значення, тому що побудована модель визначає можливості аналізу та синтезу системи, використання сучасних друкарських методів розрахунку й аналізу.

Переважно в опублікованих книгах [1, 2, 4, 7] зазначається, що стрічкопровідні системи рулонних ротаційних машин — складні системи зі змінними параметрами. Фізичні змінні параметри — це швидкість руху стрічки, радіус рулону, з якого розмотується або на який намотується стрічковий матеріал. Окремі механізми й елементи стрічкопровідних систем описують лінійними диференціальними рівняннями, містять ці параметри та фігурують там, як сталі величини ( $V$ ,  $R$  і т. п.).

Зауважимо, що в теорії автоматичного керування до класу об'єктів та систем зі змінними параметрами (або нестационарних) відносять такі, що описуються лінійним диференціальним рівнянням у повних похідних, у якому коефіцієнти — це функції часу вигляду  $\alpha_i(t)$ , тобто змінними у часі [1, 7]. Отже, вищезазначені моделі елементів стрічкопровідних систем не можна віднести до моделей зі змінними параметрами, тому що вони описуються лінійними диференціальними рівняннями зі сталими коефіцієнтами.

У працях [4, 6] представлено ряд моделей елементів стрічкопровідної системи, в яких ті чи інші параметри подаються функціями окремих змінних. Наприклад, у моделі рулон — стрічкопровідна ділянка коефіцієнт передачі виражається як функція окремих змінних і параметрів  $k = f_1(R, J, \alpha)$ , стала часу  $T = f_2(R, J, \alpha, V)$ , де  $R, J$  — радіус і момент інерції рулону,  $V$  — лінійна швидкість,  $\alpha$  — коефіцієнт тертя. Формально такі моделі належать до моделей зі змінними параметрами. Подаються графіки їх перехідних характеристик для окремих заданих параметрів, які не повною мірою характеризують їх динамічні властивості. Однак згідно з визначенням теорії автоматичного керування ці моделі не можна віднести до нестационарних, у яких коефіцієнти — функції часу.

З вищевикладеного випливає актуальність поставленої задачі побудови математичної моделі нестационарної стрічкопровідної ділянки.

Мета роботи полягає в опрацюванні моделі натягу стрічкопровідної ділянки, як нестационарного об'єкта, побудові симулятора, аналізі динамічних властивостей при зміні швидкості.

Розглядається стрічкопровідна ділянка з натягнутою рухомою стрічкою, яка приводиться в рух двома парами стрічкопровідних циліндрів [5]. При побудові математичної моделі натягу стрічки на ділянці зробимо такі основні припущення:

- розтяг матеріалу відбувається в межах пружної та лінійної деформації;
- рухома стрічка має натяг і не провисає на ділянці;
- швидкість стрічкопровідних циліндрів однакова і може змінюватись у широких межах;
- відсутнє проковзування стрічкового матеріалу в зонах контакту ведучих пар циліндрів;

ігнорується вага стрічки та її аеродинамічні властивості на ділянці; нехтується маса стрічкопровідних циліндрів.

Якщо лінійна швидкість — стала, тоді згідно з припущеннями натяг стрічки на ділянці описується відомим лінійним диференціальним рівнянням натягу [4, 5]:

$$T \frac{dF}{dt} + F = F_0, \quad (1)$$

де  $F_0$  — натяг стрічки на вході ділянки,  $F$  — натяг стрічки на ділянці,  $T$  — стала часу ділянки стрічки (час проходження стрічкою шляху між двома парами стрічкопровідних циліндрів).

Стала часу ділянки стрічки обернено пропорційна швидкості

$$T = \frac{L}{V}, \quad (2)$$

де  $L$  — віддаль між циліндрами,  $V$  — лінійна швидкість стрічки.

Під час роботи машини швидкість стрічки може змінюватись у широких межах. Наприклад, при запуску машини швидкість змінюється від нуля до номінальної  $[0 < V \leq V_H]$ . Тоді, згідно з виразом (2) стала часу змінюється від безмежності до номінальної сталої часу  $[\infty \leq T \leq T_H]$ . Така значна зміна сталої часу ділянки безумовно впливатиме на динаміку ділянки стрічки, що обумовлює розгляд її як об'єкта зі змінними параметрами (нестационарного об'єкта).

Згідно з теорією нестационарних систем управління, припустивши, що стала часу ділянки стрічки — змінний у часі параметр, з виразу (1), описується ділянка рухомої стрічки, як нестационарний об'єкт, за допомогою диференціального рівняння у повних похідних вигляду:

$$T(t) \frac{dF}{dt} + F = F_0, \quad (3)$$

де функція  $T(t)$  і її похідна — неперервні.

Аналіз ділянки стрічки зі змінними параметрами при детермінованих діях зводиться до розв'язку диференціального рівняння (2) зі змінними коефіцієнтами. Класичні методи розв'язку викладаються у відповідних курсах [1, 2, 7]. Однак загальних аналітичних методів не існує, лише невелика кількість часткових розв'язків для рівнянь не вище другого порядку (наприклад, рівняння Мат'є, Беселя та ін.). Зауважимо, що розв'язок диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, як правило, не виражається в елементарних функціях. Отож навіть тоді не можна знайти точний розв'язок, який важко використати у практичних розрахунках.

Унаслідок вказаних причин, на практиці, аналізуючи нестационарні системи, зазвичай використовуються методи, що ґрунтуються на аналоговому та цифровому моделюванні. Для цього наводиться диференціальне рівняння (3) у символічній формі:

$$T(t)FP + F = F_0. \quad (4)$$

Звідси, запишемо диференціальне рівняння нестационарної ділянки у символьній формі:

$$F(t) = \left[ \frac{I}{T(t)P + I} \right] F_0(t). \quad (5)$$

З виразу (5) випливає, що вихід  $F(t)$  представляє собою результат застосування деякого інтегрального оператора

$$J = \frac{I}{T(t)P} + I, \quad (6)$$

який можна показати у вигляді структурної схеми рис. 1, що містить інтегратор.

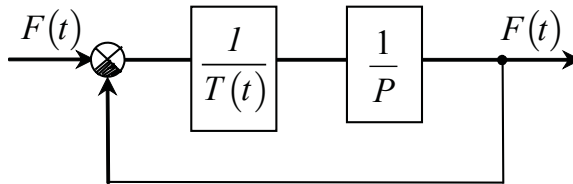


Рис. 1. Структурна схема інтегруючого оператора

Отже, диференціальне рівняння натягу ділянки зі змінним параметром (4) або відповідне йому рівняння в операторному вигляді (5) можна подати структурною схемою (рис. 1.).

Розробка алгоритму і складання програми для цифрового моделювання ділянки стрічки зі змінними параметрами — трудомісткий процес, що вимагає відповідного рівня програмування. Для спрощення цієї задачі пропонується її розв'язувати методом комп'ютерного симулювання за допомогою програмного пакету MATLAB-Simulink, який доволі вдалий для поєднання можливостей математики з останніми досягненнями в області обчислювальної техніки і програмування [3]. MATLAB-Simulink — це мова високого рівня, у якому реалізується принцип об'єктно-орієнтованого (візуального) програмування, відповідно до якого користувач на екрані комп'ютера з бібліотеки стандартних блоків у вікні моделі створює графічну модель, за якою здійснюється комп'ютерне симулювання.

Згідно з рис. 1 побудовано структурну схему моделі стрічкопровідної ділянки зі змінними параметрами у Simulink (рис. 2).

На вході схеми операційні блоки *Constant* задають натяг  $F_0$  і довжину  $L$  ділянки стрічки. Блок *Ramp* генерує лінійно наростаючу швидкість  $V(t)$  у часі. Візуалізація натягу стрічки на виході  $F$ , зміни сталої часу  $T(t)$  і швидкості  $V(t)$  здійснюються блоками *Scope*.

Мета комп'ютерного симулювання — проілюструвати запропонований підхід до аналізу динаміки нестационарної ділянки при дії типових збурень.

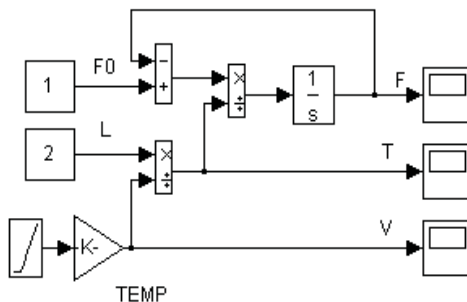


Рис. 2. Структурна схема моделі стрічкопровідної ділянки зі змінними параметрами у Simulink

Для прикладу здійснювалося комп’ютерне симулювання ділянки стрічки зі змінними параметрами. Задавалися такі дані: довжина ділянки стрічки  $L = 2$  м, натяг стрічки на вході ділянки  $F_0 = 1H$ , лінійна наростаюча швидкість стрічки зі сталим прискоренням  $\alpha = 0,25$  м/с ( $V(t) = 0,25 t$ ).

Результати симулювання подаються на рис. 3 як залежність сталої часу  $T$  ділянки від часу  $t$ .

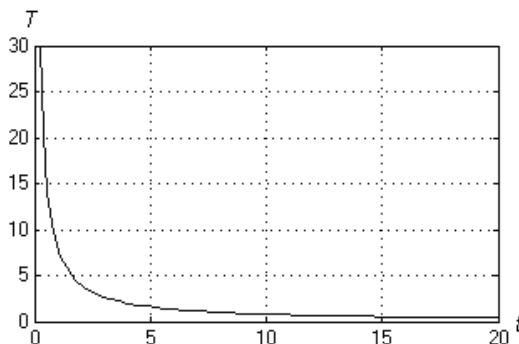


Рис. 3. Залежність сталої часу ділянки від часу

Отже, зі зміною швидкості стала часу ділянки змінюється за гіперболічною залежністю. Саме стала часу визначає характер перехідного процесу ділянки стрічки при зміні швидкості.

На рис. 4 подається перехідна характеристика нестационарної ділянки стрічки, яка характеризує її динамічні властивості.

Зауважимо, що перехідна характеристика стаціонарної стрічкопровідної ділянки — експонента. Натомість нестационарна має явно вигнуту s-подібну перехідну характеристику, яку можна апроксимувати перехідною характеристикою інерційної ланки третього порядку (нижня крива) із передавальною функцією

$$\frac{1}{(1.2s + 1)^3}$$

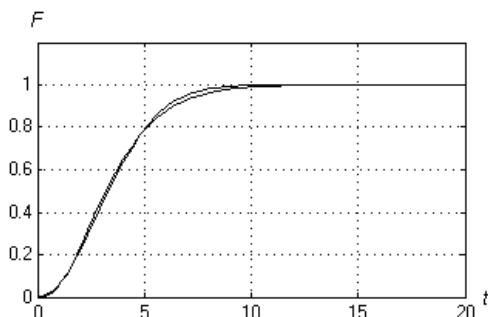


Рис. 4. Перехідна характеристика нестационарної стрічкопровідної ділянки

Перехідний процес закінчується за час  $t_n \approx 10c$ . Зазначимо, що після цього часу швидкість руху стрічки продовжує зростати із заданим прискоренням, але тоді стала часу зменшується дуже повільно, що практично не впливає на перехідний процес стрічкопровідної ділянки.

Структурна схема моделі стрічкопровідної ділянки має обмежені можливості дослідження нестационарної ділянки. На її основі побудовано симулятор стрічкопровідної ділянки зі змінними параметрами. Вікно симулятора подається на рис. 5.

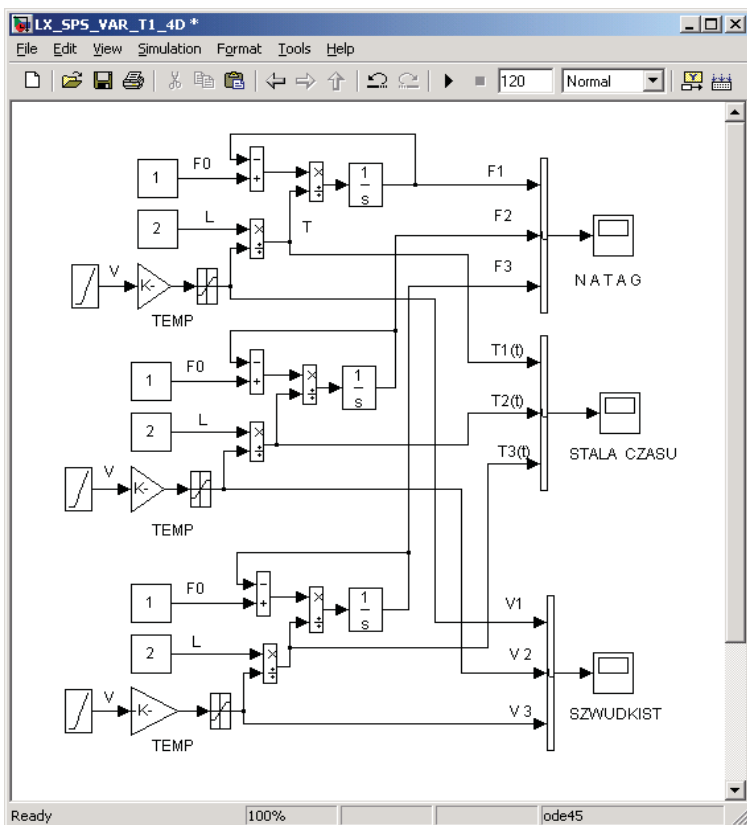


Рис. 5. Вікно симулятора стрічкопровідної ділянки зі змінними параметрами

На вході симулятора задається потрібний натяг стрічки на вході ділянки, її довжину і темп наростання швидкості із заданим прискоренням. Симулятор здійснює розрахунки і візуалізацію перехідних характеристик натягу стрічки на ділянці, темп наростання швидкостей руху стрічки і зміну сталих часу.

Симулятор паралельно моделює три нестационарні стрічкопровідні ділянки з різними параметрами і здійснює візуалізацію потрібних параметрів і змінних, що зручно для широкого аналізу і практичних застосувань.

Мета подальшого комп'ютерного симулювання — дослідження впливу темпу наростання швидкості при пуску і розгоні ділянки стрічки на її динамічні властивості під час дії типових збурень.

При симулюванні задавалися такі дані: довжина ділянок стрічки  $L = 2$  м, натяг стрічки у вигляді ступеневої дії на вході  $F_0 = 1H$ , лінійно наростаюча швидкість руху з різним темпом наростання зі сталими прискореннями  $a = 0.05, 0.01, 0.002$  м/с<sup>2</sup>.

Результати першої частини симулювання подаються на рис. 6 як графіки залежності сталої часу  $T$  ділянки від часу для трьох різних темпів наростання швидкості.

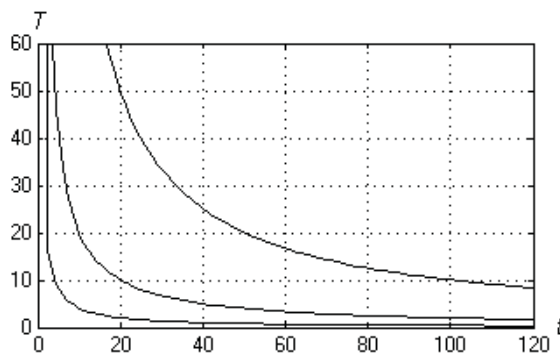


Рис. 6. Залежності сталої часу ділянки від часу для різних темпів наростання швидкості

Отже, зменшуючи темп наростання швидкості, крива сталої часу на графіку зміщується вправо, тобто інерційність стрічкопровідної ділянки збільшується.

Результати другої частини симулювання наводяться на рис. 7 у вигляді перехідних характеристик нестационарної ділянки для різних темпів наростання швидкості, яка характеризує її динамічні властивості.

Час перехідного процесу, який визначає інерційність стрічкопровідної ділянки, залежить від темпу наростання швидкості і складає  $t_n = 20, 40$  і  $90$  с. Якщо зменшується темп наростання швидкості, то збільшується інерційність нестационарної стрічкопровідної ділянки.

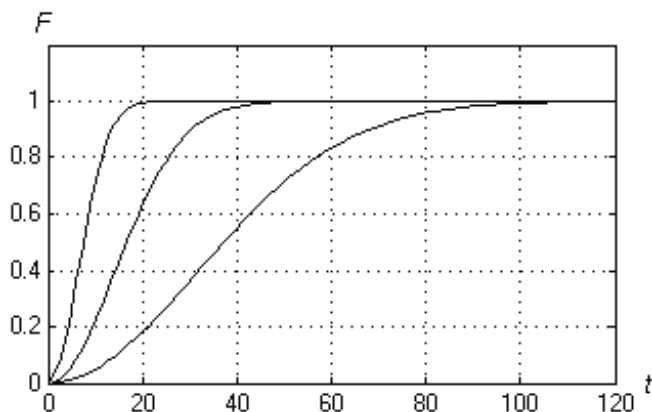


Рис. 7. Перехідні характеристики нестационарної стрічкопровідної ділянки для різних темпів наростання швидкості

Припустимо, що номінальна робоча швидкість  $V = 5 \text{ м/с}$ , тоді стала часу стрічкопровідної ділянки  $T_n = 0,4 \text{ с}$ , а час переходного процесу  $t_n = 1,2 \text{ с}$ . Отже, у нестационарному режимі роботи час переходного процесу стрічкопровідної ділянки може збільшуватися майже на два порядки, що потрібно враховувати при розробці ефективних систем автоматичного регулювання натягу стрічкового матеріалу.

З виробничого досвіду відомо, що під час пуску і виведення на робочу швидкість рулонних друкарських машин доволі часто можуть бути обриви стрічкового матеріалу. Однією з причин обриву стрічки може бути збільшення інерційності стрічкопровідної ділянки при розгоні машини. Якщо система автоматичного регулювання натягу синтезована за умови, що стрічкопровідна ділянка — стаціонарний об'єкт регулювання, а під час розгону машини ділянка стає нестационарною, тоді у системі можуть виникати значні перерегулювання натягу, що може призвести до обриву стрічкового матеріалу.

Отже, стрічкопровідні системи рулонних ротаційних машин — складні системи, параметри яких залежать від швидкості роботи машини. Наявні математичні моделі стрічкопровідних систем — стаціонарні, побудовані за певних припущень, не враховують зміну швидкості руху стрічки; неповні, що обмежує їх можливості під час аналізу і синтезу ефективних систем керування, тому виникає актуальна проблема побудови математичної моделі натягу стрічкопровідної ділянки, як нестационарного об'єкта регулювання, обумовленого зміною швидкості руху стрічкового матеріалу у широких межах. Математичні моделі окремих механізмів і елементів стрічкопровідних систем подаються як лінійні диференціальні рівняння, коефіцієнти яких — це фізичні змінні і параметри (стала часу ділянки, швидкість, радіус рулону); не функції часу, тому такі моделі не відносяться до класу нестационарних. Пропонується математична модель стрічкопровідної ділянки зі змінними параметрами, як



нестационарного об'єкта, за допомогою диференціального рівняння у повних похідних і подається у символній формі. Наводиться структурна схема нестационарної моделі стрічкопровідної ділянки, яка зручна для аналогового і цифрового моделювання. Подається симулятор стрічкопровідної ділянки зі змінними параметрами, який паралельно моделює три стрічкопровідні ділянки з різними параметрами і здійснює візуалізацію потрібних параметрів і змінних, що зручно для ретельного аналізу і практичних застосувань. Результати симулювання подаються як перехідні характеристики нестационарної ділянки для різних темпів наростання швидкості, з яких встановлено, що час перехідного процесу, який визначає інерційність ділянки залежить від темпу наростання швидкості й може бути на два порядки більший, ніж час перехідного процесу для стационарної стрічкопровідної ділянки на робочій швидкості.

1. Алферов С. М. О приближенном интегрировании линейных дифференциальных уравнений с переменным коэффициентом / С. М. Алферов // Вопросы теории автоматического регулирования. — М. : Оборонгиз, 1956. 2. Василенко В. А. Инвариантные оптимальные линейные системы с переменными параметрами / В. А. Василенко // Автоматическое управление и вычислительная техника. — М. : Машгиз, 1961. — Вып. 4. — с. 258–268. 3. Гульятев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: учеб. курс — СПб. : Питер, 2000. — 432 с. 4. Дурняк Б. В. Стрічкопровідні системи рулонних ротаційних машин. Моделювання управління / Б. В. Дурняк — К. : Атіка, 2002. — 292 с. 5. Дурняк Б. В. Математичне моделювання і реалізація систем керування стрічкопровідними системами / Б. В. Дурняк, О. В. Тимченко — К. : Видавничий центр «ПРОСВІТА», 2003. — 232 с. 6. Луцків М. М. Системи автоматичного керування ротаційними машинами / М. М. Луцків — Л.: Укр. акад. друкарства — Фенікс, 2000. — 152 с. 7. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. — Книга 2 — Часть 2. — М. : Машиностроение, 1989.

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЛЕНТОПРОВОДНОГО УЧАСТКА**

*Рассматривается задача построения математической модели натяга ленты на участке, как нестационарного объекта регуляции, обусловленной изменением скорости движения ленты в широких границах. Подаются результаты компьютерной симуляции.*

## **MATHEMATICAL MODEL OF UNSTATIONARY STRICHCOPROVIDNOI AREA**

*The task of construction of mathematical model of natyagou of ribbon on an area is considered, as an unstationary object of adjusting conditioned by the change of rate of movement of ribbon in wide scopes, the results of computer simulation are given.*

*Стаття надійшла 09.10.08*

УДК 621.928.9

**В. А. Батлук, В. В. Батлук, В. Г. Макарчук, І. В. Проскуріна**

*Національний університет «Львівська політехніка»*

## **ВПЛИВ БУНКЕРА НА ЕФЕКТИВНІСТЬ УЛОВЛЕННЯ ПИЛУ**

*Наводиться опис конструкції відцентрово-інерційного пиловловлювача, невід'ємною частиною якого є бункер. Експериментально визначено залежність ефективності його роботи від конструктивних розмірів бункера: висоти, ширини, розмірів вхідного патрубку і його співвідношення з розмірами вихідного патрубку пиловловлювача. Визначаються оптимальні розміри бункера, які дозволяють досягти максимально можливої ефективності уловлювання пилу.*

Атмосфера завжди містить у своєму складі певні речовини, кількість яких регулюється як приладами, так і антропогенними факторами. Найбільш небезпечні антропогенні виділення в атмосферу, які з аварійних перетворилися в постійнодіючі та увесь час зростають.

Сьогодні в містах забруднення повітря у 15 разів вище, ніж у сільській місцевості і в 150 — ніж над океаном. У промислових містах за добу випадає більше як 1 т пилу на км<sup>2</sup>.

Без винятку у загальній кількості забруднень і Україна, основними забруднювачами в якій є підприємства чорної металургії (33%), енергетики (30%), вугільної (10%), хімічної і нафтохімічної промисловості (17%), решта підприємств (10%).

Кожного року в Україні потрапляє в атмосферу 17 млн шкідливих речовин, кількість яких щороку збільшується на 12 млн. Очищується в Україні лише 80% викидів шкідливих речовин, що утворюються, а газоподібних утилізується лише 20%.

Аналіз останніх досліджень і публікацій показав, що існує два принципово різних шляхи боротьби із забрудненнями: перший — очистка шкідливих викидів промисловості й сільськогосподарських підприємств, другий — найбільш раціональний і економічний — розробка безвідходних технологічних процесів, які максимально імітують замкнуті природні процеси. Уся сировина, що поступає у виробництво, переробляється на корисні продукти або передається на суміжні виробництва. До цього часу основні зусилля було направлено на розширення мережі очисних споруд, оскільки вся промисловість розвивалася без урахування можливості безвідходних технологій. Забруднення атмосфери ніби планувалося, тобто проектувалося виробництво, яке повинне було давати розрахункову кількість викидів і паралельно проектувалися очисні споруди відповідної потужності. Однак точніше стверджувати, що у промисловості не повинно бути відходів: будь-які з них — це речовини, які так чи інакше повинні стати сировиною для отримання інших продуктів, а не викидатися в атмосферу. Для цього необхідно створити єдиний підхід до аналізу існуючих апаратів для очистки повітря від пилу, щоб визначити сферу та мету раціонального використання кожного з них.