

УДК 539.3:681.1.05

ДОСЛІДЖЕННЯ КОНДУКТИВНОГО НАГРІВАННЯ ДВО- ТА ТРИШАРОВИХ ПОЛІГРАФІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

Я. Ю. Коляно, В. М. Сеньківський, К. І. Мельник, М. М. Ключ

*Українська академія друкарства,
вул. Під Голоском, 19, Львів, 79020, Україна*

У сучасному поліграфічному виробництві тенденції щодо підвищення бар'єрних і міцнісних характеристик призводять до щораз ширшого використання багатошарових матеріалів (композитів). Кожен шар у таких композитах створюється із матеріалу з якісно іншими властивостями і має своє призначення. Багато з них піддаються тепловій обробці (нагріванню, сушінню) на різних етапах виробництва та експлуатації. Основною перешкодою для інтенсивної теплової обробки матеріалів є виникнення в них значних перепадів (градієнтів) температури і вологості, які породжують великі температурні та вологісні напруження і деформації. Тому у статті подано графіки кондуктивної температури для дво- і тришарових плоскопаралельних композитних поліграфічних матеріалів, на яких ведеться спостереження за виникаючими температурними градієнтами і вивчається їх значення у цьому процесі. Результати чисельних обчислень можуть бути рекомендовані підприємствам як поліграфічної, так і інших галузей виробництва, де використовується тепла обробка матеріалів.

Ключові слова: *теплова обробка, поліграфічна галузь, кондуктивне нагрівання, нестационарна теплопровідність, математична модель, теплофізичні параметри, градієнти температури, композити.*

Постановка проблеми. Значна кількість матеріалів, що використовуються у поліграфії, є кількшаровими тілами, тобто композитами. Під час виготовлення (на різних етапах виробництва) та експлуатації вони піддаються тепловій обробці (нагріванню, сушінню). Такими плоскопаралельними композитами в поліграфії є деякі спеціальні види паперу (крейдований папір, картографічний папір), картону (шаруватий картон, що складається з різних шарів (целюлоза-деревна маса-картон), картон із захисною плівкою, гофрокартон); сучасні пакувальні матеріали (папір-лак, папір-фольга, папір-поліетилен), асептичне тришарове пакування (картон-фольга-поліетилен); ламіновані відбитки (нанесення полімеру методом розплаву, припресування полімерних плівок); палітурні кришки (картон-клейовий шар-покрівельний матеріал); обкладинки (паперова основа і полімерне покриття); корінці книжкових блоків при вставленні книжкового блока в обкладинку; друкарські форми та ін. [1, 12, 15, 14]. Основною перешкодою для інтенсивної теплової обробки (нагрівання, сушіння) матеріалів є виникнення напружень, які призводять до погіршення якості виробу або навіть його руйнування. Причиною виникнення

великих температурних і вологісних напружень і деформацій у процесі нагрівання матеріалу, згідно з працями акад. О. В. Ликова, є наявність у ньому полів температури і вологовмісту зі значним перепадом (градієнтом) цих величин [1]. Важливим технологічним чинником при нагріванні різних матеріалів є збереження форми під час наступних технологічних операцій. Тому вибір режимних параметрів процесу нагрівання (сушіння) — температури і швидкості руху теплоносія — відіграє важливу роль при визначенні технологічного режиму в конкретних умовах виробництва. Оптимізація процесів нагрівання та сушіння таких матеріалів є актуальним завданням, вирішення якого дасть змогу не допустити руйнування чи псування матеріалів, покращити експлуатаційні властивості готової продукції, ефективно використовувати теплову енергію та зменшити витрати виробничого часу [12]. Створення нових якісних композитів забезпечить економію матеріалів та зменшить масу і товщину виробів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Кондуктивний спосіб теплової обробки (нагрівання, сушіння) широко використовується на різних етапах поліграфічного виробництва [1, 12, 13]. Кількість теоретичних і практичних досліджень щодо конвективного способу є значною і вони далі продовжуються, особливо щодо високошвидкісної (струменевої) конвекції [16] та комбінованих способів (кондуктивно-конвективного, променево-конвективного, коли необхідно отримати менш жорсткий режим технологічного процесу [1]). Кондуктивний спосіб вивчений менше, особливо щодо поліграфічних матеріалів [1, 12]. Ще менше досліджений променевий (інфрачервоний, терморадіаційний) спосіб [15, 16]. Вивчення переваг різних способів теплової обробки сприятиме правильному вибору конструкції і режиму роботи відповідних сушарок та подальшому керуванню цими процесами. З огляду на це вважаємо актуальним удосконалення технологій теплової обробки завдяки розвитку аналітичних методів дослідження процесів нагріву і сушіння, які базуються на теоріях теплопровідності та тепломасоперенесення (термовологопровідності) [4, 5, 1, 2]. Передумовою (першим кроком) до розв'язання і дослідження нестационарних задач термовологопровідності (задач сушіння) для багат шарових тіл є розв'язання відповідних нестационарних задач теплопровідності (задач нагрівання). З розвитком інформаційних технологій відкриваються нові можливості дослідження згаданих вище способів теплової обробки матеріалів у поліграфічній індустрії [10, 1].

Мета статті — дослідження і створення необхідних кільк шарових (композитних) поліграфічних матеріалів із наперед заданими властивостями (кожен шар виконує свою потрібну роль), які будуть витримувати допустимі теплові навантаження, не втрачаючи якості під час виготовлення та експлуатації. Актуальним є виробництво та експлуатація спеціальних видів паперу і картону, палітурних кришок, пакувальних матеріалів (паковань), оздоблювальної поліграфічної продукції [7], військового і пожежного екіпірування [3], будівельних матеріалів, як дво- і більше шарових композитів (рис. 1).

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Нестационарна задача кондуктивної теплопровідності для двошарової пластини. Фізична постановка задачі. Розглядається необмежена пластина товщиною h ,

що складається з двох шарів (рис. 2), які мають різні теплофізичні параметри і товщини h_1, h_2 . Початкова температура цих шарів однакова і дорівнює t_0 . У початковий момент часу $\tau = 0$ її верхня поверхня $z=h$, що взаємодіє з навколишнім середовищем, згідно із законом конвективного теплообміну, піддається дії температурою t_c , а нижня поверхня $z=0$ нагрівається тепловим потоком q . На границі розділу $z=z_1$ приймаються умови ідеального теплового контакту. Потрібно знайти розподіл температури в довільній точці z цієї двошарової пластини залежно від часу.

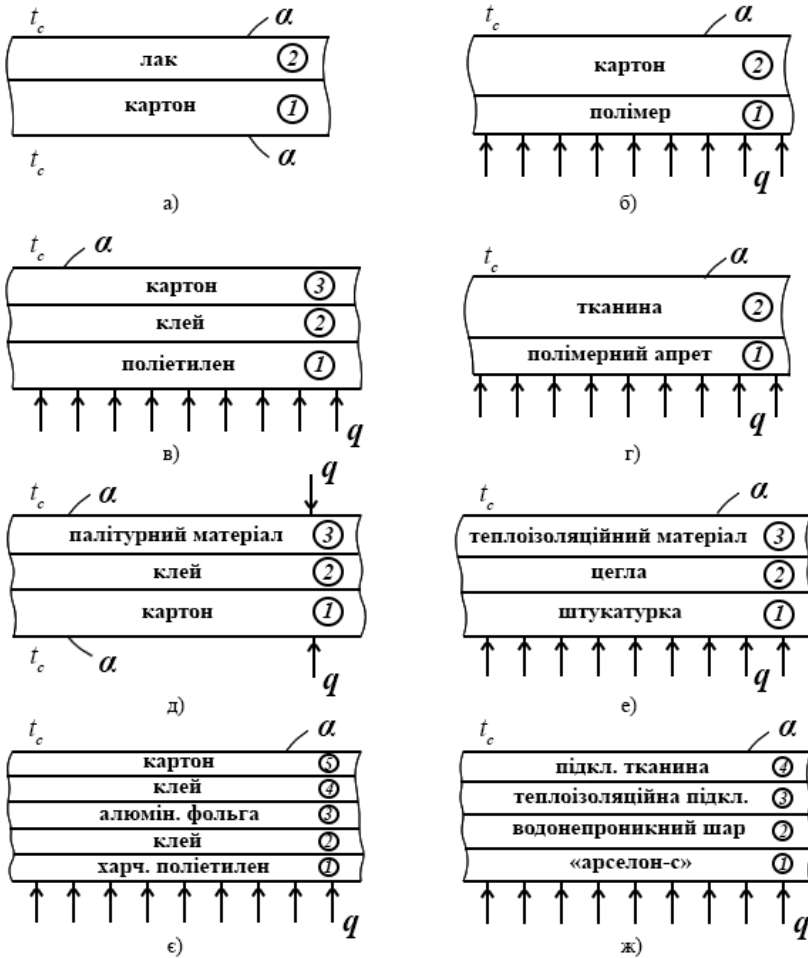


Рис. 1. Теплова обробка кількшарових пластин (композитів):

- а) — лакування на картон; б) — припресування полімерної плівки на картон;
- в) — припресування харчової плівки на картон при виготовленні пакування;
- г) — насичення тканини полімерним апретом при створенні військового екіпірування;
- д) — конвективне чи променеве сушіння палітурних кришок;
- е) — нагрівання стіни будинку; є) — виготовлення асептичного пакування;
- ж) — виготовлення і експлуатація комплекту бойового екіпірування пожежного

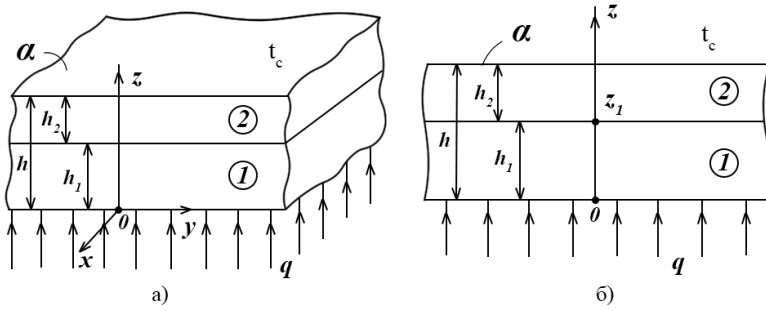


Рис. 2. Схема перерізу двошарової пластини, що кондуктивно нагрівається тепловим потоком q :
 а) — тривимірна; б) — двовимірна

Математична постановка запропонованої нестационарної задачі теплопровідності має таке трактування [4, 6]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial \tau} & (j = 1; 2), & (1) \\ \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} + \alpha(T_2 - T_c) = 0 & \text{при } z = h, & (2) \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -qS_+(\tau) & \text{при } z = 0, & (3) \\ T_1(z, \tau) = T_2(z, \tau) & \text{при } z = z_1, & (4) \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} & \text{при } z = z_1, & (5) \\ T_j(z, \tau) = 0 & \text{при } \tau = 0, & (6) \end{cases}$$

де $T_j = t_j - t_\theta$, $T_c = t_c - t_\theta$; t_c , t_θ — задані величини; a_j, λ_j — коефіцієнти температуропровідності і теплопровідності шарів 1 і 2, відповідно; α — коефіцієнт теплообміну між шаром 2 і контактуючим з ним зовнішнім середовищем; q — величина густини

теплого потоку; $S_+(\tau) = \begin{cases} 1, \tau > 0, \\ 0, \tau \leq 0, \end{cases}$ — асиметрична функція Гевісайда [6].

Задача (1)–(6) математично розв’язана у роботах [1, 6]. Її загальний розв’язок має такий вигляд:

$$T_1(z, \tau) = T_c + \frac{q}{\alpha} \left(1 + \frac{\alpha h_2}{\lambda_2} \right) - \frac{q}{\lambda_1} \left(z - z_1 + z_1 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(1)} \sin\left(\frac{z - z_1}{z_1} \nu_n\right) e^{-\nu_n^2 \frac{\alpha_1 \tau}{z_1^2}} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(2)} \cos\left(\frac{z}{z_1} \mu_n\right) e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha_1 \tau}{z_1^2}} \right), \quad (7)$$

$$T_2(z, \tau) = T_c + \frac{q}{\alpha} \left[1 + \frac{\alpha}{\lambda_2} (h - z) \right] - \frac{2z_1}{\lambda_2} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left[q \left(K \cos \mu_{hn} + \frac{\alpha z_1 \sin \mu_{hn}}{\lambda_1 \mu_n} \right) + \alpha T_c (K \cos \mu_n \cos \mu_{1n} - \sin \mu_n \sin \mu_{1n}) \right] e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha_1 \tau}{z_1^2}}, \quad (8)$$

де значення величин $A_n^{(1)}, A_n^{(2)}, B_n, v_n, \mu_{hn}, \mu_n, K$ визначаються з певних співвідношень, μ_n — корені відповідного характеристичного рівняння. Зазначимо, що за допомогою безпосередньої підстановки можна перекопати у тому, що розв'язки $T_1(z, \tau)$ і $T_2(z, \tau)$ аналітично повністю задовольняють рівняння (1) і умови (2)–(5). Для зручності створення комп'ютерної програми обрахунку температур $T_1(z, \tau)$, $T_2(z, \tau)$ вирази (7), (8) запишемо у зручному для програмування (блочному, критеріальному) вигляді:

$$T_1(Z, Fo) = T_c + \frac{Q}{Bi} [1 + Bi(1 - Z + K_h K_\lambda)] - \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_1^{(1)}(z, v_n) e^{-v_n^2 Fo} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_1^{(2)}(z, \mu_n)}{\Psi(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 Fo},$$

$$T_2(Z, Fo) = T_c + \frac{Q}{Bi} [1 + Bi K_\lambda (1 - Z + K_h)] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_2(z, \mu_n)}{\Psi(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 Fo},$$

де $\Phi_1^{(1)}(z, v_n) = 2Q \frac{\sin((Z-1)v_n)}{v_n^2 \sin v_n} = 2Q \frac{(-1)^{n+1}}{v_n^2} \sin((Z-1)v_n),$

$$\Phi_1^{(2)}(z, \mu_n) = 2 \left[Q \left(K \cos \mu_{an} + Bi \frac{\sin \mu_{an}}{\mu_n} \right) + T_c Bi K \cos \mu_n \right] \frac{\cos(\mu_n Z)}{\cos \mu_n},$$

$$\Phi_2(z, \mu_n) = 2 \left[Q \left(K \cos \mu_{hn}(z) + Bi \frac{\sin \mu_{hn}(z)}{\mu_n} \right) + T_c Bi (K \cos \mu_n \cos \mu_{in}(z) - \sin \mu_n \sin \mu_{in}(z)) \right],$$

$$\Psi(\mu_n) = \mu_n \cos \mu_n \left\{ \sin \mu_{an} [K^2 + Bi(K^2 K_2 K_\lambda + 1)] + \mu_n K \cos \mu_{an} (K^2 K_2 K_\lambda + 1) \right\} + K \mu_n \sin \mu_n \left\{ \cos \mu_{an} [1 + Bi(K_2 K_\lambda + 1)] - \mu_n K \sin \mu_{an} (K_2 K_\lambda + 1) \right\};$$

$v_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2}$ – розв'язки (корені) характеристичного рівняння $\cos v = 0, (n = 1, 2, 3, \dots)$;

μ_n – розв'язки (корені) певного характеристичного рівняння $(n = 1, 2, 3, \dots), \mu = i \sqrt{\frac{s}{a_1}} z_1,$

$$\mu_a = \mu \sqrt{K_a} K_2, \mu_{an} = \mu_n \sqrt{K_a} K_2, \mu_{hn}(z) = \mu_n \sqrt{K_a} \frac{h-z}{z_1}, \mu_{in}(z) = \mu_n \sqrt{K_a} \frac{z-z_1}{z_1}, K = \frac{\sqrt{K_a}}{K_\lambda},$$

$$K_c = \frac{K_\lambda}{\sqrt{K_a}} = \frac{1}{K}, K_a = \frac{a_1}{a_2}, K_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, K_2 = \frac{h_2}{h_1} = K_h, Bi = \frac{a h_1}{\lambda_1}, Fo = \frac{a_1 \tau}{h_1^2}, Z = \frac{z}{h_1}, Q = \frac{q h_1}{\lambda_1}.$$

2. Стационарні задачі кондуктивної теплопровідності для дво- та тришарової пластин. Спочатку розв'яжемо відповідну до нестационарної задачі теплопровідності (1)–(6) стационарну задачу для двошарової пластини:

$$\begin{cases} \frac{d^2 T_1}{dz^2} = 0, & 0 \leq z \leq z_1, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 \frac{dT_1}{dz} = -q & z = 0, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 T_2}{dz^2} = 0, & z_1 \leq z \leq h, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \lambda_2 \frac{dT_2}{dz} + \alpha(T_2 - T_c) = 0, & z = h, \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} T_1(z) = T_2(z), & \lambda_1 \frac{dT_1}{dz} = \lambda_2 \frac{dT_2}{dz}, \quad z = z_1, \end{cases} \quad (15)$$

де $T_j = t_j - t_0, T_c = t_c - t_0, t_c, t_0$ — задані величини, $(j = 1, 2)$.

Розв’язки рівнянь (11), (13) подамо у вигляді:

$$T_1(z) = A_1 e^{\alpha z} + B_1 e^{\lambda_1 z} = A_1 + B_1 z, \quad T_2(z) = A_2 e^{\alpha z} + B_2 e^{\lambda_2 z} = A_2 + B_2 z,$$

де постійні A_1, B_1, A_2, B_2 знаходимо з граничними умовами (12), (14), (15) розв’язанням наступної системи:

$$\begin{cases} \lambda_2 B_2 + \alpha(A_2 + B_2 h - T_c) = 0, \\ \lambda_1 B_1 = -q, \\ A_1 + B_1 z_1 = A_2 + B_2 z_1, \\ \lambda_1 B_1 = \lambda_2 B_2. \end{cases}$$

У результаті отримуємо розв’язок задачі (11)–(15):

$$T_2(z) = T_2^{ст}(z) = T_c + q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{h-z}{\lambda_2} \right), \quad z_1 \leq z \leq h; \quad (16)$$

$$T_1(z) = T_1^{ст}(z) = T_c + q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{z_1-z}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} \right), \quad 0 \leq z \leq z_1, \quad (17)$$

який збігається із стаціонарною частиною виразів (1), (8).

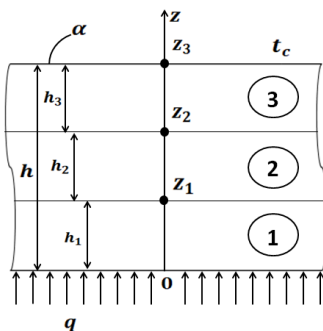


Рис. 3. Схема перерізу тришарової пластини, що кондуктивно нагрівається тепловим потоком q

Далі розв’яжемо стаціонарну кондуктивну задачу теплопровідності для тришарової пластини. Фізична постановка задачі аналогічна як і для двошарової пластини (рис. 2, 3). Математична постановка має аналогічний до задачі (11)–(15) вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d^2 T_1}{dz^2} = 0, & 0 \leq z \leq z_1, \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 \frac{dT_1}{dz} = -q, & z = 0, \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 T_2}{dz^2} = 0, & z_1 \leq z \leq z_2, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 T_3}{dz^2} = 0, & z_2 \leq z \leq h, \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \lambda_3 \frac{dT_3}{dz} + \alpha(T_3 - T_c) = 0, & z = h, \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} T_1(z) = T_2(z), & \lambda_1 \frac{dT_1}{dz} = \lambda_2 \frac{dT_2}{dz}, & z = z_1, \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} T_2(z) = T_3(z), & \lambda_2 \frac{dT_2}{dz} = \lambda_3 \frac{dT_3}{dz}, & z = z_2, \end{cases} \quad (24)$$

де $T_j = t_j - t_0$, $T_c = t_c - t_0$ ($j=1,2,3$); t_c , t_0 — задані величини; a_j, λ_j — коефіцієнти теплопровідності і теплопроводності, відповідно, шарів 1, 2, 3 (рис. 3); α — коефіцієнт теплообміну між шаром 3 і контактуючим з ним зовнішнім середовищем; q — величина густини теплового потоку.

Розв'язки рівнянь (18), (20), (21) наводимо у вигляді:

$$T_1(z) = A_1 + B_1 z, \quad T_2(z) = A_2 + B_2 z, \quad T_3(z) = A_3 + B_3 z,$$

де постійні $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ знаходимо згідно з граничними умовами (19), (22)–(24) розв'язанням наступної системи:

$$\begin{cases} \lambda_1 B_1 = -q, \\ \lambda_3 B_3 + \alpha(A_3 + B_3 h - T_c) = 0, \\ \lambda_1 B_1 = \lambda_2 B_2, \\ \lambda_2 B_2 = \lambda_3 B_3, \\ A_1 + B_1 z_1 = A_2 + B_2 z_1, \\ A_2 + B_2 z_2 = A_3 + B_3 z_2. \end{cases}$$

У результаті приходимо до розв'язку задачі (18)–(24):

$$T_3(z) = T_3^{\text{CT}}(z) = T_c + q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{h-z}{\lambda_3} \right), \quad z_2 \leq z \leq h, \quad (25)$$

$$T_2(z) = T_2^{\text{CT}}(z) = T_c + q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{z_2-z}{\lambda_2} + \frac{h_3}{\lambda_3} \right), \quad z_1 \leq z \leq z_2, \quad (26)$$

$$T_1(z) = T_1^{\text{CT}}(z) = T_c + q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{z_1-z}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} + \frac{h_3}{\lambda_3} \right), \quad 0 \leq z \leq z_1. \quad (27)$$

Чисельний експеримент. Для визначення поведінки нестационарної температури в різних точках двошарової пластини залежно від часу зроблено чисельні обрахунки за допомогою формул (9), (10) в середовищі алгоритмічної мови Fortran. Чисельний аналіз проводився для двошарового композита, виготовленого з поліуретану (перший шар) та картону (другий шар) (рис. 2). Вибір цих матеріалів зумовлений істотними відмінностями теплофізичних параметрів λ і α для поліуретану та картону, що дає змогу спостерігати за виникненням великих температурних градієнтів, особливо у шарі поліуретану. Теплофізичні параметри поліуретану: $\lambda_1 = 0,026 \frac{\text{Вт}}{(\text{м}^2 \cdot \text{C})}$, $a_1 = 0,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ [1, 9]; картону: $\lambda_2 = 0,2 \frac{\text{Вт}}{(\text{м}^2 \cdot \text{C})}$, $a_2 = 0,174 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, $\alpha \approx 11,7 \frac{\text{Вт}}{(\text{м}^2 \cdot \text{C})}$ [1, 9]; $t_0 = +10^\circ \text{C}$, $t_c = +30^\circ \text{C}$, $q = 1000 \text{ Вт/м}^2$. Ці вхідні температурні параметри відповідають виробничим та експериментальним значенням [2, 11, 9].

За формулами (9), (10) розраховано розподіли температури у часі для двошарової пластини (композита) поліуретан-картон товщиною 10 мм (1 мм + 9 мм) та 2 мм (1 мм + 1 мм) (рис. 4). В обох випадках температура набуває максимального значення в кінці процесу нагрівання пластини (тобто, коли пластина повністю прогріється). Температурні градієнти (перепади по товщині пластини) виникають з перших часових моментів і досягають максимальних значень у кінці нагріву. Поліуретан значно кращий теплоізолятор, ніж картон (бо добре затримує тепло), тому виникаючі в ньому температурні градієнти значно більші, ніж в картоні (рис. 4, б), г). Зі збільшенням товщини пластини зростає величина градієнтів температури між поверхнями пластини (рис. 4, б), г). Означені градієнти при досягненні критичних значень породжують небезпечні напруження і деформації, які призво-

дять до псування композита (розшарування чи розтріскування). Особливо вказані напруження і деформації небезпечні на лінії розділу $z=h_1$ через значну різницю теплофізичних параметрів шарів. Про тривалість прогрівання пластин тепловим потоком $q=1000 \text{ Вт/м}^2$ можна судити з других часових осей для реального часу τ (рис. 4, а), в): для першої пластини прогрівання триває ≈ 1 год., для другої — $\approx 0,1$ год. (6 хв.). Крім того, нестационарні температурні графіки з рис. 4 дають можливість спостерігати максимальні значення температури, які виникають в композиті під час прогрівання. Наприклад, при нагріванні тепловим потоком $q=1000 \text{ Вт/м}^2$ композита поліуретан-картон товщиною 10 мм на поверхні $z=0$ виникає максимальна температура $\approx 190^\circ\text{C}$ (рис. 4, а). Для поліуретану це критичне значення температури, яке призводить до його розплавлення [8].

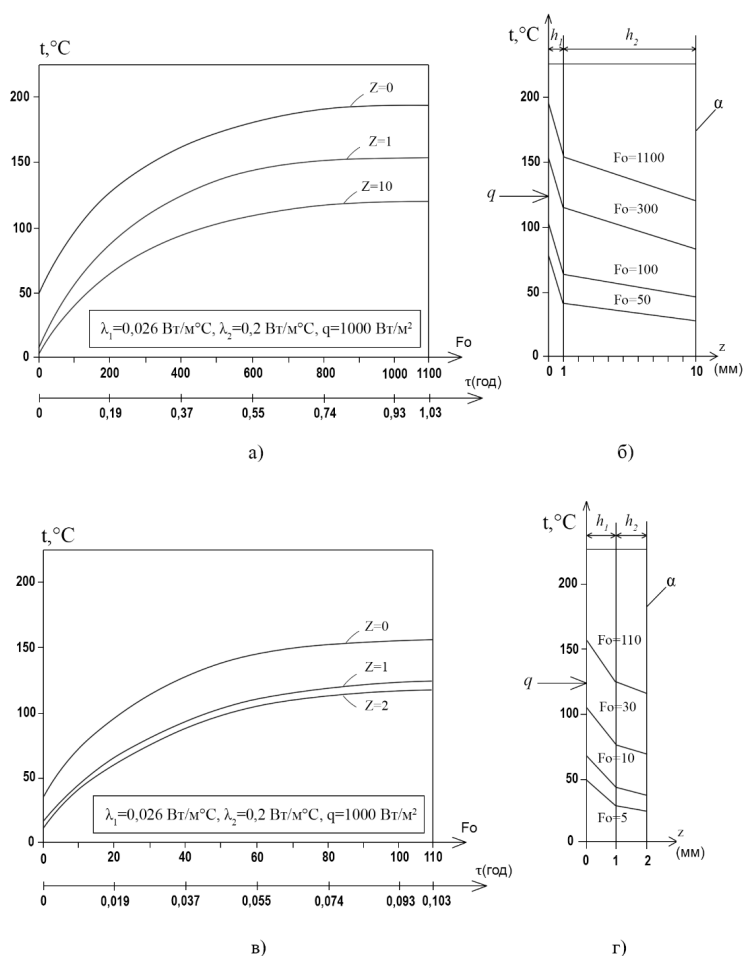


Рис. 4. Нестационарні розподіли температури в часі при кондуктивному нагріві тепловим потоком q двошарової пластини поліуретан-картон товщиною 10 мм (1 мм + 9 мм) і товщиною 2 мм (1 мм + 1 мм): а), в) — залежно від часу; б), г) — по товщині пластини

Для визначення поведінки стаціонарних температур в різних точках дво- і тришарової пластин здійснені чисельні обрахунки за допомогою формул (16)–(17) та (25)–(27). Обчислення виконано для композитів поліуретан-картон 10 мм (утеплювач); поліпропілен-картон 10 мм, поліетилен-картон 10 мм, поліетилен-клей-картон 4 мм (пакування); картон-клей-бавовна 3 мм, картон-клей-льон 3 мм (палітурні кришки) (рис. 5). Теплофізичні параметри матеріалів: картон $\lambda=0,2$ Вт/(м²°С), $\alpha=11,7$ Вт/(м²°С) на рис. 5 а), б), в), $\alpha=15$ Вт/(м²°С) на рис. 5 г) [9]; поліуретан ($\lambda=0,026$ Вт/(м²°С)) [9]; поліпропілен ($\lambda=0,1$ Вт/(м²°С)) [9]; поліетилен ($\lambda=0,3$ Вт/(м²°С)) [9]; клей ПВА ($\lambda=0,16$ Вт/(м²°С)) [14]; бавовна ($\lambda=0,042$ Вт/(м²°С), $\alpha=15$ Вт/(м²°С)) [9]; льон ($\lambda=0,1$ Вт/(м²°С), $\alpha=15$ Вт/(м²°С)) [14]. Композити підігрівались через нижню поверхню $z=0$ тепловим потоком $q=1000$ Вт/м², температура навколишнього середовища $t_c = +30$ °С. Ці вхідні температурні параметри відповідають виробничим та експериментальним значенням [2, 11, 9].

Поліуретан використовується у будівельній, автомобільній, взуттєвій та інших галузях [8]. У пакувальній справі поліуретан майже не використовується [8], а використовуються інші полімери, наприклад, поліпропілен, поліетилен. Тому далі у розрахунках розглядаються такі композити, як поліпропілен-картон, поліетилен-картон, поліетилен-клей-картон, які широко застосовують у пакувальній і оздоблювальній поліграфічній продукції. Як бачимо з рис. 5, а), б), в), температурні градієнти в другому і третьому композитах значно менші, ніж у першому. Тобто матеріали цих двох композитів підібрані так, щоб температурні градієнти не дуже відрізнялись у різних шарах композита. Тоді композити будуть витримувати температурні перепади у процесі їх виробництва та експлуатації (на лініях розділу між шарами не будуть виникати великі температурні напруження, які можуть призвести до появи деформацій чи тріщин), а отже, терміни їх використання зростуть. Як палітурні кришки порівнюємо композити картон-клей-бавовна та картон-клей-льон. Як бачимо з рис. 5, д), е), льон краще підходить як покрівельний матеріал палітурки відносно теплофізичних властивостей, ніж бавовна, бо має менші температурні градієнти. Крім того, графіки стаціонарної температури (рис. 5) дають змогу спостерігати максимальні значення температури, які виникають в шарах розглянутих композитів. Наприклад, під час нагрівання тепловим потоком $q=1000$ Вт/м² композита поліетилен-клей-картон (рис. 5, г) на поверхні $z=0$ виникає максимальна температура ≈ 115 °С, яка для поліетилену вже є критичною, що призводить до його руйнування (розплавлення) [8].

Висновки. 1. Внаслідок розв'язання нестационарної задачі кондуктивної теплопровідності для двошарової пластини та відповідних стаціонарних задач для двота тришарової пластин і розробленого відповідного програмного модуля отримано графіки станів нестационарної температури залежно від часу і товщини для двошарового композита поліуретан-картон; графіки поведінки стаціонарної температури залежно від товщини для двошарових композитів (поліуретан-картон, поліпропілен-картон, поліетилен-картон) і тришарових композитів (поліетилен-клей-картон, картон-клей-бавовна, картон-клей-льон). Уточнено теплофізичні параметри картону, бавовни, льону, клею ПВА та відповідних полімерів, що дало змогу змодельовати процеси

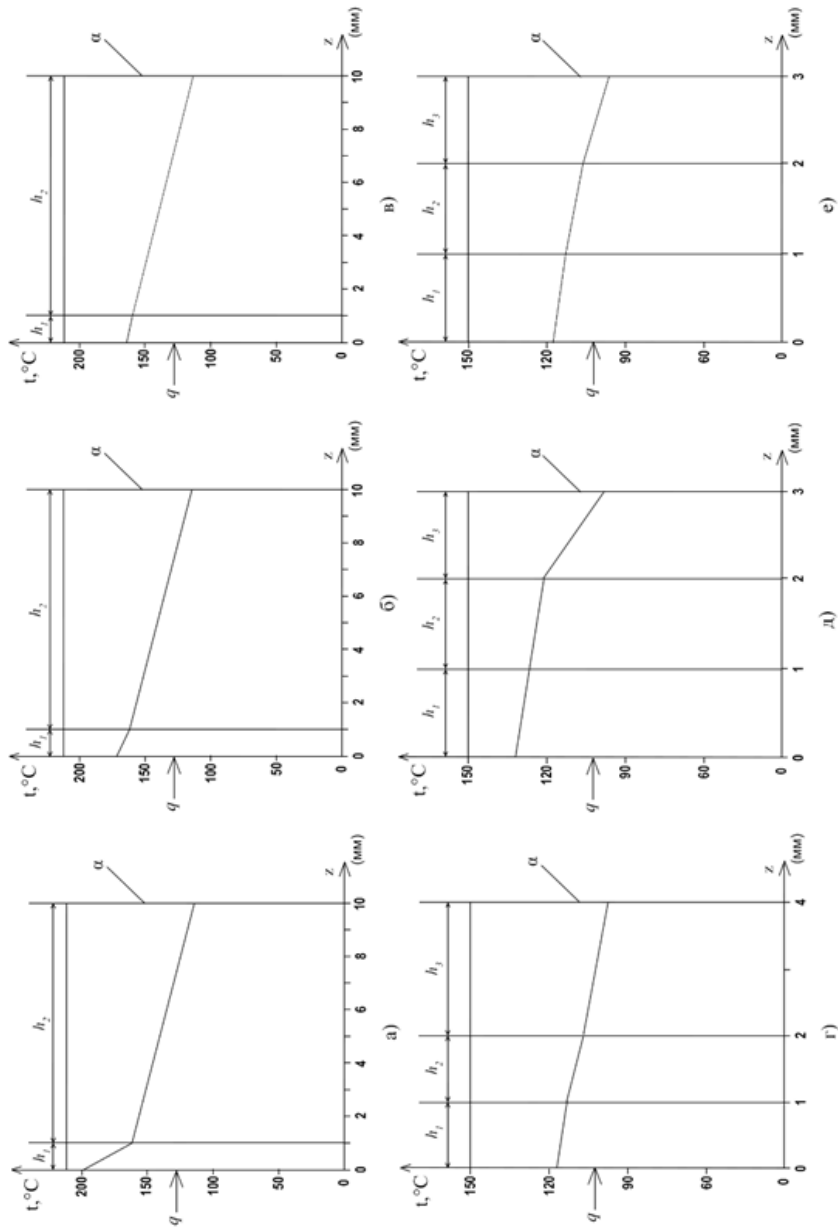


Рис. 5. Стационарні розподіли температури по товщині при кондуктивному нагріванні тепловим потоком q пластин (композитів):
 а) — поліуретан-картон 10 мм (1 мм + 9 мм) (утеплювач); б) — поліпропілен-картон 10 мм (1 мм + 9 мм) (пакування);
 в) — поліетилен-картон 10 мм (1 мм + 9 мм) (пакування); г) — поліетилен-клей-картон 4 мм (1 мм + 1 мм + 2 мм) (пакування);
 д) — картон-клей-бавовна 3 мм (1 мм + 1 мм + 1 мм) (палітурна кришка);
 е) — картон-клей-льон 3 мм (1 мм + 1 мм + 1 мм) (палітурна кришка)

нагрівання розглянутих композитів і вибирати оптимальний режим їх прогрівання. Розглянуті задачі корисні для вивчення процесів теплової обробки (нагрівання, сушіння) поліграфічної продукції, таких, наприклад, як виробництво і експлуатація картону, паперу, текстильних матеріалів, палітурних кришок, пакувальних матеріалів (паковань), оздоблювальної поліграфічної продукції тощо.

2. За допомогою отриманих графіків ведеться спостереження за виникаючими температурними градієнтами, вивчається їх вплив у цьому процесі. Встановлено, що при кондуктивному нагріванні із збільшенням товщини матеріалу збільшуються перепади (градієнти) температури між поверхнями пластини. Вказані градієнти при досягненні критичних значень породжують небезпечні температурні напруження і деформації, які призводять до псування матеріалу. Крім того, що більша товщина пластини, то довший час виходу температури на стаціонарний режим, тобто пластини довше прогрівається.

3. Незначні різниці температурних градієнтів у тришаровому композиті картон-клей-льон (рис. 5, е) забезпечують використання рекомендованого композита для виготовлення палітурної кришки, а композита поліетилен-клей-картон (рис. 5, г) — для виготовлення асептичного пакування. Необхідно підібрати матеріали шарів у розглянутому композиті таким чином, щоб температурні градієнти в них не дуже відрізнялись, тоді композит буде краще витримувати ці температурні перепади (на лініях розділу не будуть виникати великі температурні напруження і деформації, які можуть призвести до розшарування) і буде довше служити.

4. Підтверджено чисельними розрахунками, що картон, бавовна, а особливо поліуретан — добрі теплоізоляційні матеріали, що затримують тепло. З графіків видно, що чим менший коефіцієнт теплопровідності λ матеріалу, тим краще він затримує тепло (тобто є кращим теплоізолятором). Цей факт добре відомий на практиці. Згідно із значенням λ інженер-технолог може визначити рівень теплопровідності пластини з певного матеріалу.

5. Задачі розглянутого типу будуть корисними для визначення нестаціонарних полів температури і вологовмісту, напружень і деформацій у композитах, таких як спеціальні види паперу чи картону, палітурні кришки, сучасні пакувальні матеріали тощо. Наслідком різниці теплофізичних і фізико-механічних параметрів при нагріванні чи сушінні таких композитів є жолоблення, відшарування та розтріскування матеріалу. Знаходження і вивчення нестаціонарних значень вологовмісту, температурних і вологісних напружень і деформацій — це наступні кроки дослідження таких задач. Отримані знання уможливають керування тепловим процесом та вибір оптимального режиму нагрівання чи сушіння поліграфічного матеріалу.

6. Математичне моделювання теплової обробки та вивчення поведінки різних способів нагрівання розглянутих композитних матеріалів дають змогу розробляти нові матеріали з наперед заданими властивостями. Результати досліджень можуть бути рекомендовані поліграфічному виробництву, використовуватись при виготовленні текстильних матеріалів для формування комплектів бойового військового, пожежного і медичного екіпірування, а також бути корисними в інших галузях, де використовується тепла обробка.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Сасс Т. С. Інформаційні технології удосконалення процесів сушіння поліграфічних матеріалів : дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06. Львів, 2015. 202 с.
2. Коляно Я. Ю., Сасс Т. С. Дослідження поведінки перехідних полів температури і потенціалу вологоперенесення в процесі кондуктивного сушіння картону. *Поліграфія і видавнича справа*. 2016. № 2 (72). С. 136–155.
3. Розвиток методів розрахунку кінетичних параметрів з метою удосконалення технологічних процесів створення технічного текстилю та матеріалів для формування комплексів бойового екіпірування / Ванкевич П. І., Черненко А. Д., Іваник Є. Г., Коляно Я. Ю. *Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави* : зб. тез доповідей III Міжнародної науково-практичної конференції (Одеса, 22 жовтня 2021 р.). Одеса : Військова академія, 2021. С. 16–17.
4. Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. Київ : Наукова думка, 1992. 280 с.
5. Коляно Я. Ю., Сасс Т. С., Іваник Е. Г. Моделирование кондуктивной сушки полиграфических материалов капиллярно-пористой коллоидной структуры. *Инженерно-физический журнал*. 2018. 91. № 5. С. 1231–1241.
6. Коляно Я. Ю., Сасс Т. С. Нестационарна задача теплопроводності для двошарової плити щодо сушіння поліграфічної продукції. *Комп'ютерні технології друкарства*. 2009. № 21. С. 226–234.
7. Моделювання теплової обробки одно- та кількшарових матеріалів у поліграфічних процесах / Коляно Я. Ю., Стрепко І. Т., Свирид О. Р., Бабич О. Є., Мельник К. І. *Комп'ютерні технології друкарства*. 2019. № 1 (41). С.102–115.
8. Дослідження процесу нестационарного конвективного нагрівання одношарових поліграфічних матеріалів / Коляно Я. Ю., Стрепко І. Т., Марчук (Свирид) О. Р., Мельник К. І. *Комп'ютерні технології друкарства*. 2020. № 1 (43). С. 97–115.
9. Чисельне порівняння нестационарного конвективного і кондуктивного нагрівання одношарових поліграфічних матеріалів / Коляно Я. Ю., Сеньківський В. М., Марчук (Свирид) О. Р., Мельник К. І. *Поліграфія та видавнича справа*. 2020. № 2 (80). С. 81–99.
10. Інформаційні технології формування якості книжкових видань : монографія / Піх І. В., Дурняк Б. В., Сеньківський В. М., Голубник Т. С. Львів : УАД, 2017. 308 с.
11. Шолота К. В. Інтенсифікація процесу сушіння композитних деревинних матеріалів : автореф. дис. канд. техн. наук. Львів : Український державний лісотехнічний університет, 1998. 19 с.
12. Шот Р. І., Стрепко І. Т. Теплові процеси в поліграфії : навч. посіб. Львів : УАД «Фенікс», 1998. 202 с.
13. Гавенко С. Ф., Мартинюк М. С. Технологія ламінування друкарських відбитків : навч. посіб. Львів : УАД, 2008. 80 с.
14. Мельник К. І. Математичне моделювання теплової обробки дво- і більшшарових поліграфічних матеріалів : маг. робота. Львів : УАД, 2021. 110 с.
15. Гавенко С. Ф., Йордан Г. М. Технологія мікрохвильового висушування книжкових блоків. Львів : УАД, 2012. С. 144.
16. Handbook of Industrial Drying. Fourth Edition. Boca Raton (USA), 2015. 1333 p.

REFERENCES

1. Sass, T. S. (2015). Informatsiini tekhnolohii udoskonalennia protsesiv sushinnia polihrafichnykh materialiv : dys. ... kand. tekhn. nauk: 05.13.06. Lviv (in Ukrainian).
2. Koliano, Ya. Yu., & Sass, T. S. (2016). Doslidzhennia povedinky perekhidnykh poliv temperatury i potentsialu volohoperenesennia v protsesi konduktyvnoho sushinnia kartonu: Polihrafia i vydavnycha sprava, 2 (72), 136–155 (in Ukrainian).
3. Vankevych, P. I., Chernenko, A. D., Ivanyk, Ye. H., & Koliano, Ya. Yu. (2021). Rozvytok metodiv rozrakhunku kinetychnykh parametriv z metoiu udoskonalennia tekhnolohichnykh protsesiv stvorennia tekhnichnoho tekstyliu ta materialiv dlia formuvannia komplektiv boiovoho ekipiruvannia. Spilni dii viiskovykh formuvan i pravookhoronnykh orhaniv derzhavy : zb. tez dopovidei III Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii (Odesa, 22 zhovtnia 2021 r.). Odesa : Viiskova akademiia, 16–17 (in Ukrainian).
4. Koljano, Ju. M. (1992). Metody teploprovodnosti i termouprugosti neodnorodnogo tela. Kyiv : Naukova dumka (in Russian).
5. Koljano, Ja. Ju., Sass, T. S., & Ivanik, E. G. (2018). Modelirovanie konduktivnoy sushki poligraficheskikh materialov kapilljarno-poristoj kolloidnoj struktury: Inzhenerno-fizicheskij zhurnal, 91, 5, 1231–1241 (in Russian).
6. Koliano, Ya. Yu., & Sass, T. S. (2009). Nestatsionarna zadacha teploprovodnosti dlia dvosharovoivoi plyty shchodo sushinnia polihrafichnoi produktsii: Komp'uterni tekhnolohii drukarstva, 21, 226–234 (in Ukrainian).
7. Koliano, Ya. Iu., Strepko, I. T., Svyryd, O. R., Babych, O. Ye., & Melnyk, K. I. (2019). Modeliuvannia teplovoivo obrobky odno- ta kilkasharovykh materialiv u polihrafichnykh protsesakh: Komp'uterni tekhnolohii drukarstva, 1 (41), 102–115 (in Ukrainian).
8. Koliano, Ya. Yu., Strepko, I. T., Marchuk (Svyryd), O. R., & Melnyk, K. I. (2020). Doslidzhennia protsesu nestatsionarnoho konvektyvnoho nahrivannia odnosharovykh polihrafichnykh materialiv: Komp'uterni tekhnolohii drukarstva, 1 (43), 97–115 (in Ukrainian).
9. Koliano, Ya. Yu., Senkivskiy, V. M., Marchuk (Svyryd), O. R., & Melnyk, K. I. (2020). Chyselne porivniannia nestatsionarnoho konvektyvnoho i konduktyvnoho nahrivannia odnosharovykh polihrafichnykh materialiv: Polihrafia ta vydavnycha sprava, 2 (80), 81–99 (in Ukrainian).
10. Pikh, I. V., Durniak, B. V., Senkivskiy, V. M., & Holubnyk, T. S. (2017). Informatsiini tekhnolohii formuvannia yakosti knyzhkovykh vydan. Lviv : UAD (in Ukrainian).
11. Sholota, K. V. (1998). Intensyfikatsiia protsesu sushinnia kompozytnykh derevnynykh materialiv : avtoref. dys. kand. tekhn. nauk. Lviv : Ukrainyskiy derzhavnyi lisotekhnichnyi universytet (in Ukrainian).
12. Shot, R. I., & Strepko, I. T. (1998). Teplovi protsesy v polihrafii. Lviv : UAD «Feniks» (in Ukrainian).
13. Havenko, S. F., & Martyniuk, M. S. (2008). Tekhnolohiia laminuvannia drukarskykh vidbytkiv. Lviv : UAD (in Ukrainian).
14. Melnyk, K. I. (2021). Matematychno modeliuvannia teplovoivo obrobky dvo- i bilshesharovykh polihrafichnykh materialiv. Lviv : UAD (in Ukrainian).
15. Havenko, S. F., & Yordan, H. M. (2012). Tekhnolohiia mikrokhvylovoivo vysushuvannia knyzhkovykh blokiv. Lviv : UAD (in Ukrainian).
16. Handbook of Industrial Drying. Fourth Edition. Boca Raton (USA), 2015 (in English).

RESEARCHING OF CONDUCTIVE HEATING OF TWO- AND THREE-LAYER PRINTING MATERIALS

Ya. Yu. Kolyano, V. M. Senkivskyy, K. I. Melnyk, M. M. Klyuch

*Ukrainian Academy of Printing,
19, Pid Holoskom St., Lviv, 79020 Ukraine
kolyanoslav@gmail.com*

Trends in modern printing production aimed to increase the barrier and strength characteristics of printing materials lead to an ever wider use of multi-layer materials (composites). Each layer in these composites is created from a material with qualitatively different properties and has its purpose. Many of them are exposed to heat treatment (heating, drying) at various production and operations phases. The main obstacle for the intensive heat treatment of materials is significant changes (gradients) of temperature and moisture that result in printing materials' tension and deformation. Therefore, the work presents graphs of the conductive temperature for two- and three-layer plane-parallel composite printing materials, on which the emerging temperature gradients are observed and their significance is studied in this process.

In this paper, an approach is suggested to the study of heat treatment processes (heating, drying) of certain printing materials based on the theory of non-stationary thermal conductivity by O. V. Lykov. Two- and three-layer plates (composites) are considered for the conductive (contact) heating method. There are polyurethane-cardboard, polypolypropylene-cardboard, polyethylene-cardboard, polyethylene-glue-cardboard, cardboard-glue-cotton, and cardboard-glue-linen. The materials of the layers of some of the proposed composites are selected in such a way that the temperature gradients in them do not differ much. It will allow these composites to withstand temperature changes during manufacture and operation better, therefore their useful life will increase. The results of the calculations can be recommended to enterprises of both printing and other production industries where heat treatment of materials is used. Due to this, it is possible to optimize technological processes and ensure the necessary quality indicators of products.

Keywords: *heat treatment; printing industry; conduction heating; transient heat conduction; mathematical model; thermophysical properties; temperature gradients; composites.*

Стаття надійшла до редакції 29.09.2022.

Received 29.09.2022.