УДК 681.629.4

І. С. ЗОРИЧ, Т. Я. МАЗУРИК

ОПТИМАЛЬНА КОНФІГУРАЦІЯ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ЛАНКИ ДЛЯ ТАМПОДРУКУ

Для друкування на різноманітних предметах, які мають як плоску, так і складну криволінійну поверхню, останнім часом широко застосовують тамподрук. Цей вид друку грунтується на офсетному принципі, де сталева пластина безрастрового глибокого друку є друкарською формою, а функцію офсетного полотна виконує еластичний тампон з полімерного матеріалу. Висока еластичність тампона потрібна для охоплення якомога більшої площі при контакті як з друкарською формою, так і з поверхнею предмета, на який наносять зображення.

Якість зображення залежить від багатьох факторів і, зокрема, від конфігурації тампона. На практиці застосовують різноманітні конфігурації, проте вплив геометричної форми тампона на якість зображення залишається невиясненим. Досвід виготовлення й експлуатації різнотипних полімерних тампонів дає підстави припускати, що загальною причиною спотворення елементів зображення є видовження робочої поверхні тампона під час її контакту з поверхнею задрукованого предмета.

При постійних механічних властивостях певного полімерного матеріалу, а також за постійного зовнішнього тиску на тампон характер деформації його робочої поверхні залежить від початкової конфігурації. У такому розумінні геометрична форма тампона є фактором, який впливає на якість передачі зображення. Тому доцільно визначити геометрію тампона, яка забезпечила б мінімальні спотворення.

Розглянемо загальний випадок, коли конфігурація тампона утворюється обертанням лінії $y=f(x)$ довкола осі x. Як відомо, довжина дуги цієї лінії

$$l(x) = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2}\, dx ,$$

а площа поверхні, утвореної обертанням цієї дуги довкола осі x,

$$S = 2\pi \int_0^x y\,(1 + y'^2)\, dx.$$

Дією зовнішнього тиску утворюється робоча поверхня тампона, яка має в проекції на горизонтальну площину форму кола $S_n = -\pi l^2(x)$. Якщо поверхня S_n при накладанні на задруковану поверхню розтягується, то $S \neq S_p$, тобто

$$\Delta S = \pi \int_0^x \left[2y\sqrt{1 + y'^2} - (1 + y'^2)\right] dx. \qquad (1)$$

Щоб позбутися спотворень, необхідно знайти таку функцію $y(x)$ за умови її існування, для якої ΔS зменшується до мінімуму. З цих міркувань випливає така постановка задачі: на множині неперервних ліній, що проходять через початок координат, знайти таку функцію $y(x)$, де функціонал (1) досягає мінімуму. Це основна задача варіаційного числення, в якій необхідна умова мінімуму функціоналу (1) дається рівнянням Ейлера—Лагранжа

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right) = 0, \quad (2)$$

де
$$F = 2y\sqrt{1+y'^2} - (1+y'^2). \quad (3)$$

У даному випадку функція (3) не залежить від x, тому безпосередньо знаходимо перший інтеграл рівняння (2) у вигляді

$$F(y, y') - y'\frac{\partial F(y, y')}{\partial y'} = C_1. \quad (4)$$

Згідно з формулою(4) маємо нелінійне диференціальне рівняння

$$\frac{2y - (3y'^2 + 1)\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+y'^2}} = C_1, \quad (5)$$

інтегральна крива якого і є шуканою функцією, тобто екстремаллю функціоналу (1).

Заміною $y^1 = p$ рівняння (5) набуває вигляду

$$2y = \sqrt{1+p^2}(C_1 + 1 + 3p^2),$$

звідки після диференціювання знаходимо

$$dx = \frac{9p^2 + 7 + C_1}{2\sqrt{1+p^2}} dp. \quad (6)$$

Застосовуючи підстановку $p = \frac{1}{2}(e^t e^{-t})$, записуємо інтеграл рівняння (6) у вигляді

$$y = \frac{4}{9} x\sqrt{x} + C_2.$$

Постійна C_2 визначається граничною умовою $y=0$ при $x=0$, звідки $C_2=0$, що забезпечує симетричність твірної відносно осі x. Отже, оптимальна за критерієм (1) геометрична форма тампона існує і має вид поверхні обертання, утвореної лінією,

$$y = \frac{4}{9} x^{\frac{3}{2}}. \quad (7)$$

Така поверхня з достатньою точністю наближається до конуса з кутом 92° при вершині. Лабораторні випробування підтверджують вищу якість зображення при застосуванні тампона конічної форми порівняно з іншими (сферичною, параболічною тощо).

Конфігурація, утворена лінією (7), оптимальна за критерієм (1), якщо робоча поверхня тампона має форму кола. Неколовій робочій поверхні відповідатиме інша оптимальна конфігурація, яку можна визначити, задавши функціональний вид конкретної робочої поверхні. Без такої конкретизації рівняння Лагранжа—Ейлера не допускають розв'язку.

The article considers the determination of optimal configuration of transfers pads for tampoprinting.

Стаття надійшла до редколегії 15. 02. 85