

---

УДК 655.3

Є. І. КОТОЛЮЗ, Л. С. ЛУЦКІВ

**НАБЛИЖЕНЕ ВИЗНАЧЕННЯ  
ПРУЖНОГО СТАНУ  
В СТРІЧКОВИХ БОБІНАХ**

Розглянемо наближений аналіз пружнодеформованого стану групи бобін, які намотуються на окремі оправки, що знаходяться на спільному валі.

Нехай зусилля натягу на окремих бобінах розподілене нерівномірно і відсутнє проковзування між окремими оправками, на

які намотуються бобіни. Визначимо прирости напружень, що виникають в окремих бобінах.

Геометрично бобіна — це товстостінне циліндричне тіло, яке складається зі стрічкового матеріалу та повітряного зазору. Циліндричне тіло має велике число шарів стрічки малої товщини та проявляє в певній мірі властивості пружності.

Приймаємо, що вітки стрічки в бобінах знаходяться у пружному стані та після намотування не проковзують одна відносно іншої. Вітки стрічки у бобінах приймаємо за концентричні кільця з постійним коловим напруженням, яке змінюється від витка до витка. Товщина витка і його властивості одноманітні. Основні геометричні параметри бобіни та схема розподілу об'ємних сил у тілі намотаної бобіни показані на рисунку.

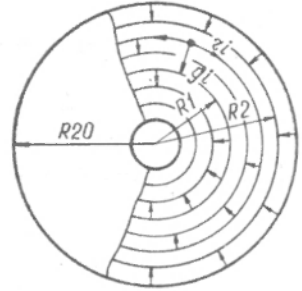


Схема розподілу об'ємних сил у тілі намотаної бобіни.

У процесі намотування стрічки за рахунок натягу відбуваються деформація стрічки та витка, а також незначне відносно проковзування витків, що призводить до змінання мікроповерхності стрічок, які закріплюють контактним тиском, і зближення витків [1]. Розмір зближення залежить від прикладеного зусилля натягу стрічки.

За умовою задачі зусилля натягу на окремих бобінах розподілене нерівномірно, тому неоднакове зближення поверхонь витків окремих бобін. Внаслідок різних значень зближення довжина стрічки в намотаній бобіні та радіуси окремих бобін теж різні.

Прийmemo одну з бобін за базову. Товщина  $h$  базового шару

$$h = h_0 + \delta_0, \quad (1)$$

де  $h_0$  — товщина стрічки;  $\delta_0$  — відстань між лініями впадин профілю шорсткості контактуючих поверхонь, яка визначає середнє значення зазору між витками, що залежить від шорсткості  $m_a$  і натягу  $i$ , є різною для кожної з бобін [1].

Знайдемо довжину намотаної стрічки в бобіні при зміні радіуса бобіни від  $R_1$  до  $R_2$ . Довжину  $L_i$  кожного витка можна визначити за відомою формулою, враховуючи послідовне збільшення радіуса на значення  $h$ :

$$L_1 = 2\pi [R_1 + 1(h_0 + \delta_0)],$$

$$L_2 = 2\pi [R_1 + 2(h_0 + \delta_0)],$$

$$L_3 = 2\pi [R_1 + 3(h_0 + \delta_0)],$$

$$\dots$$

$$L_n = 2\pi [R_1 + n(h_0 + \delta_0)], \quad (2)$$

де  $n$  — кількість витків, які знаходяться у шарі бобіни, обмеженої радіусами  $R_1$  і  $R_2$ . Довжину  $L$  намотаної стрічки визначаємо як суму довжин  $L_i$  кожного витка. Тоді на основі (2) записуємо

$$L = 2\pi [R_1 + 1(h_0 + \delta_0)] + 2\pi [R_1 + 2(h_0 + \delta_0)] + 2\pi [R_1 + 3(h_0 + \delta_0)] + \dots + 2\pi [R_1 + n(h_0 + \delta_0)]. \quad (3)$$

Після перетворень маємо

$$L = 2n\pi R_1 + 2\pi (h_0 + \delta_0) (1 + 2 + 3 + \dots + n). \quad (4)$$

Визначивши суму арифметичної прогресії, що знаходиться в дужках, із (3) отримуємо

$$L = 2n\pi R_1 + 2\pi (h_0 + \delta_0) \cdot \frac{1+n}{2} \cdot n. \quad (5)$$

Після перетворень записуємо

$$L = 2\pi n \left[ R_1 + \frac{1+n}{2} (h_0 + \delta_0) \right]. \quad (6)$$

Виразимо кількість витків, що знаходиться в шарі бобіни, обмеженої радіусами  $R_1$  і  $R_2$ ,

$$n = \frac{R_2 - R_1}{h_0 + \delta_0}. \quad (7)$$

Після перетворень записуємо

$$L = 2\pi \frac{R_2 - R_1}{h_0 + \delta_0} \left[ R_1 + \frac{1 + \frac{R_2 - R_1}{h_0 + \delta_0}}{2} (h_0 + \delta_0) \right]. \quad (8)$$

Після перетворень дістаємо

$$L = 2\pi \frac{R_2 - R_1}{h_0 + \delta_0} \left( R_1 + \frac{R_2 - R_1 + h_0 + \delta_0}{2} \right), \quad (9)$$

звідки

$$L = \pi \frac{R_2 - R_1}{h_0 + \delta_0} (R_2 + R_1 + h_0 + \delta_0). \quad (10)$$

Товщина стрічки та відстань між лініями впадин профілю шорсткості контактуючих поверхонь на декілька порядків менша від радіуса бобіни [1], оскільки товщиною стрічки  $h_0$  і відстанню  $\delta_0$  між лініями впадин можна знехтувати. Тоді з (10) отримуємо

$$L = \pi \frac{R_2^2 - R_1^2}{h_0 - \delta_0}. \quad (11)$$

Відстань  $\delta_0$  між лініями впадин становить тільки частки процента від товщини стрічки [1]. Отже, під час розрахунків відстанню також можна знехтувати. Тоді вираз для визначення

довжини стрічки в шарі бобіни, обмеженої радіусами  $R_1$  і  $R_2$ , остаточно записуємо як

$$L = \pi \frac{R_2^2 - R_1^2}{h_0}. \quad (12)$$

Отриманий вираз використаємо для визначення видовження стрічки в довільних бобінах і, отже, знаходження пружнодеформованого стану бобіни.

Якщо зусилля натягу на окремих бобінах розподілене нерівномірно, то пружнодеформований стан бобін різний.

Хай базова бобіна після намотки має радіус  $R_{20}$ , а інша довільна бобіна  $R_{2i}$ . Тоді з (12) запишемо видовження  $\Delta L_{0i}$  стрічки  $i$ -ї бобіни порівняно з базовою

$$\Delta L_{0i} = \pi \frac{R_{2i}^2 - R_{20}^2}{h_0}. \quad (13)$$

Різниця між радіусами намотаних бобін порівняно з самими радіусами невелика. Тому аналіз пружного стану ряду бобін можна спростити, прийнявши, що радіальне  $g_i$  і колове  $r_i$  напруження у бобінах складаються з суми напружень  $g_0$  і  $r_0$ , які однакові як у базовій, так і в усіх інших бобінах за умови рівномірного зусилля натягу і додаткових приростів напружень  $\Delta g_i$  і  $\Delta r_i$ , що визначаються приростом радіусів відповідних бобін, зумовлених нерівномірністю зусилля натягу на бобінах

$$g_i = g_0 + \Delta g_i, \quad (14)$$

$$r_i = r_0 + \Delta r_i. \quad (15)$$

Відзначимо, що додаткові прирости напружень  $\Delta g_i$  і  $\Delta r_i$  можуть бути додатними або від'ємними залежно від знаку різниці радіусів  $R_{20} - R_{2i}$ .

Запишемо наближені прирости напружень і в шарі бобіни, який обмежений радіусами  $R_{2i}$  і  $R_{1i}$  за умови, що деформація стрічки підлягає закону Гука [3]:

$$\Delta r_i = \frac{\Delta L}{L_0} E_t = \frac{L_0 - L_i}{L_0} E_t, \quad (16)$$

де  $L_0$  і  $L_i$  — довжина стрічки в базовій та  $i$ -й бобіні, обмеженій радіусами  $R_{20}$ ,  $R_{10}$  та  $R_{2i}$ ,  $R_{1i}$ ;  $E_t$  — модуль пружності витків стрічки в коловому напрямку.

Підставивши (12) в (16), маємо

$$\Delta r_{i_0} = \frac{\pi \frac{R_{20}^2 - R_{10}^2}{h_0} - \pi \frac{R_{2i}^2 - R_{1i}^2}{h_0}}{\pi \frac{R_{20}^2 - R_{10}^2}{h_0}}. \quad (17)$$

Після перетворень

$$\Delta r_{i_0} = \left( 1 + \frac{R_{2i}^2 - R_{1i}^2}{R_{20}^2 - R_{10}^2} \right) E_t. \quad (18)$$

Таким чином, можна відносно просто визначити прирости напружень, вимірявши радіуси бобін.

Приріст радіального напруження

$$\Delta g_{i_0} = \frac{\Delta R}{R_0} E_r = \frac{R_{20} - S_{2l}}{R_{20}} E_r, \quad (19)$$

де  $E_r$  — модуль пружності витків стрічки бобіни в радіальному напрямку. За базову зручно прийняти першу бобіну на валу з боку гальмівного пристрою ролону, який розмотується. Дослідження показали, що на цій бобіні зусилля натягу найбільше. Тому базова бобіна має найменший радіус і для неї характерні найбільші напруження. Всі інші бобіни мають більші радіуси, і в них виникають менші напруження порівняно з базовою.

Отже, вимірявши радіуси намотаних бобін, досить просто визначити напруження в бобінах. На цій основі можна проводити об'єктивний технічний контроль пружного стану й якості намотки бобін.

1. Березин Б. Н. Полиграфические материалы. М., 1981. 2. Мазур В. Л. Производство листа с высококачественной поверхностью. К., 1982. 3. Сухарев В. А., Матюшев Н. Н. Расчет тел намотки. М., 1982.

Elastic strain condition during the minding of a group of bobbins obtained by sectioning of material into separate bands. Stress increment values due to unequal efforts at separate bobbins are obtained. The results of this investigation may improve the quality of coiling.

Стаття надійшла до редколегії 15.02.86