

УДК 686.1.056.2

В. І. ГОРДІЄВСЬКИЙ

## **МАТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ЗУСИЛЬ РІЗАННЯ**

Зусилля різання — це основні технологічні сили при тристоронньому обрізуванні книжкових блоків. Від зусиль різання та характеру їх зміни при обрізуванні блоків залежить вибір технологічної схеми, структура, конструкція, металоємність та інші параметри тристоронніх різальних машин.

Велика кількість факторів, які впливають на зусилля різання, вимагає застосування математичного підходу. Математичне планування експерименту передбачає дослідження системи як єдиного цілого, без порушення внутрішніх взаємодій, причому одночасно можуть змінюватися декілька змінних, вплив яких на систему досліджується [4].

У нашому експерименті найбільш важливою є задача окремого визначення ступеня впливу кожної з вхідних незалежних змінних на результати експерименту. При застосуванні експериментально-статистичних методів подібна задача розв'язується розкладанням сумарної дисперсії на окремі складові, що відповідають джерелам дисперсії, тобто окремим вхідним змінним [5]:

$$y_{i,j,k,\dots} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \dots + \alpha_i\beta_j + \alpha_i\gamma_k + \\ + \beta_j\gamma_k + \dots + \alpha_i\beta_j\gamma_k + \dots + \xi_{i,j,k,\dots},$$

де:  $y_{i,j,k,\dots}$  — вихідна змінна моделі;  $\mu$  — загальний ефект дії факторів у всіх дослідах;  $\alpha_i, \beta_j, \gamma_k, \dots$  — відповідає ступеню

впливу вхідних змінних відповідно на рівнях  $i, j, k \dots (i=\overline{1e}; j=\overline{1m}; k=\overline{1n})$ ;  $\xi_{i,j,k} \dots$  — випадкова помилка експерименту. Решта членів відповідають взаємодії вхідних змінних  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ .

Згідно з методикою праці [4], наш експеримент відноситься до сьомого класу четвертого рівня схеми класифікації науково-технічних експериментів. Отже, можна записати такий набір методів математичного опису, які використовують в експериментах цього класу.

I. 1. Коваріаційний аналіз. 2. Метод рангової кореляції.

II. 3. Повні класифікації дисперсійного аналізу. 4. Неповні класифікації дисперсійного аналізу без обмежень на рандомізацію. 5. Неповні класифікації дисперсійного аналізу з обмеженням на рандомізацію. 6. Неповноблочні плани — збалансовані неповноблочні плани *VJB*-схеми, частково збалансовані неповноблочні плани (*PVJB*), ланцюгові блок-схеми, решітчасті плани. 7. Латинські плани — латинські квадрати, куби прямокутники; гіпер-греко-латинські квадрати, куби; квадрати Юдена.

Першу групу становлять експериментально-статистичні методи. Використання їх можливе при виконанні певних умов. Метод 1 застосовують для отримання статистичних характеристик лінійних і нелінійних об'єктів при відсутності помилок під час знаходження значень вхідних змінних об'єкта, які неперервно змінюються. Метод 2 використовують для формалізації апріорних даних про ступінь впливу вхідних змінних об'єкта на вихідні. До другої групи входить набір методів планування експерименту 3—7.

З точки зору скорочення обсягу дослідів, зручності математичної обробки одержаної інформації, підвищення точності та надійності розрахунків доцільна математична теорія планування експерименту. Оскільки нас цікавлять оптимальні вихідні параметри, то необхідно застосувати повний факторний експеримент (ПФЕ). ПФЕ першого порядку передбачає проведення дослідження, яке дає змогу деяким оптимальним чином одержати інформацію про об'єкт, оформити її у вигляді поліноміальної моделі та провести її статистичний аналіз. ПФЕ — це фактично використання класичних методів найменших квадратів і регресійного аналізу (МНК і дисперсійний статистичний аналіз), який проводиться за певним планом. Оптимальне розташування точок у факторному просторі та лінійне перетворення координат дає змогу подолати недоліки класичного регресійного аналізу.

Для побудови математичної моделі необхідно мати детальну інформацію про процес. Слід визначити фактори, які впливають на зусилля, що виникають у механізмі ножів, можливий діапазон зміни параметрів факторів, знайти істотні та неістотні фактори.

Для визначення істотних факторів використовуємо метод рангової кореляції як найбільш простий і зручний [2]. Під час ранжирування користуємося такими факторами. 1. Кут заточки ножа  $\alpha=15\text{—}25^\circ$ . 2. Кут врізування  $\xi=2\text{—}6^\circ$ . 3. Гострота ножа  $\Gamma=8\text{—}25$  кН/м. 4. Швидкість врізування  $v=0,2\text{—}2,0$  м/с. 5. Кут

руху ножа  $\theta=42-55^\circ$ . 6. Сила притискання  $Q=1-14$  кН. 7. Довжина різу  $L=0,1-0,53$  м. 8. Висота блока  $H=0,02-0,12$  м. 9. Вологість блока  $F=3-15\%$ . 10. Щільність блока  $\rho=70-90\%$ .

Суть методу полягає в обробці результатів опитування експертів (науковців, інженерів-механіків, майстрів поліграфічних підприємств міст Львова, Одеси, Кишинєва, Калінінграда, Харкова).

Експерти присвоїли факторам ранги за ступенем їх впливу на зусилля різання, в результаті одержано матрицю рангів опитування (табл. 1). Оскільки деякі експерти не віддали переваги

Таблиця 1

Зведена таблиця експертиз

№ фактора	Номер експерта													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	2	2	2	3	5	3	4	3	2	3	4	1	2	3
2	4	4	4	7	6	6	5	5	3	3	3	2	5	3
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	4	4	4	5	5	5	4	4	2	6	4	2	5	3
5	3	3	3	4	3	4	3	6	3	4	5	2	3	4
6	6	5	5	6	7	8	5	8	5	7	7	4	6	5
7	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2	1	1	2
8	5	4	5	4	4	7	3	7	4	5	6	3	4	4
9	6	5	5	6	7	9	5	9	6	7	8	4	6	6
10	7	6	6	8	8	10	6	10	7	8	9	5	7	7

тим чи іншим факторам і присвоїли їм однакові ранги, матриця набула іншого вигляду (табл. 2).

Суть дробових рангів можна пояснити на прикладі розрахунків за даними, які належать першому експерту (перший рядок  $(1+2):2=1,5$ ; фактори 2, 4 займають місця 5, 6, отже, їх ранг  $(5+6):2=5,5$ ; фактори 6, 9 займають місця 8, 9, отже, їх ранг  $(8+9):2=8,5$ .

Таблиця 2

Перетворена матриця рангів

№ фактор	Номер експерта														$\Sigma a_{ij}$	$d_j^2$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
1	3	3	3	3	5,5	3	5,5	3	3,5	3,5	4,5	2	3	3	48,5	210
2	5,5	6	5,5	9	7	6	8	5	5,5	3,5	3	5	6,5	3	78,5	240
3	1,5	1,5	1,5	1	1	1	1	1	1,5	1	1	2	1,5	1	17,5	2070
4	5,5	6	5,5	6	5,5	5	5,5	4	3,5	7	4,5	5	6,5	3	72,5	2904
5	4	4	4	4,5	3	4	3,5	6	5,5	5	6	8,5	4	6,5	68,5	30
6	8,5	8,5	8	7,5	8,5	8	8	8	8,5	8	5	8,5	8	8	111	2304
7	1,5	1,5	1,5	2	2	2	2	2	1,5	2	2	2	1,5	2	22,5	1406
8	7	6	8	4,5	4	7	3,5	7	7	6	7	7	5	6,5	85,5	506
9	8,5	8,5	8	7,5	8,5	9	8	9	9	8,5	9	8,5	8,5	9	119,5	3192
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	140	5929
	2,2,2	2,3,2	2,2,3	2,2	2,2	0	2,2,3	0	2,2,2	2,2	2,2	2,3,3	2,2,2	3,2	$\Sigma T_i=24$	$S(d_j^2)=$ $=15979$

Розрахунки виконуємо відповідно до алгоритму методу рангової кореляції [2]. Оскільки наявні дробові ранги, то коефіцієнт конкордації розраховуємо за формулою

$$W_p = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m a_{ij} - a \right)^2}{12 m^2 (n^3 - n) - m \sum_{i=1}^e T_i}$$

де  $a_{ij}$  — ранг для кожного  $i$ -го об'єкта даних  $j$ -м експертом;  $a$  — загальне середнє таблиці рангів;  $m$  — кількість експертів;  $n$  — кількість об'єктів;  $T_i$  — показник дробових рангів.

Таблиця 3

Вихідні дані для планування експерименту

Умови дослідів	Позначення	Фактори					
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
Нульовий рівень	$X_{i0}$	17	0,3	19	48	1,0	4
Інтервал варіації	$\Delta X_i$	5	0,15	3	5	0,5	1
Верхній рівень	$X_{iB}$	22	0,45	22	53	1,5	5
Нижній рівень	$X_{iH}$	12	0,15	16	43	0,5	3
Загальний вид рівняння регресії	$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{15}x_1x_5 + b_{16}x_1x_6 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{26}x_2x_6 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + b_{36}x_3x_6 + b_{45}x_4x_5 + b_{46}x_4x_6 + b_{56}x_5x_6.$						

Для оцінки коефіцієнта конкордації використовуємо  $\chi_p^2$ -розподіл,  $\chi_p^2 = m(n-1)W_p = 14(10-1) \cdot 1,009 = 127,13$ , оскільки  $n > 7$  [2].

У технічних розрахунках прийнятий 5%-ний рівень значущості, тому для  $[f = (n-1), q = 0,05]$ ,  $\chi_T^2 = 22,362$  [2]. Оскільки  $\chi_p^2 > \chi_T^2$ , то приймаємо гіпотезу про узгодженість тверджень експертів. Із розрахунків випливає, що сума рангів змінюється нерівномірно, тому одним з розв'язків може бути визнання істотними факторів 3, 7, 1, 5, 4, 2, і неістотними — 8, 6, 9, 10.

Оцінка області зміни вибраних факторів проведена на основі відомих даних [1, 3, 6, 7] з врахуванням можливостей і особливостей експериментальної установки. При цьому визначена така область зміни факторів:  $X_1$  — гострота ножа 8...25 кН/м;  $X_2$  — довжина різу 0,1...0,53 м;  $X_3$  — кут заточки ножа 15...25°,  $X_4$  — кут руху ножа 42...55°,  $X_5$  — швидкість врізування 0,2...2,0 м/с,  $X_6$  — кут врізування 2...6°.

Усі умови (вибрані та розраховані), необхідні для постановки експерименту, наведені в табл. 3. У нижньому рядку табл. 3 — загальний вид рівняння регресії з врахуванням парних взаємодій (фактори  $x_i$  кодовані).

Центр плану, інтервал варіації та кодування факторів вибрані відповідно до рекомендацій спеціалістів, і враховуючи, що план експерименту повинен бути ортогональним [2],

$$\sum_{i=1}^N X_{in} X_{jn} = 0; \quad i \neq j; \quad i, j = 0, 1, \dots, n.$$

Кодуємо фактори, тобто переходимо до нової безрозмірної системи координат  $x_1, x_2, \dots, x_n$  за формулами

$$x_{jв} = \frac{X_{jв} - X_{j0}}{\Delta X_j} = +1, \quad x_{iн} = \frac{X_{iн} - X_{i0}}{\Delta X_i} = -1.$$

У новій системі координат фактори набувають значень  $+1$  і  $-1$ . План проведення експерименту (матриця планування), що відповідає ПФЕ типу  $2^n$  (число факторів  $n=6$ ), наведений у табл. 4.

Таблиця 4

План експерименту

№ дослідю	$x_0$	План						Вихідна змінна		
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$Y_{н1}$	$Y_{н2}$	$Y$
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_1$
2	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$Y_2$
3	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	$Y_{31}$	$Y_{32}$	$Y_3$
4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	$Y_{41}$	$Y_{42}$	$Y_4$
5	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	$Y_{51}$	$Y_{52}$	$Y_5$
6	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	$Y_{61}$	$Y_{62}$	$Y_6$
7	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	$Y_{71}$	$Y_{72}$	$Y_7$
8	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	$Y_{81}$	$Y_{82}$	$Y_8$
9	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	$Y_{91}$	$Y_{92}$	$Y_9$
17	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	$Y_{171}$	$Y_{172}$	$Y_{17}$
33	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	$Y_{331}$	$Y_{332}$	$Y_{33}$
64	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	$Y_{641}$	$Y_{642}$	$Y_{64}$

Таким чином, отримано план експерименту для визначення ступеня впливу кожного фактора на зусилля різання при тристоронній обрізці книжкових блоків. Такий підхід до планування експерименту дає змогу скоротити кількість дослідів, спрощує обробку результатів, дозволяє надійно відокремити вплив факторів від шумового фону і перейти до статистично обґрунтованих методів аналізу результатів і прийняття обґрунтованих рішень.

1. Ананьина Е. В., Коцарь Ю. Н., Мордовин Б. М. Машины брошюровочно-переплетного производства. М., 1974. 2. Боднар А. Г. Планирование эксперимента при оптимизации химической технологии. К., 1980. 3. Брошюровочно-переплетные процессы: Технологические инструкции. М., 1982. 4. Египко В. М. Организация и проектирование систем автоматизации научно-технических экспериментов. К., 1978. 5. Лисенков А. Н. Основные принципы и методы планирования многофакторных медико-биологических экспериментов // Тр. ин-та

полиомизелита и вирусных энцефалитов АМН СССР. 1972. Вып. 20. С. 10—36. 6. *Мордовин Б. М.* Об усилиях резания и давления прижима стопы в бумаго-резальных машинах // Тр. Моск. полиграф. ин-та. 1948. № 1. С. 43—98. 7. *Тюрин А. А.* Основные итоги анализа и испытаний машин для трехсторонней обрезки // Тр. Моск. полиграф. ин-та. 1952. № 2. С. 124—178.

The paper looks into possible use of mathematical methods of experiment planning during cutting by three-blade paper-cutting machines. Range correlation method is used to determine major and minor factors, affecting cutting. Test matrix for each of the factors has been set up on the basis of complete factor tyre 2 test.

Стаття надійшла до редколегії 28.12.85

---