



УДК 61.83:539.3.

М. М. ЛУЦКІВ

МОДЕЛІ ДИНАМІКИ РУЛОННИХ
РОТАЦІЙНИХ МАШИН
З ПРУЖНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ

Друкарські рулонні ротаційні машини складаються з різних за технологічним призначенням виконавчих механізмів, більшість з яких конструктивно побудовані у вигляді секцій, що приводяться в рух від спільного електропривода. Окремі секції розміщені на певній відстані одна від іншої, тому валопроводи характеризуються великою протяжністю. Пружність валопроводів значно впливає на динаміку машини в цілому.

Розглянемо багатосекційну рулонну машину з паралельними пружними валопроводами (рис. 1).

Стрічковедуча ділянка, яка розміщена між двома секціями, описується відомим диференціальним рівнянням [1]

$$T_{лi} \frac{dF_i}{dt} + F_i = K_{л} (V_i - V_{i-1}), \quad (1)$$

де $T_{лi}$, $K_{л}$ — стала часу та коефіцієнт передачі ділянки стрічки; F_i — натяг стрічки; V_{i-1} , V_i — лінійні швидкості ведучих циліндрів на початку та кінці ділянки.

Відзначимо, якщо стрічка поступає на дану ділянку, маючи початковий натяг F_{0i-1} , то її повний натяг на ділянці

$$F_{0i} = F_{0i-1} + F_i. \quad (2)$$

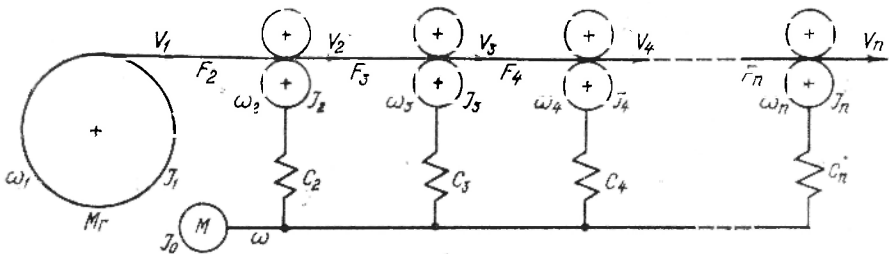


Рис. 1. Схема багатосекційної рулонної машини.

Технологічні моменти та моменти сил в'язкого тертя у секціях вважаємо пропорційними відповідним кутовим швидкостям ω_i :

$$M_{ci} = \alpha_i \omega_i, \quad (3)$$

де α_i — коефіцієнт в'язкого тертя секції.

Пружні валопроводи описуються відомим рівнянням [2]

$$\frac{dM_i}{dt} = c_i (\omega - \omega_i), \quad (4)$$

де M_i — момент, прикладений до пружного вала; c_i — жорсткість пружних валопроводів; ω , ω_i — кутові швидкості вала привода і валів окремих секцій.

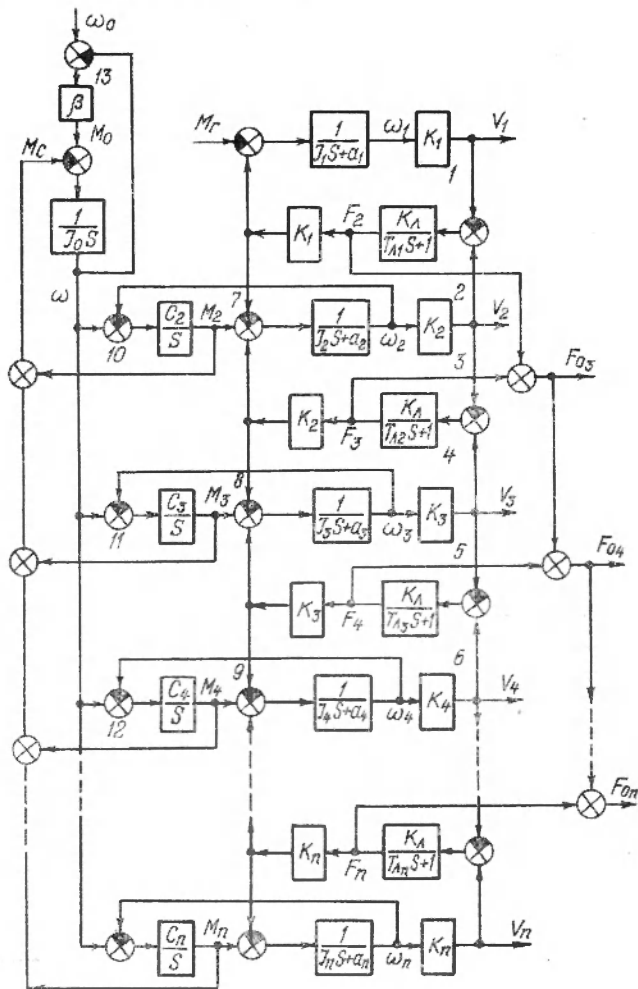


Рис. 2. Структурна схема моделі динаміки ротатійної машини.

На основі цих рівнянь запишемо рівняння руху довільної секції

$$I_i \cdot \frac{d\omega_i}{dt} M_i - \alpha_i \omega_i - K_i F_i + K_i F_{i-1}, \quad (5)$$

де I_i — зведені моменти інерції обертових мас відповідних секцій.

Рівняння руху електропривода

$$I_0 \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c, \quad (6)$$

де I_0 — зведений момент інерції електропривода; M_d і M_c — рушійний момент двигуна і сумарний момент сил опору.

Вважаємо, що двигун має лінійну механічну характеристику, яка описується рівнянням [3]

$$M_d = \beta (\omega_0 - \omega), \quad (7)$$

де β — коефіцієнт жорсткості механічної характеристики; ω_0 — задана стала кутова швидкість.

Відзначимо, що відповідні параметри зведені до спільного вала секцій.

На основі наведених рівнянь на рис. 2 побудована структурна модель динаміки рулонної машини, яка враховує пружні властивості валопроводів стрічки. Модель є вихідною для аналізу динаміки рулонних машин.

Проаналізуємо просту модель, яка включає розмоточну секцію, першу стрічковедучу секцію і електропривод. За структурною схемою (рис. 2) запишемо визначник схеми для двосекційної моделі:

$$\Delta_2(s) = 1 + W_1(s) + W_2(s) + W_3(s) + W_4(s) + W_5(s) + \\ - W_1(s) [W_3(s) + W_4(s) + W_5(s)] + W_2(s) [W_4(s) + W_5(s)] + \\ + W_1(s) W_3(s) W_5(s), \quad (8)$$

де функції відповідних контурів

$$W_1(s) = \frac{K_1^2 K_n}{(T_{n1}s + 1)(I_1s + \alpha_1)}; \quad W_2(s) = \frac{K_2^2 K_n}{(T_{n1}s + 1)(I_2s + \alpha_2)}; \\ W_3(s) = \frac{c_2}{(I_2s + \alpha_2)s}; \quad W_4(s) = \frac{c_2}{I_0s}; \quad W_5(s) = \frac{R}{I_0s}. \quad (9)$$

Після перетворень (8) з урахуванням (9) отримуємо власний оператор двосекційної моделі, який дорівнює знаменнику (8):

$$A_2(s) = a_6 s^5 + a_5 s^4 + \dots + a_2 s + a_1, \quad (10)$$

де

$$a_6 = I_0 I_1 I_2 T_{n1}; \\ a_5 = I_0 I_2 (I_1 + \alpha_1 T_{n1}) + \alpha_2 I_0 I_1 T_{n1} + \beta I_1 I_2 T_{n1};$$

$$\begin{aligned}
a_4 &= \alpha_1 I_0 I_1 + \alpha_2 I_0 (I_1 + \alpha_1 T_{л1}) + K_1^2 K_{л} I_0 I_2 + K_1^2 K_{л} I_0 I_1 + \\
&\quad + c_2 I_0 I_1 T_{л1} + c_2 I_1 I_2 T_{л1} + \beta I_2 (I_1 + \alpha_1 T_{л1}) + \beta \alpha_2 I_2 T_{л1}; \\
a_3 &= \alpha_1 \alpha_1 I_0 + K_1^2 K_{л} \alpha_2 I_0 + K_2^2 K_{л} \alpha_1 I_0 + c_2 I_0 (I_1 + \alpha_1 T_{л1}) + \\
&\quad + c_2 I_2 (I_1 + \alpha_1 T_{л1}) + c_2 I_1 T_{л1} + \alpha_1 \beta I_2 + \beta \alpha_2 (I_1 + \alpha_1 T_{л1}) + \\
&\quad + K_1^2 K_{л} c_2 I_0 + K_1^2 K_{л} \beta I_2 + K_2^2 K_{л} c_2 I_0 I_1 + c_2 \beta I_1 T_{л1}; \\
a_2 &= c_2 \alpha_1 I_0 + c_2 \alpha_1 I_2 + c_2 \alpha_2 (I_1 + \alpha_1 T_{л1}) + c_2 \beta + \alpha_1 \alpha_2 + \\
&\quad + K_1^2 K_{л} \alpha_2 \beta + K_1^2 K_{л} \alpha_2 \beta + K_1^2 K_{л} c_2 I_2 + K_2^2 K_{л} (c_2 + \\
&\quad + \alpha_1 I_0 + \beta I_0) + c_2 \beta (I_1 + \alpha_1 T_{л1}); \\
a_1 &= c_2 \alpha_1 \alpha_2 + c_2 \alpha_1 \beta + K_1^2 K_{л} c_2 \alpha_2 + K_2^2 K_{л} \alpha_1 \beta.
\end{aligned}$$

Власний оператор описує вільний рух моделі. Це дає змогу визначити характер руху при дії різних збурень, а також параметри крутильних коливань моделі.

Маючи вирази (8), (10), відносно просто можна отримати залежності між окремими величинами, які нас цікавлять.

Запишемо залежність натягу стрічки від швидкості:

$$\begin{aligned}
F_2(s) &= \frac{K_{л}}{(T_{л1}s + 1)} \left[1 + \frac{c_2}{(I_2s + \alpha_1)s} + \frac{c_2}{I_0s^2} + \frac{\beta}{I_0s} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{c_2\beta}{(I_2s + \alpha_2)I_0s} \right] \Delta_2^{-1}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (11)
\end{aligned}$$

Після перетворень з урахуванням (10)

$$\begin{aligned}
F_2(s) &= K_{л} [(I_2s + \alpha_2) I_0 s^2 + c_2 I_0 s + c_2 (I_1 s + \alpha_1) + \\
&\quad + \beta (I_2 s + \alpha_2) + c_2 \beta] (I_1 s + \alpha_1) A_2^{-1}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (12)
\end{aligned}$$

Приймаючи оператор s рівним нулеві, отримуємо залежність натягу стрічки від швидкості в усталеному режимі її руху:

$$F_2(s) = K_{л} \left[1 + \frac{K_1^2 K_{л} (\alpha_2 c_2 + \alpha_1 \beta)}{c_2 \alpha_1 (\alpha_1 + \beta)} \right]^{-1} (V_2 - V_1). \quad (13)$$

Приймаючи $\alpha_1 = \alpha_2$ і враховуючи, що для ротаційних машин $\alpha_1 \beta \ll \alpha_2 c_2$, дістаємо наближену залежність

$$F_2(s) = K_{л} \left[1 + \frac{K_1^2 K_{л}}{\alpha_1 + \beta} \right]^{-1} (V_2 - V_1). \quad (14)$$

Аналіз показує, що знаменник цього виразу значно більший від одиниці. Звідси робимо висновок, що натяг стрічки на ділянці, яка прилягає до розмоточної секції, досить слабо залежить від швидкості.

Аналогічно (12) отримуємо залежність натягу стрічки від гальмівного моменту M_r :

$$\begin{aligned}
F_2(s) &= K_1 K_{л} [(I_2s + \alpha_2) I_0 s^2 + c_2 I_0 s + c_2 (I_1 s + \alpha_1) + \\
&\quad + \beta (I_2 s + \alpha_2) + c_2 \beta] A_2^{-1}(s) M_r(s). \quad (15)
\end{aligned}$$

Наближена залежність натягу стрічки від моменту

$$F_2(s) = \frac{1}{K_1} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha_2} \right) M_r(s). \quad (16)$$

Таким чином, натяг стрічки пропорційний гальмівному моменту.

Відзначимо, що рулонні машини мають систему регулювання натягу, яка підтримує натяг стрічки, пропорційний гальмівному моменту. Рулонні машини мають систему регулювання, яка підтримує натяг постійним незалежно від швидкості.

Таким чином, натяг стрічки на ділянці біля розмотувальної секції мало залежить від швидкості. Тому в моделі на рис. 2 зв'язок за швидкістю можна не враховувати і вважати, що на вході моделі діє тільки момент, пропорційний силі натягу. Така модель дає змогу проводити дослідження впливу зміни моменту, викликаного розмотуванням рулонів неправильної геометричної форми, що є основним збуренням на вході машини. Тому при подальшому аналізі розмоточну секцію з прилягаючою ділянкою стрічки не враховуємо, а її дію на наступні задаємо у вигляді моменту M_H , зумовленого натягом стрічки.

Розглянемо модель, яка включає дві секції й електропривод. Запишемо визначник структурної схеми моделі:

$$\begin{aligned} \Delta_{2e}(s) = & 1 + W_3(s) + W_4(s) + W_7(s) + W_8(s) + W_{10}(s) + \\ & + W_{11}(s) + W_{13}(s) + W_3(s) [W_8(s) + W_{10}(s) + W_{11}(s) + W_{13}(s)] + \\ & + W_4(s) [W_{10}(s) + W_{11}(s) + W_{13}(s)] + W_7(s) [W_8(s) + W_{11}(s) + \\ & + W_{13}(s)] + W_8(s) [W_0(s) + W_{13}(s)] + W_3(s) W_8(s) [W_{10}(s) + \\ & + W_{13}(s)] + W_4(s) W_7(s) [W_{11}(s) + W_{13}(s)] + W_7(s) W_8(s) W_{13}(s). \end{aligned} \quad (17)$$

Звідси дістаємо власний оператор двосекційної моделі з електроприводом

$$A_{2e}(s) = a_7 s^6 + a_6 s^5 + \dots + a_2 s + a_1. \quad (18)$$

Із-за громіздкості наведемо тільки перший і останній коефіцієнти (18):

$$a_1 = c_2 (\beta + K_1^2 K_L c_3); \quad a_7 = I_0 I_1 I_2 T_{L2}.$$

Оскільки $\beta \ll K_1^2 K_L c_3$, то жорсткість електропривода мало впливає на перший коефіцієнт, який визначає усталений режим роботи машини. Тому при аналізі моделі можна вважати, що електропривод має абсолютно жорстку механічну характеристику, для якої $\beta \approx \infty$.

Якщо відношення зведених моментів інерції якоря двигуна та секції I_0/I_i (5...10), то, як показують дослідження [3], момент інерції двигуна мало впливає на динаміку машини, отже, при аналізі його можна не враховувати.

Відзначимо, що під час синтезу системи управління електропривода обов'язково потрібно враховувати момент інерції дви-

гуна, оскільки для багатьох рулонних машин високого офсетного друку I_0/I_1 (4...6).

Аналіз дає змогу додатково спростити вихідну модель, усунувши зв'язок по жорсткості привода і нехтуючи його моментом інерції. Схема моделі показана на рис. 3, є основою для аналізу синтезу багатосекційних багатофарбових рулонних машин. З її допомогою можна проаналізувати власний рух механізмів секції і їх крутильні коливань, вплив різних парамет-

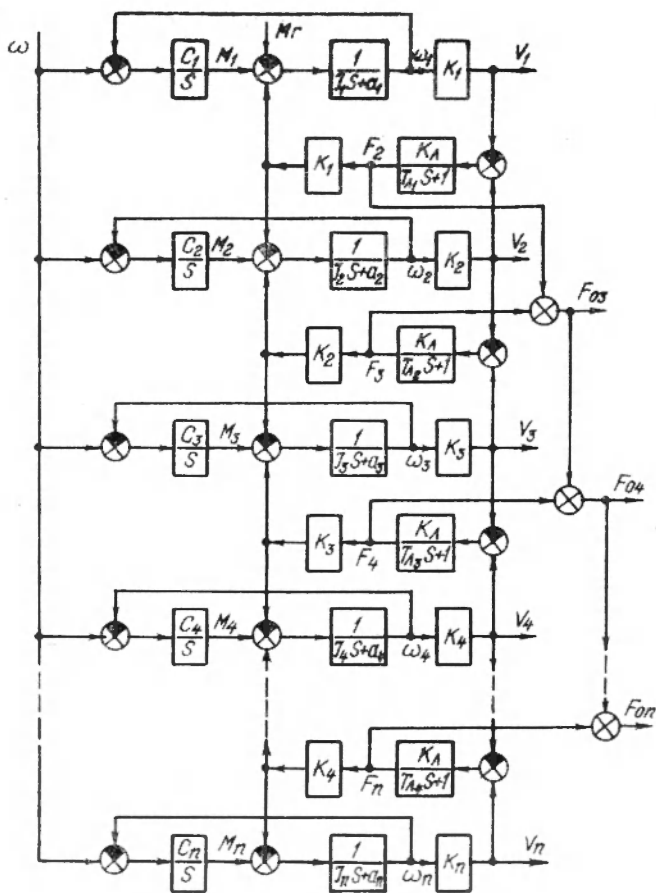


Рис. 3. Структурна схема моделі багатосекційної машини.

рів і збурень на динаміку машини та якість друкованої продукції. Вона є також основою для дослідження динаміки машин на аналогових і цифрових обчислювальних машинах.

Проведем аналіз моделі двосекційної рулонної машини, яка складається з двох друкарських секцій з пружними паралельними валопроводами і ділянки стрічки. За структурною схемою

(рис. 3) запишемо залежність натягу від швидкості, вважаючи параметри секції і валопроводів однаковими:

$$F_2(s) = \frac{K_n}{T_n s + 1} \left[1 + \frac{2c}{(I_s + \alpha)s} + \frac{c^2}{(I_s + \alpha)^2 s^2} \right] \times \Delta_2^{-1}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (19)$$

Визначник схеми для двосекційної моделі

$$\Delta_2(s) = 1 + \frac{2c}{(I_s + \alpha)s} + \frac{2K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (I_s + \alpha)} + \frac{cK^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (I_s + \alpha)^2 \cdot s} + \frac{c^2}{(I_s + \alpha)^2 s^2}. \quad (20)$$

Після перетворень

$$F_2|s| = \frac{K_n [I^2 s^4 + 2\alpha I s^3 + (\alpha^2 + 2cI) s^2 + 2acs + c^2]}{A_2|s|} \times [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (21)$$

Власний оператор двосекційної моделі

$$A_2(s) = I^2 T_n s^5 + (2\alpha T_n + I^2) s^4 + (\alpha^2 T_n + 2\alpha I + 2c T_n + 2K^2 K_n) s^3 + [\alpha^2 + 2c(\alpha T_n + I) + 2\alpha K^2 K_n] s^2 + (2\alpha c + 2c K^2 K_n + c^2 T_n) s + c^2. \quad (22)$$

Власний оператор дає змогу аналізувати вільний рух моделі та крутильні коливання.

Приймаючи, що оператор s дорівнює нулеві, матимемо залежність натягу від швидкості в усталеному режимі руху стрічки:

$$F_2 = K_n (V_2 - V_1). \quad (23)$$

Зазначимо, що ця залежність аналогічна (1), а зв'язок між натягом і швидкістю сильний.

Наведемо залежність між лінійними швидкостями циліндрів секцій:

$$A_2(s) = I^2 T_n s^5 + (2\alpha T_n + I^2) s^4 + (\alpha^2 T_n + 2\alpha I + 2c T_n + 2K^2 K_n) s^3 + [\alpha^2 + 2c(\alpha T_n + I) + 2\alpha K^2 K_n] s^2 + (2\alpha c + 2c K^2 K_n + c^2 T_n) s + c^2. \quad (24)$$

Таким чином, в усталеному режимі руху стрічки лінійні швидкості циліндрів секцій незалежні та визначаються кінематичними параметрами секцій. Наприклад, нехай діаметр циліндра другої секції більший від першого. Тоді лінійна швидкість циліндра другої секції теж більша від першої і це збільшення не залежить від останньої. При цьому натяг стрічки на ділянці зростає.

У перехідних режимах, як впливає з (24), зміна швидкості першої секції значно впливає на зміну швидкості другої секції, а отже, і на натяг стрічки.

Запишемо ще одну важливу залежність кутової швидкості циліндра другої секції від кутової швидкості спільного вала:

$$\omega^2(s) \left[\frac{K^2 K_n c}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)^2 s} + \frac{c}{(Is + \alpha)s} \left[1 + \frac{c}{(Is + \alpha)s} + \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (Is + \alpha)} \right] \right] \Delta_2^{-1}(s) \omega(s). \quad (25)$$

Після перетворень

$$\omega_2(s) = \frac{cIT_n s^3 + c(I + \alpha T_n) s^2 + c(\alpha + T_n + K^2 K_n) s + c^2}{A^2(s)} \omega(s). \quad (26)$$

Ця залежність дає змогу визначити власний рух циліндрів, параметри крутильних коливань і вплив параметрів секції (α , J , c) і стрічкового матеріалу (K_n , T_n) на їх параметри.

Розглянемо модель трисекційної рулонної машини з паралельними пружними валами при умові, що параметри секцій однакові. За структурною схемою (рис. 3) запишемо визначник моделі трисекційної схеми:

$$\begin{aligned} \Delta_3(s) = & 1 + \frac{3c}{(Is + \alpha)s} + \frac{2K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (Is + \alpha)} + \frac{3c}{(Is + \alpha)^2} s^2 + \\ & + \frac{3K^4 K_n^2}{(T_n \cdot s + 1)^2 (Is + \alpha)^2} + \frac{8c K^2 K_n}{(Is + \alpha)^2 (T_n s + 1)s} + \frac{c^3}{(Is + \alpha)^3 s^3} + \\ & + \frac{3c^2 K^4 K_n^2}{(T_n s + 1)^2 (Is + \alpha)^3 s} + \frac{3c^2 K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (Is + \alpha)^3 s^2}. \quad (27) \end{aligned}$$

Залежність натягу стрічки від різниці швидкостей

$$\begin{aligned} F_2(s) = & \frac{K_n}{T_n s + 1} \left[1 + \frac{3c}{(Is + \alpha)s} + \frac{2K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (Is + \alpha)} + \right. \\ & + \frac{3c}{(Is + \alpha)^2 s} + \frac{4c K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (Is + \alpha)^2 s} + \frac{c^2 K^2 K_n}{(Is + \alpha)^3 (T_n + 1) s^2} + \\ & \left. + \frac{c^3}{(Is + \alpha)^3 s^2} \right]^{-1} \Delta_3(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (28) \end{aligned}$$

Після підстановки і перетворень дістаємо

$$F_2(s) = \frac{d_8 s^7 + d_7 s^6 + \dots + d_2 s + d_1}{A_3(s)} [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (29)$$

Власний оператор моделі

$$A_3(s) = a_9 s^8 + a_8 s^7 + \dots + a_2 s + a_1. \quad (30)$$

Наведемо тільки перші й останні члени виразів (29), (30):

$$d_1 = K_n c^3; \quad d_8 = K_n I^3 T_n; \quad a_1 = c^3; \quad a_9 = I^3 T_n^2.$$

Легко переконатися, що залежність натягу стрічки від швидкості у режимі рівноваги аналогічна (23).

Запишемо залежність натягу стрічки на сусідніх ділянках:

$$F_2(s) = \left[1 + \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1) \cdot (J_s + \alpha)} \left[1 + \frac{2c}{(Is + (\alpha)s)} + \frac{c^2}{(Is + \alpha)^2 s} \right] \right] \times \Delta_3^{-1}(s) F_2(s). \quad (31)$$

Після перетворень маємо

$$F_3(s) = \left[1 + \frac{(b_4 s^3 + b_3 s^2 + b_2 s + b_1)}{A_3(s)} \right] F_2(s). \quad (32)$$

Отже, в усталеному режимі натяг стрічки на сусідніх участках однаковий. У перехідних режимах залежність між натягом на сусідніх ділянках складна. Наведені моделі ротаційних машин можуть бути основою для аналізу динаміки машин і синтезу системи електропривода.

1. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Тирсторные системы электропривода с упругими связями. Л., 1979. 2. Егоров В. Н., Шестаков В. М. Динамика систем электропривода. Л., 1983. 3. Ключев В. Н. Теория электропривода. М., 1985.

Стаття надійшла до редколегії 05.04.86