

Р. В. КАЗЬМИРОВИЧ

## ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ПРОЦЕСУ РІЗАННЯ ЕТИКЕТНОЇ ПРОДУКЦІЇ НА ОДНОНОЖЕВИХ ПАПЕРОРІЗАЛЬНИХ МАШИНАХ

Наведемо методику та результати статистичних досліджень точності процесу різання стопи етикетної продукції на прикладі обробки міцних і твердих сортів паперу (папір пігментований шведський, 40 гр.).

На рис. 1 показані типові точкові діаграми розподілу за висотою стопи похибок розмірів етикеток окремих купок. Дані спостережень наведені для випадку, коли похибки переміщення стопи на заданий розмір виключені. Графічний аналіз свідчить, що множина  $U$  етикеток стопи, згідно з параметрами точності розмірів, складається з двох різних за своєю потужністю підмножин етикеток  $U = \{U^I, U^{II}\}$ . Підмножина  $U^{II}$  менш точних етикеток складається з етикеток, які розрізаються по довжині (ширині) стопи останніми. Основною складовою похибки останнього ряду етикеток є похибка неперпендикулярності різання стопи [3].

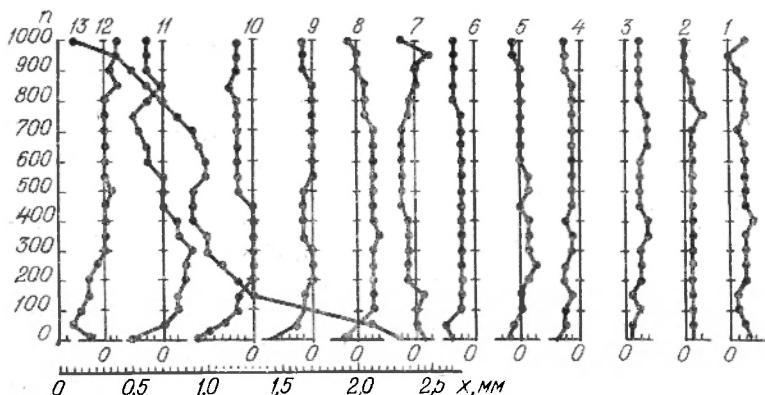


Рис. 1. Типові точкові діаграми розподілень похибок розмірів етикеток окремих купок по висоті.

Кількість етикеток підмножин  $U^I$  і  $U^{II}$  у стопі визначається відповідно за формулами, %

$$|U^I| = \frac{[ab - (a + b - 1)]}{ab} 100 \quad (1)$$

$$|U^{II}| = \frac{(a + b - 1)}{ab} 100, \quad (2)$$

де  $a$  — кількість етикеток, розміщених по довжині листа;  $b$  — кількість етикеток, розміщених по ширині листа.

Підмножина етикеток  $U^{II}$  значна. Наприклад, при  $a=8$  та  $b=5$  кількість етикеток підмножини  $|U^{II}|=30\%$ . Суттєвого зменшення основної складової похибки етикеток підмножини  $U^{II}$  можна досягти шляхом розрізання додаткових незадрукованих смуг, розташованих у протиавтоматній та хвостовій сторонах листа, або зміною нахилу робочої площини подавача відносно площини стола.

Як видно з точкових діаграм, значення похибок розмірів етикеток змінюються залежно від їх розміщення за висотою стопи випадково від однієї реалізації до іншої, тобто множина кривих є випадковою функцією, яку часто визначають як множину випадкових величин:

$$X(n) = \{X(n_k); n_k \in \Theta\},$$

де  $\Theta$  — область задання випадкової функції.

Використання теорії випадкових процесів є одним з нових підходів до методів оцінки й аналізу точності процесу різання різних сортів паперу на одноножевих паперорізальних машинах, впливу на даний процес різних факторів тощо.

Залежно від того, чи належать можливі значення аргументу  $n$  та функції  $X(n)$  дискретній множині чисел або відрізка, розрізняють різні типи випадкових функцій. Випадкова функція розподілення похибок розмірів етикеток зображається як неперервна випадкова послідовність, при якій  $n$  дискретно,  $X(n)$  може набирати будь-якого значення на відрізка або на всій осі.

Визначимо найбільш уживані характеристики випадкової функції: математичне сподівання, дисперсію та нормовану кореляційну функцію.

Оцінкою математичного сподівання  $M[X(n_j)]$  абсциси  $X(n_j)$  є середня арифметична  $\bar{x}(n_j)$  результатів спостережень [5, 7, 8]:

$$M[X(n_j)] \approx \bar{x}(n_j) = \frac{\sum_{i=1}^k x_i(n_j)}{k}, \quad (3)$$

де  $k$  — кількість реалізацій випадкової функції.

Математичним сподіванням випадкової функції  $X(n)$  називають таку невідповідну функцію  $m_x(n)$ , яка при кожному допустимому значенні аргументу  $n=n_j$  дорівнює математично-

му сподіванню  $M[X(n_j)]$  абсциси  $X(n_j)$ . Оцінкою математичного сподівання у цьому випадку є сукупність двадцяти однієї (рис. 2, а) середніх арифметичних. Оцінки математичних сподівань не постійні, що під час припущення про стаціонарність випадкової функції викликано обмеженим числом реалізацій.

Оцінка математичних сподівань

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}(1) + \bar{x}(50) + \dots + \bar{x}(1000)}{21} = -0,0057 \approx 0. \quad (4)$$

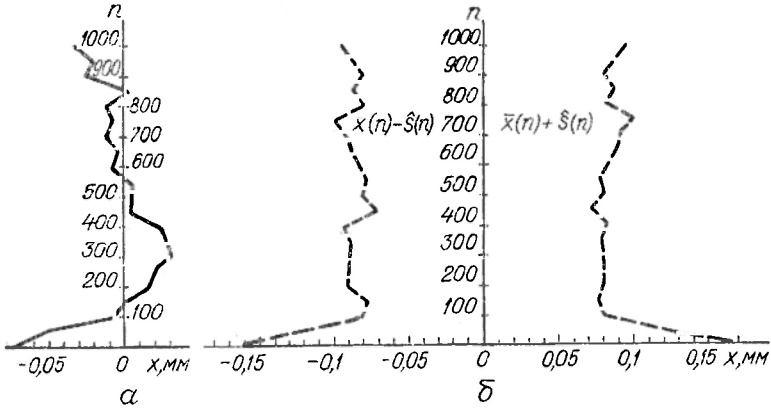


Рис. 2. Оцінки  $x(n)$  математичних сподівань (а) та середньо-квадратичних відхилень відносно оцінок їх математичних сподівань (б) похибок розмірів етикеток підмножини  $U^I$ .

Оцінкою дисперсії  $D[X(n_j)]$  абсциси  $X(n_j)$  є емпірична дисперсія

$$D[X(n_j)] \approx \hat{s}_x^2(n_j) = \frac{\sum_{i=1}^k [x_i(n_j) - \bar{x}(n_j)]^2}{k-1}. \quad (5)$$

Для характеристики ступеня розкиданості реалізацій випадкової функції довкола її математичного сподівання на рис. 2, б пунктирними лініями зображені значення функції  $[\bar{x}(n) + \hat{s}_x(n)]$  та  $[\bar{x}(n) - \hat{s}_x(n)]$ .

Аналогічно визначається оцінка для дисперсій

$$s_x^2 = \frac{\hat{s}_x^2(1) + \hat{s}_x^2(50) + \dots + \hat{s}_x^2(1000)}{21} \approx 0,0089 \text{ мм}^2. \quad (6)$$

Оцінка середнього квадратичного відхилення  $\hat{s}_x = \sqrt{\hat{s}_x^2} \approx 0,094 \text{ мм}$ .

За оцінку  $r(n, n')$  нормованої кореляційної функції  $\rho(n, n')$  приймають сукупність емпіричних коефіцієнтів кореляції [5]:

$$r_x(n_k, n_l) = \frac{\hat{k}_x(n_k, n_l)}{\hat{s}_x(n_k)\hat{s}_x(n_l)}, \quad (7)$$

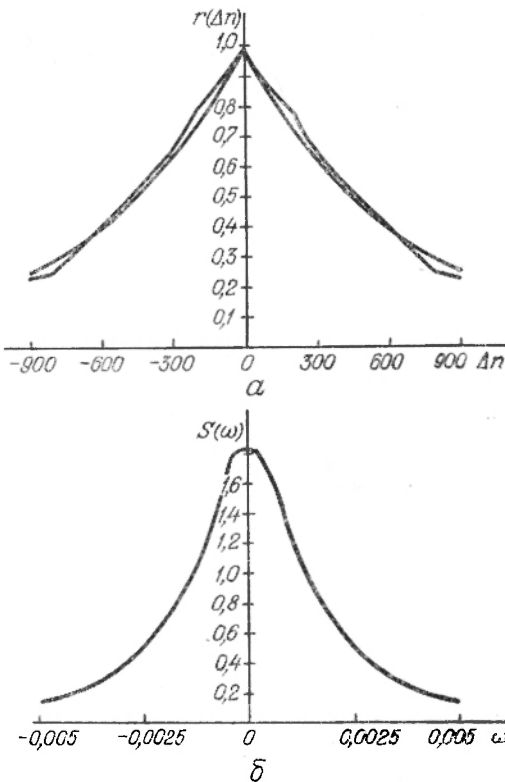


Рис. 3. Нормована кореляційна функція (а) і спектральна щільність (б) стаціонарної випадкової функції похибок розмірів етикеток підмножини  $U$ .

обчислених для будь-яких можливих пар з  $m$  абсцис  $X(n_1), X(n_2), \dots, X(n_m)$ .

Достатньо точні оцінки характеристик випадкової функції можна визначити, коли взяти достатньо велике число реалізацій (порядку сотні).

Графік функції  $r_x(\Delta n)$ , зображений на рис. 3, а ламаною лінією, показує, що апроксимуючий вираз має вигляд

$$r_x(\Delta n) \approx \exp(-\alpha|\Delta n|). \quad (8)$$

Згідно з методом найменших квадратів коефіцієнт  $\alpha$  знаходять з вимог досягнення мінімуму функції.

$$f(\alpha) = \sum_{i=0}^9 [-\alpha|\Delta n_i| - \ln r_x(\Delta n_i)]^2 (10-i), \quad (9)$$

де  $\Delta n_0=0, \Delta n_1=100, \dots, \Delta n_9=900$ , а множник  $(10-i)$  визначає кількість чисел, осередненням яких одержані значення функції  $r_x(\Delta n_i)$ .

Диференціюючи  $f(\alpha)$  по  $\alpha$  і прирівнюючи похідну до нуля, одержуємо  $\alpha=0,00153$ . Графік функції  $\exp(-0,00153|\Delta n|)$  зображений плавною лінією на рис. 3, а.

Постійність математичного сподівання випадкової функції (за винятком верхніх і нижніх шарів листів стопи, для яких характерна так звана стадія перехідного процесу та явище вмивання листів у марзан), а також залежність кореляційної функції  $s_x^2 \exp(-\alpha|\Delta n|)$  тільки від різниці аргументів  $\Delta n=n-n'$ , її прямування до нуля при  $\Delta n \rightarrow \infty$  є достатньою умовою стаціо-

нарності у широкому понятті досліджуваної випадкової функції.

Друга важлива характеристика стаціонарної функції — це спектральна щільність  $S_x(\omega)$ , яка характеризує середню інтенсивність коливань випадкової функції по спектру частот та виражається через кореляційну функцію

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega|\Delta n|} \hat{k}_x(\Delta h) d\Delta n, \quad (10)$$

де  $\omega = 2\pi f_0$  — колова частота.

Апроксимуючи функцію  $S_x(\omega)$  спектральної щільності стаціонарної випадкової функції  $X(n)$ , яка має кореляційну функцію виду  $s_x^2 \exp(-\alpha|\Delta n|)$ , можна визначити, використовуючи комплексну формулу перетворення Фур'є [7, 8],

$$S_x(\omega) = \frac{\hat{s}_x^2 \alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)} = \frac{1,8525}{1 + 427180 \omega^2}. \quad (11)$$

Крива спектральної щільності показана на рис. 3, б.

Перевірка погодженості теоретичних та емпіричних розподілень похибок розмірів етикеток множини  $U^I$  за критерієм Колмогорова свідчить, що вказане розподілення підпорядковується нормальному закону.

Поширюючи наведені дослідження на інші види поліграфічної продукції при використанні різного обладнання, визначаємо основні фактори, які призводять до порушення точності технологічного процесу, та виявляємо значимість їх впливу, проводимо порівняльну оцінку точностних характеристик окремого обладнання тощо.

Результати досліджень можна також використати в статистичних методах контролю та регулювання точністю розрізки продукції на поліграфічних підприємствах.

1. *Ананьина Е. В., Коцарь Ю. Н., Мордовин Б. М.* Машины брошюровочно-переплетного производства. М., 1974. 2. *Воробьев Д. В., Дубасов А. И., Жуков И. А.* и др. Брошюровочно-переплетные процессы. М., 1979. 3. *Гинзбург Б. З.* Исследование процесса резания на одноножевых бумагорезальных машинах: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1958. 4. *Казьмирович Р. В.* Математичні моделі виготовлення етикетної продукції з прогнозованою точністю // Поліграфія і видавнича справа. 1985. № 21. С. 79—83. 5. Математическая статистика. 1981. 6. *Павлов И. П., Хмылко В. Ф.* Сталкивание и резка листов. М., 1975. 7. *Пугачев В. С.* Теория случайных функций и их применение к задачам автоматического управления. М., 1962. 8. *Свешников А. А.* Прикладные методы теории случайных функций. М., 1968.

Стаття надійшла до редколегії 05.04.86