



УДК 62.83:539.3

М. М. ЛУЦКІВ

ПРОСТІ МОДЕЛІ БАГАТОДВИГУННИХ РУЛОННИХ ДРУКАРСЬКИХ МАШИН

Для збільшення робочої швидкості друкарських машин потрібно значно поліпшити динаміку механічної системи приводу машини. Радикальним розв'язанням цієї проблеми є перехід до багатодвигунних друкарських машин. При цьому електродвигун максимально наближається до робочих механізмів

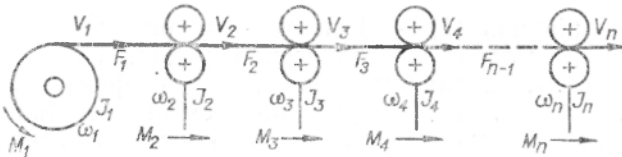


Рис. 1. Схема друкарської машини.

мів, усуваються довгі пружні валопроводи, спрощується конструкція машини.

Багатодвигунна рулонна друкарська машина (рис. 1) складається з окремих секцій, через які проходить, задруковується і оброблюється стрічка. Взаємний зв'язок між окремими секціями наявний тоді, коли рух стрічки в секційних ділянках відбувається з певним натягом. На даному етапі не враховуємо динамічні властивості електроприводів секцій і приймаємо, що до кожної секції прикладено рушійний момент. Таке припущення спрощує побудову й аналіз моделей рулонних друкарських машин.

Стрічкопровідна ділянка, яка знаходиться між двома секціями, описується відомим диференціальним рівнянням [1, 2]

$$T_i \frac{dF_i}{dt} + F_i = K_n (V_i - V_{i-1}),$$

де T_n , K_n — стала часу та коефіцієнт передачі ділянки стрічки; F_i — натяг стрічки; V_{i-1} , V_i — лінійні швидкості стрічки на початку та кінці ділянки.

Якщо до надходження на i -ту ділянку стрічка вже мала натяг F_{0i-1} то її повний натяг F_{0i} на ділянці

$$F_{0i} = F_{0i-1} + F_i. \quad (2)$$

Рівняння (2) доповнює (1) и дає змогу будувати коректні моделі багатодвигунних рулонних друкарських машин.

Приймаємо момент сили опору і технологічних навантажень у друкарських секціях пропорційним швидкості секції:

$$M_n = a\omega, \quad (3)$$

де a — коефіцієнт пропорційності; M_n , ω — момент навантаження та кутова швидкість секції.

З врахуванням (3) запишемо рівняння i -ї секції

$$I_i \frac{d^2 \omega_i}{dt^2} = M_i - a_i \omega_i - K_i (F_{i-1} - F_i), \quad (4)$$

де M_i — рушійний момент, прикладений до i -ї секції. I_i — момент інерції секції, зведений до вала секції; F_{i+1} , F_i — натяг стрічки на відповідних ділянках; K_i — коефіцієнт, який враховує значення радіуса циліндра друкарської секції.

Лінійна та кутова швидкості стрічки зв'язані залежністю

$$V_i = K_i \omega_i. \quad (5)$$

На основі рівнянь (1)–(5) побудована розгорнута структурна схема простої моделі багатодвигунної рулонної друкарської машини (рис. 2). Відзначимо, що схема універсальна. Коли циліндри не ведучі, то на структурній схемі потрібно прийняти, що відповідний рушійний момент дорівнює нулеві. Якщо до розмотувальної секції прикладений тормозний момент, то момент M_1 повинен мати від'ємний знак.

Проведено аналіз двосекційної моделі багатодвигунної рулонної друкарської машини, яка складається з двох секцій і ділянки рухомої стрічки. Вважаємо, що параметри секцій однакові й у відповідних виразах опускаємо індекси.

На основі структурної схеми (рис. 2) запишемо залежність зображень натягу стрічки від різниці швидкостей

$$F_1(s) = \frac{K_a}{T_n s + 1} \Delta_2^{-1}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (6)$$

Визначник структурної схеми двосекційної моделі

$$\Delta_2(s) = 1 + \frac{2K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Is + a)}. \quad (7)$$

Після перетворень (6) з врахуванням (7) отримуємо

$$F_1(s) = \frac{K_n(Is + a)}{A_2(s)} [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (8)$$

Власний оператор двосекційної моделі

$$A_2(s) = (T_n s + 1)(Is + a) + 2K^2 K_n. \quad (9)$$

Прийнявши, що оператор s дорівнює нулеві, запишемо залежність натягу стрічки від різниці швидкостей в усталеному режимі

$$F_1 = K_n \left(1 + \frac{2K^2 K_n}{\alpha} \right)^{-1} (V_2 - V_1). \quad (10)$$

Для друкарських машин $\alpha \ll 2 K^2 K_n$. Враховуючи це, з (10) одержуємо наближену залежність:

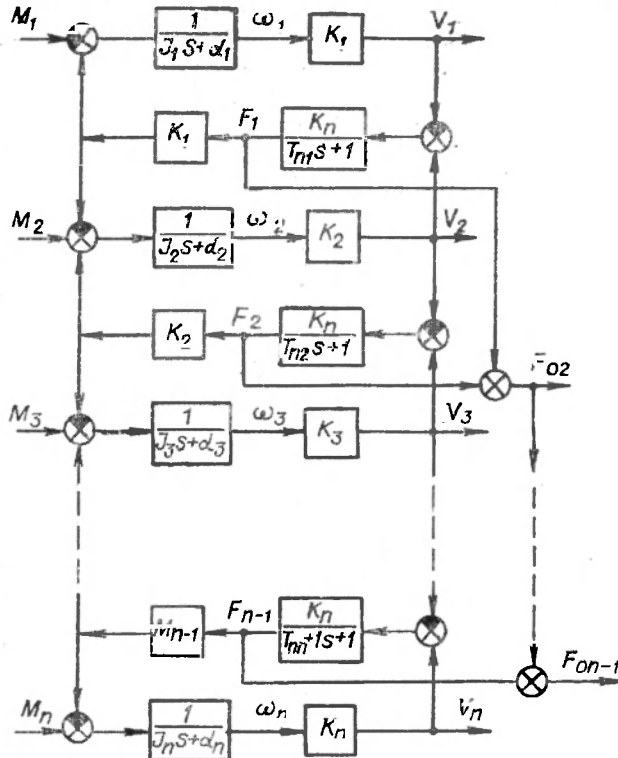


Рис. 2. Структурна схема моделі багатодвигунної рулонної друкарської машини.

$$F_1 = \frac{\alpha}{2 K^2} (V_2 - V_1). \quad (11)$$

Таким чином, в усталеному режимі натяг стрічки на ділянці визначається силами опору друкарських секцій. Якщо б модель не враховувала сили опору ($\alpha=0$), то натяг стрічки не залежав би від її швидкості. Зміна швидкості однієї секції передається на другу, і натяг стрічки не змінюється.

Запишем залежність зображень натягу стрічки від моментів, прикладених до секцій:

$$F_1(s) = \frac{K K_n}{(T_n s + 1)(I s + \alpha)} \Delta_2^{-1}(s) [M_2(s) - M_1(s)]. \quad (12)$$

Після перетворень з урахуванням (7) і (9)

$$F_1(s) = \frac{K K_n}{A_2(s)} [M_2(s) - M_1(s)]. \quad (13)$$

Приймаючи, що оператор s дорівнює нулеві, одержуємо статичну залежність натягу стрічки від моментів:

$$F_1 = \frac{1/K}{2 + \alpha/K^2 K_n} (M_2 - M_1). \quad (14)$$

Якщо до обох секцій прикладені однакові рушійні моменти то зміна натягу стрічки на ділянці дорівнює нулеві.

Нехтуючи силами опору ($\alpha=0$), одержуємо залежність натягу стрічки від моментів:

$$F_1 = \frac{1}{2K} (M_2 - M_1). \quad (15)$$

Якщо вважати, що перша секція — розмотувальна, а момент M гальмівний і в усталеному режимі $M_2 = M_1$, то натяг стрічки на ділянці

$$F_1 = \frac{1}{K} M_2. \quad (16)$$

Таким чином, натяг стрічки залежить від рушійного моменту і радіуса циліндра секції.

Запишемо залежність зображень лінійних швидкостей стрічки в кінці і на початку ділянки:

$$V_2(s) = \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1)(I s + \alpha)} \Delta_2^{-1}(s) V_1(s). \quad (17)$$

Після перетворень

$$V_2(s) = \frac{K^2 K_n}{A_2(s)} V_1(s), \quad (18)$$

звідки дістаємо залежність між швидкостями в усталеному режимі руху:

$$V_2 = \frac{1}{2 + \alpha/K^2 K_n} V_1. \quad (19)$$

Нехтуючи силами опору, записуємо

$$V_2 = \frac{1}{2} V_1. \quad (20)$$

Проаналізуємо характеристичне рівняння (9) двосекційної моделі

$$(T_n s + 1)(Is + \alpha) + 2K^2 K_n = 0. \quad (21)$$

Нехтуючи силами опору, визначаємо корені (21)

$$S_{1,2} = -\frac{1}{2T_n} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_n^2} - \frac{2K^2 K_n}{IT_n}}. \quad (22)$$

Аналіз показує, що для друкарських машин права частина підкорінного виразу (22) значно більша лівої, тому не можна її брати до уваги:

$$S_{1,2} = -\frac{1}{2T_n} \pm j \sqrt{\frac{2K^2 K_n}{IT_n}}. \quad (23)$$

Таким чином, просту двосекційну модель багатодвигунної рулонної друкарської машини можна розглядати як двомасову систему з частотою власних коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{2K^2 K_n}{IT_n}}, \quad (24)$$

або при записі виразу (24) через первинні параметри

$$\omega = \sqrt{\frac{2R^2 Ef}{LI}}, \quad (25)$$

де R — радіус циліндра секції; E — модуль пружності матеріалу стрічки; f — площа поперечного перерізу стрічки; L — довжина ділянки стрічки.

Затухання коливань залежить від робочої швидкості машини.

Проведем аналіз трисекційної моделі. За структурною схемою (рис. 2) запишем залежність зображень натягу стрічки на першій ділянці від моментів, прикладених до різних секцій, за умови, що параметри секцій однакові:

$$\begin{aligned} F_1(s) = & \left[-\frac{KK_n}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} \left[1 + \frac{2K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} \right] M_1(s) + \right. \\ & + \frac{KK_n}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} \left[1 + \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} \right] M_2(s) + \\ & \left. + \frac{K^3 K_n^2}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} M_3(s) \right] \Delta_3^{-1}(s). \end{aligned} \quad (26)$$

Визначник структурної схеми трисекційної моделі

$$\Delta_3(s) = 1 + \frac{4K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} + \frac{3K^4 K_n^2}{(T_n s + 1)^2 (Is + \alpha)^2}. \quad (27)$$

Після перетворень (26) з урахуванням (27) маємо

$$F_1(s) = \frac{K K_n [(T_n s + 1)(Is + \alpha) + 2 K^2 K_n]}{A_3(s)} M_1(s) + \\ + \frac{(T_n s + 1)(Is + \alpha) + K^3 K_n^2}{A_3(s)} M_2(s) + \frac{K^3 K_n^2}{A_3(s)} M_3(s), \quad (28)$$

де власний оператор трисекційної моделі

$$A_3(s) = [(T_n s + 1)(Is + \alpha)]^2 + 4K^2 K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha) + 3K^4 K_n^2. \quad (29)$$

Приймаючи, що оператор дорівнює нулеві, визначимо залежність натягу стрічки від моментів в усталеному режимі

$$F_1 = \frac{\alpha K K_n + 2K^3 K_n^2}{\alpha(1 + 4K^2 K_n) + 3K^4 K_n^2} M_1 + \frac{\alpha K K_n + K^3 K_n^2}{\alpha(1 + 4K^2 K_n) + 3K^4 K_n^2} M_2 + \\ + \frac{K^3 K_n^2}{\alpha(1 + 4K^2 K_n) + 3K^4 K_n^2} M_3. \quad (30)$$

Нехтуючи силами опору секцій, записуємо

$$F_1 = -\frac{2}{3K} M_1 + \frac{1}{3K} M_2 + \frac{1}{3K} M_3. \quad (31)$$

Приймаючи, що перша секція гальмівна, а рушійні моменти однакові ($M_2 = M_3$), одержуємо

$$F_1 = \frac{1}{K} M_1. \quad (32)$$

Аналогічно дістаємо залежність натягу стрічки на другій ділянці від моментів

$$F_3(s) = -\frac{K^3 K_n^2}{A_3(s)} M_1(s) - \frac{K K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha) + K^3 K_n^2}{A_3(s)} M_2(s) + \\ + \frac{K K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha) + 2K^3 K_n^2}{A_3(s)} M_3(s). \quad (33)$$

Залежність натягу стрічки в усталеному режимі без врахування сил опору

$$F_2 = -\frac{1}{3K} M_1 - \frac{1}{3K} M_2 + \frac{2}{3K} M_3. \quad (34)$$

Якщо прийняти, що рушійні моменти однакові ($M_2 = M_3$) то натяг стрічки

$$F_2 = \frac{1}{2K} M_1. \quad (35)$$

Таким чином, при рівності рушійних моментів, прикладених до другої і третьої секцій, натяг стрічки на другій ділянці менший натягу стрічки на першій.

Запишемо залежність натягу стрічки на другій ділянці від натягу стрічки на першій:

$$F_{02}(s) = \left[\Delta_3(s) + \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Is + \alpha)} \right] \Delta_3^{-1}(s) F_1(s). \quad (36)$$

Після перетворень маємо

$$F_{02}(s) = \left[1 + \frac{K^2 K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha)}{A_3(s)} \right] F_1(s). \quad (37)$$

Залежність натягу стрічки в усталеному режимі

$$F_{02} = \left[1 + \frac{1 + \alpha K^2 K_n}{\alpha + (1 + 4 K^2 K_n + 3 K^4 K_n^2)} \right] F_1. \quad (38)$$

Для рулонних друкарських машин $\alpha(1 + 4 K^2 K_n) \ll 3 K^4 K_n^2$, тому з (38) одержимо наближену залежність

$$F_{02} = \left(1 + \frac{\alpha}{3 K^4 K_n} \right) F_1. \quad (39)$$

Отже, натяг стрічки на другій ділянці дещо відрізняється від натягу стрічки на першій за рахунок наявності сил опору секцій.

Залежність зображень швидкості стрічки V_2 від швидкостей на інших секціях

$$V_2(s) = \frac{K^2 K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha) + K^4 K_n^2}{A_2(s)} V_1(s) - \frac{K^2 K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha) + K^4 K_n^2}{A_3(s)} V_3(s). \quad (40)$$

Залежність швидкості в усталеному режимі без врахування сил опору секцій

$$V_2 = \frac{1}{3} V_1 - \frac{1}{3} V_3. \quad (41)$$

Аналогічно запишемо залежність швидкості стрічки V_3 від швидкостей на інших секціях:

$$V_3(s) = \frac{K^4 K_n^2}{A_3(s)} V_1(s) + \frac{K^2 K_n (T_n s + 1)(Is + \alpha) + K^4 K_n^2}{A_3(s)} V_2(s). \quad (42)$$

Залежність швидкості стрічки в усталеному режимі без врахування сил опору

$$V_3 = \frac{1}{3} V_1 + \frac{1}{3} V_2. \quad (43)$$

Таким чином, залежність швидкості стрічки на даній ділянці від швидкостей на інших ділянках залежить від місця розташування секції.

Відзначимо, що отримані залежності справедливі для малих приростів змінних і ці залежності дійсні тільки тоді, коли стрічка на ділянках рухається з певним натягом.

Проаналізуємо характеристичне рівняння (29) трисекційної моделі:

$$[(T_{\text{л}} s + 1)(Is + \alpha)]^2 + 4K^2 K_{\text{л}}(T_{\text{л}} s + 1)(Is + \alpha) + 3K^4 K_{\text{л}}^2 = 0. \quad (44)$$

Нехтуючи силами опору і роблячи інші припущення, для практичних розрахунків (44) наближено можна записати у вигляді

$$[(T_{\text{л}} s + 1) Is + 2K^2 K_{\text{л}}]^2 = 0. \quad (45)$$

Характеристичне рівняння має двократні корені, аналогічні (24). Трисекційну модель багатодвигунної рулонної друкарської машини можна розглядати як послідовне з'єднання двох дво-секційних систем з частотою власних коливань, подібною до (24).

Отже, співвідношення між натягом стрічки на ділянках і моментами, прикладеними до секцій, а також швидкостями на окремих ділянках залежить від числа секцій і їх взаємного розміщення. Зв'язки між натягом стрічки та моментами, прикладеними до секцій, сильні. Залежність натягу стрічки від швидкості слабка і за певних умов цей зв'язок можна не враховувати.

Наведені моделі є основою для аналізу багатодвигунних рулонних друкарських машин і вихідними для побудови більш складних моделей.

1. *Иванов Г. М., Никитин Б. К.* Автоматизированный электропривод агрегатов непрерывного действия. М., 1986. 2. *Казакевич В. В., Избицкий Э. Н.* Системы автоматического управления полиграфическими процессами. М., 1978.

Стаття надійшла до редколегії 21.01.87