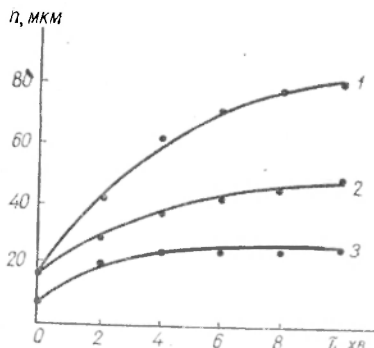


А. А. АЛЕКСАШЕНКО, С. М. ЯКУШЕВ, Є. В. СЬОМІНА

ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ХІМІЧНОГО ТРАВЛЕННЯ ФОРМ ГЛИБОКОГО ДРУКУ *

Як відомо, швидкість дифузії хлориду заліза крізь пігментно-желатинову копію (ПЖК) значно впливає на травлення форм глибокого друку і, як наслідок цього, на формування градаційних характеристик друкарської форми. Дифузійна проникність ПЖК багато вивчалася [2—4,6]. В [1] ви-



Кінетика набухання ПЖК FeCl₃ густиною:
1 — 1,29 г/см³; 2, 3 — 1,36 г/см³.

користано відомий розв'язок одномірної рівняння нестационарної дифузії і відзначено, що він не відповідає результатам, одержаним у [6]. Для пояснення цього висунуто гіпотезу про різне значення коефіцієнта дифузії реагента у стадіях нестационарного та стаціонарного масопереносу [1]. Авторам [1] довелось прийняти, що коефіцієнт нестационарної дифузії приблизно на три порядки менший за коефіцієнт стаціонарної дифузії. Такий підхід до проблеми математичного моделювання процесу хімічного травлення форм глибокого друку некоректний, оскільки він ігнорує суттєву особливість стадії нестационарного масопереносу — одночасне набухання плівки ПЖК.

Як показали наші експерименти, час набухання має той самий порядок, що і час нестационарного масопереносу. При цьому товщина ПЖК може збільшуватися в декілька разів (див. рисунок). Отже, прийняту у [5] граничну умову $C(h, t) = C_2$, $h = \text{const}$ слід замінити на $C(h(t), t) = C_2$. Це принципово змінює всю задачу, оскільки тоді перенос розглядається в області з рухомою межею.

Тоді крайова задача набуває вигляду

$$\frac{dC}{dt} = \frac{d}{dx} \left(D \frac{dC}{dx} \right); \quad (1) \quad C(X, 0) = C_0; \quad (2) \quad C(0, t) = C_1 \quad (3)$$

$$C(h(t), t) = C_2 \quad (4)$$

Розв'яжемо (1)—(4) двома способами: з використанням апарату функцій Гріна і спеціального інтегрального перетво-

* Робота виконана під керівництвом і за участю В. О. Наумова.

рення Грінберга. При цьому врахуємо різні типи залежностей $D(C)$. Одержані результати виходять далеко за рамки даної статті. Ми обмежимося розглядом випадку лінійної задачі та лінійного закону $h(t)$, оскільки, з одного боку, це веде до досить компактного вирішення, а з другого — дає змогу оцінити ефективний коефіцієнт дифузії. Як впливає з рисунку, криві $h(t)$ легко апроксимувати двома-трьома прямими. З урахуванням особливостей процесу можна прийняти, що, очевидно, $C_0 = 0$ і $C_1 = 0$. За допомогою заміни змінних

$$\xi = x/h(t); \quad C(x, t) = \Theta(\xi, t) \quad (5)$$

і з урахуванням зроблених припущень перепишемо (1)—(4)

$$h^2(t) \frac{d^2 \Theta}{d\xi^2} = D \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \xi h h'(t) \frac{d\Theta}{d\xi}; \quad (6)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 0; \quad (7) \quad \Theta(0, t) = 0; \quad (8) \quad \Theta(1, t) = C_2. \quad (9)$$

Шляхом підставлення

$$\Theta(\xi, t) = \frac{1}{\sqrt{h(t)}} e^{-\frac{h(t) h'(t)}{4D} \xi^2} W(\xi, t) \quad (10)$$

замість (6) одержуємо

$$h^2(t) \frac{d^2 W}{d\xi^2} = D \frac{d^2 W}{dt^2} + \frac{\xi^2}{4D} h^3(t) h'(t) W. \quad (11)$$

У нашому випадку $h(t) = h_0 + vt$, $h' = v$, $h'' = 0$, і (11) спрощується до

$$(h_0 + vt)^2 \frac{d^2 W}{d\xi^2} = D \frac{d^2 W}{dt^2}. \quad (12)$$

Роблячи заміну змінної

$$\tau = \int_0^t \frac{dt}{(h_0 + vt)^2} = \frac{t}{h(h_0 + vt)} \quad (13)$$

і враховуючи (10), перепишемо (12) і крайові умови (7)—(9) у вигляді

$$\frac{d^2 W}{d\xi^2} = D \frac{d^2 W}{d\tau^2}; \quad (14) \quad W(\xi, 0) = 0; \quad (15) \quad W(0, \tau) = 0; \quad (16)$$

$$W(1, \tau) = C_2 \sqrt{\frac{h_0}{1 - h_0 v \tau}} \exp\left[\frac{v h_0}{D(1 - h_0 v \tau)}\right] = W_2(\tau). \quad (17)$$

Розв'язком крайової задачі (14)—(17) є функція

$$M(\xi, \tau) = 2C_2 \sqrt{h_0} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \pi D (\sin n \pi \xi) \times \\ \times e^{-D n^2 \pi^2 \tau} \int_0^{\tau} (1 - h_0 v \tau') \exp\left[D h^2 \pi^2 \tau' + \frac{v h_0}{D(1 - h_0 v \tau')}\right] d\tau'. \quad (18)$$

Вираз (18) після деяких перетворень можна звести до

$$W(\xi, \tau) = C_2 \xi \sqrt{\frac{h_0}{1 - h_0 v \tau}} \exp\left[\frac{h_0 v}{D(1 - h_0 v \tau)}\right] - 2C_2 \sqrt{h_0} e^{vh_0/D} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin n\pi\xi}{n\pi} e^{-Dn^2\pi^2\tau} - \frac{2C_2 h_0^{3/2} v}{D} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \times \\ \times \frac{\sin n\pi\xi}{n\pi} e^{-Dn^2\pi^2\tau} I(\tau);$$

$$I(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{D(1 - h_0 v \tau') + 2h_0 v}{(1 - h_0 v \tau')^{5/2}} \exp\left[Dn^2\pi^2\tau' + \frac{vh_0}{D(1 - h_0 v \tau')}\right] d\tau', \quad (19)$$

з якого легко побачити, що він задовільняє рівнянню (14) і крайовим умовам (15)–(17).

Знайдемо тепер вираз для потоку при $x=0$:

$$q = -D \left(\frac{dC}{dx}\right)_{x=0} = -D \left(\frac{1 - h_0 v \tau}{h_0}\right)^{3/2} \left(\frac{dW}{d\xi}\right)_{\xi=0}. \quad (20)$$

Диференціюючи в (19) по ξ , одержуємо

$$q|_{x=0} = \frac{DC_2}{h_0 + vt} e^{v(h_0 + vt)/D} - \frac{2DC_2 \sqrt{h_0}}{(h_0 + vt)^{3/2}} e^{vh_0/D} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \times \\ \times e^{-\frac{Dn^2\pi^2 t}{h_0(h_0 + vt)}} - 2C_2 v \left(\frac{h_0}{h_0 + vt}\right)^{3/2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-\frac{Dn^2\pi^2 t}{h_0(h_0 + vt)}} I\tau. \quad (21)$$

Розрахунки за формулою (21) показали, що значення потоку, які відповідають експерименту, одержують при коефіцієнті дифузії $10^{-6} \dots 10^{-7}$ см²/с, тобто має той же порядок, що і коефіцієнт стаціонарної дифузії. Значна затримка початку процесу травлення (великий «час затравки»), таким чином, залежить переважно від того, що порядок з дифузійним масопереносом реагенту по поверхні міді є спрямованим у протилежний бік масопереносу, зумовленого рухом міжфазної межі через набухання плівки ПЖК.

1. Гуревич А. А., Мельник В. Н. Математическое моделирование процесса химического травления форм глубокой печати // Физ.-хим. явления в процессах полиграфии. 1978. Т. 27. Вып. 2. 2. Пфайль Г., Трауцеддель Р., Ярцаб Е. Кинетика процесса травления форм глубокой печати // Полиграфия. 1974. № 8. 3. Семина Е. В., Эмдин А. Г., Чех Г. Использование кривых потенциал-время для изучения процесса травления меди // Полиграфия. 1977. № 12. 4. Семина Е. В., Якушев С. М., Васин Г. И. Влияние состава травящего раствора на диффузионную проницаемость пигментно-желатиновых копии формных цилиндров глубокой печати: Библиогр. указатель // Депонир.

рукописи. 1982. № 7 (Деп. в НИЦ «Информпечать»). 6. Эмдин А. Г., Седова И. С. Прибор для определения продолжительности диффузии раствора хлорного железа в копировальный слой // Полиграф. пр-во. 1954. № 8. 6. Эмдин А. Г. Закономерности травления меди растворами хлорного железа // Полиграфия. 1965. № 8. 1965, № 10; 1966, № 13.

Стаття надійшла до редколегії 26.04.88
