

УДК 61.83:539.3

М. М. ЛУЦКІВ

**МОДЕЛІ БАГАТОСЕКЦІЙНОЇ
РУЛОННОЇ РОТАЦІЙНОЇ МАШИНИ
З ПОСЛІДОВНИМИ ПРУЖНИМИ
ВАЛОПРОВОДАМИ**

Рулонні ротаційні друкарські машини побудовані у вигляді послідовно розміщених секцій, що приводяться в рух від спільного валопровода. При цьому секції кінематично зв'язані зі спільним валом, створюючи послідовно з'єднані пружні валопроводи, від яких приводяться в рух окремі секції. Останні розміщені на певній відстані одна від одної, тому валопроводи мають помітну пружність, яка значно впливає на динамічні процеси в електромеханічній системі машини.

Схема багатосекційної рулонної ротаційної машини з послідовними пружними валопроводами приведена на рис. 1.

При побудові моделі вважаємо, що стрічковедуча ділянка списується відомим диференційним рівнянням [1]

$$T_{\pi} \frac{dF_i}{dt} + F_i = K_{\pi} (V_i - V_{i-1}), \quad (1)$$

де T_{π} , K_{π} — стала часу та коефіцієнт передачі ділянки стрічки; F_i — приріст натягу стрічки на ділянці; V_i , V_{i-1} — лінійні швидкості ведучих циліндрів на початку та кінці ділянки.

Зазначимо, якщо стрічка, що надходить на ділянку, має початковий натяг, F_{0i-1} , то зображення повного натягу стрічки на ділянці

$$F_{0i}(s) = \frac{1}{T_{\pi} s + 1} F_{0i-1}(s) + F_i(s). \quad (2)$$

Технологічні моменти та моменти сил в'язкого тертя в опорах секцій вважаємо пропорційними відповідним кутовим швидкостям ω_i

$$M_{ci} = a_i \omega_i, \quad (3)$$

де a_i — коефіцієнт в'язкого тертя секції.

Пружні валопроводи описуються відомим рівнянням [2]

$$\frac{dM_i}{dt} = c_i (\omega_{i-1} - \omega_i), \quad (4)$$

де M_i — момент, прикладений до пружного вала; c_i — жорсткість пружного валопровода на даній ділянці; ω_i — кутова швидкість робочих циліндрів окремих секцій.

На основі цих рівнянь запишемо рівняння руху довільної секції

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} M_i - M_{i-1} - a_i \omega_i - K_i (r_i - F_{i-1}), \quad (5)$$

де I_i — зведений момент інерції рухомих частин секції.

Рівняння руху електропривода машин:

$$I_0 \frac{d\omega_0}{dt} = M_{\pi} - M_c, \quad (6)$$

де I_0 — приведений момент інерції двигуна; M_{π} і M_c — рушійний момент двигуна і сумарний момент навантаження.

Вважаємо, що електродвигун має лінійну механічну характеристику, яка описується рівнянням [3]

$$M_{\pi} = \beta (\omega_0 - \omega), \quad (7)$$

де β — коефіцієнт жорсткості механічної характеристики двигуна; ω_0 — задана стала кутова швидкість.

На основі наведених рівнянь і схеми моделі на рис. 2 побудована структурна динамічна модель рулонної машини з послідовними пружними валопроводами і стрічкою. Модель є відомою для аналізу динаміки рулонних друкарських машин.

Проаналізуємо двосекційну модель, яка включає розмоточну секцію, першу друкарську секцію і електропривод. Запишемо залежність натягу стрічки на ділянці від різниці швидкостей:

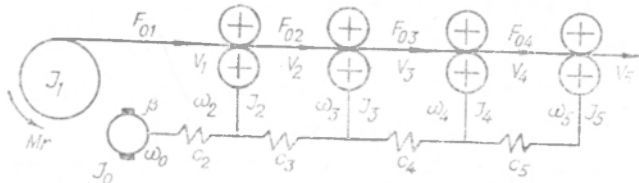


Рис. 1. Схема багатосекційної рулонної ротативної машини.

$$F_{01}(s) = \frac{K_1}{T_{n1}s + 1} \left[1 + \frac{c_2}{(I_2s + \alpha_2)s} + \frac{c_3}{I_0s^2} + \frac{\beta}{I_0s} + \frac{c_2\beta}{(J_2s + \alpha_2)J_0s} \right] \Delta_2^{-2}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (8)$$

Визначник структурної схеми моделі для двосекційної моделі

$$\Delta_2(s) = 1 + W_1(s) + W_2(s) + W_3(s) + W_4(s) + W_5(s) + W_1(s)[W_3(s) + W_4(s) + W_5(s)] + W_2(s)[W_4(s) + W_5(s) + W_1(s)W_3(s)W_5(s)], \quad (9)$$

де передаточні функції відповідних контурів

$$W_1(s) = \frac{K_1^2 K_2}{(T_{n1}s + 1)(J_1s + \alpha_1)}; \quad W_2(s) = \frac{K_2^2 K_3}{(T_{n1}s + 1)(J_2s + \alpha_2)}; \\ W_3(s) = \frac{C_2}{(J_2s + \alpha_2)s}; \quad W_4(s) = \frac{C_3}{J_0s}; \quad W_5(s) = \frac{B}{J_0s}. \quad (10)$$

Після перетворення (9) з урахуванням (10) отримуємо власний оператор двосекційної моделі, який дорівнює знаменнику визначника (9)

$$A_2(s) = a_6 s^5 + a_5 s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1, \quad (11)$$

де

$$a_6 = J_0 J_1 J_2 T_{n1}; \\ a_5 = J_0 J_2 (J_1 + \alpha_1 T_{n1}) + \alpha_2 J_0 J_1 T_{n1} + \beta J_1 J_2 T_{n1};$$

На основі наведених рівнянь і схеми моделі на рис. 2 побудована структурна динамічна модель рулонної машини з послідовними пружними валопроводами і стрічкою. Модель є відповідною для аналізу динаміки рулонних друкарських машин.

Проаналізуємо двосекційну модель, яка включає розмоточну секцію, першу друкарську секцію і електропривод. Запишемо залежність натягу стрічки на ділянці від різниці швидкостей:

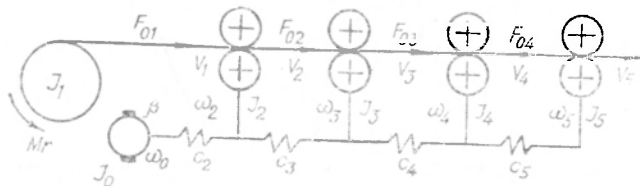


Рис. 1. Схема багатосекційної рулонної ротативної машини.

$$F_{01}(s) = \frac{K_{\pi}}{T_{\pi 1} s + 1} \left[1 + \frac{c_2}{(I_2 s + \alpha_2) s} + \frac{c_3}{I_0 s^2} + \frac{\beta}{I_0 s} + \frac{c_2 \beta}{(J_2 s + \alpha_2) J_0 s} \right] \Delta_2^{-2}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (8)$$

Визначник структурної схеми моделі для двосекційної моделі

$$\Delta_2(s) = 1 + W_1(s) + W_2(s) + W_3(s) + W_4(s) + W_5(s) + W_1(s) [W_3(s) + W_4(s) + W_5(s)] + W_2(s) [W_4(s) + W_5(s) + W_1(s) W_3(s) W_5(s)], \quad (9)$$

де передаточні функції відповідних контурів

$$W_1(s) = \frac{K_1^2 K_{\pi}}{(T_{\pi 1} s + 1)(J_1 s + \alpha_1)}; \quad W_2(s) = \frac{K_2 K_{\pi}}{(T_{\pi 1} s + 1)(J_2 s + \alpha_2)}; \\ W_3(s) = \frac{C_2}{(J_2 s + \alpha_2) s}; \quad W_4(s) = \frac{C_3}{J_0 s}; \quad W_5(s) = \frac{B}{J_0 s}. \quad (10)$$

Після перетворення (9) з урахуванням (10) отримаємо власний оператор двосекційної моделі, який дорівнює знаменнику визначника (9)

$$A_2(s) = a_6 s^5 + a_5 s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1, \quad (11)$$

де

$$a_6 = J_0 J_1 J_2 T_{\pi 1}; \\ a_5 = J_0 J_2 (J_1 + \alpha_1 T_{\pi 1}) + \alpha_2 J_0 J_1 T_{\pi 1} + \beta J_1 J_2 T_{\pi 1};$$

$$\begin{aligned}
a_4 &= \alpha_1 J_0 J_1 + \alpha_2 I_0 (I_1 + \alpha_1 T_{11}) + K_1^2 K_n I_0 I_2 + K_1^2 K_n I_0 I_1 + \\
&+ C_2 I_0 I_1 T_{11} + C_2 I_1 I_2 T_{11} + \beta I_2 (I_1 + \alpha_1 T_{11}) + \beta \alpha_2 I_2 T_{11}; \\
a_3 &= \alpha_1 \alpha_2 I_0 + K_1^2 K_n \alpha_2 I_0 + K_2^2 K_n \alpha_1 I_0 + C_2 I_0 (I_1 + \alpha_1 T_{11}) + \\
&+ C_2 I_2 (I_1 + \alpha_1 T_{11}) + C_2 I_1 T_{11} + \alpha_1 \beta I_2 + \beta \alpha_2 (I_1 + \alpha_1 T_{11}) + \\
&+ K_1^2 K_n C_2 I_0 + K_1^2 K_n \beta I_2 + K_2^2 K_n C_2 I_0 I_1 + C_2 \beta I_1 T_{11}; \\
a_2 &= C_2 \alpha_1 I_0 + C_2 \alpha_1 I_2 + C_2 \alpha_2 (I_1 + \alpha_1 T_{11}) + C_2 \beta + \\
&+ \alpha_1 \alpha_2 + K_1^2 K_n \alpha_2 \beta + K_1^2 K_n \alpha_2 \beta + K_1^2 K_n C_2 I_2 + \\
&+ K_2^2 K_n (C_2 + \alpha_1 J_0 + \beta J_0) + C_2 \beta (I_0 + \alpha_1 T_{11}); \\
a_1 &= C_2 \alpha_1 \alpha_2 + C_2 \alpha_1 \beta + K_1^2 K_n C_2 \alpha_2 + K_1^2 K_n \alpha_1 \beta.
\end{aligned}$$

Власний оператор описує вільний рух у двосекційній моделі. Після перетворення (8) з урахуванням (9÷11) отримуємо

$$\begin{aligned}
F_1(s) &= K_n [(J_2 s + \alpha_2) J_0 s^2 + c_2 J_0 s + c_2 (J_1 s + \alpha_1) + \\
&+ \beta (J_2 s + \alpha_2) + c_2 \beta] (J_1 s + \alpha_1) A_2^{-1}(s) [V_2(s) - V_1(s)]. \quad (12)
\end{aligned}$$

Якщо прийняти оператор s рівним нулеві, отримуємо залежність натягу стрічки від різниці швидкостей в усталеному режимі її руху

$$F_1 = K_n \left[1 + \frac{K_1^2 K_n (\alpha_2 c_2 + \alpha_1 \beta)}{\alpha_1 c_2 (\alpha_1 + \beta)} \right] (V_2 - V_1). \quad (13)$$

Враховуючи, що для ротаційних машин $\alpha_1 \beta \ll \alpha_2 c_2$ і приймаючи $\alpha_1 = \alpha_2$, дістанемо наближену залежність

$$F_2 = K_n \left[1 + \frac{K_1^2 K_n}{\alpha_1 + \beta} \right] (V_2 - V_1). \quad (14)$$

Знаменник цього виразу більший від одиниці, а це значить, що натяг стрічки залежить від коефіцієнта β жорсткості механічної характеристики двигуна та коефіцієнта α_1 в'язкого тертя механізму розмотувальної секції машини і, в меншій мірі, від швидкості.

На основі залежностей (9÷12) відносно просто можна отримати залежності між окремими величинами, які цікавлять дослідника.

Якщо вивчається динаміка тільки електромеханічної частини машини, то розмотувальну секцію і першу ділянку стрічки можна не враховувати, тому що розмотувальна секція не має жорсткого зв'язку з головним валом, а з'єднана з першою секцією тільки через стрічку. Надалі при аналізі не будемо враховувати виділену частину моделі.

Проведемо аналіз односекційної моделі рулонної ротаційної машини, яка включає електродвигун, пружний валопровід, другу секцію з другою ділянкою стрічки. Запишемо залежність кутової швидкості другої секції від заданої швидкості двигуна:

$$\omega_2(s) = \frac{\beta c_2}{(J_2 s + \alpha_2) J_0 s} \Delta_{12}^{-1}(s) \omega_0(s). \quad (15)$$

Визначник структурної схеми односекційної моделі машини з електродвигуном

$$\Delta_{12}(s) = 1 + W_1(s) + W_2(s) + W_3(s) + W_4(s) + W_1(s) [W_3(s) + W_4(s)] + W_2(s) W_3(s), \quad (16)$$

де передаточні функції контурів

$$W_1(s) = \frac{K_2^2 K_n}{(T_{n2} s + 1) (J_2 s + \alpha_2)}; \quad W_2(s) = \frac{c_2}{(J_2 s + \alpha_2) s};$$

$$W_3(s) = \frac{c_2}{J_0 s}; \quad W_4(s) = \frac{\beta}{J_0 s}.$$

Після перетворення (15) з урахуванням (16) отримаємо

$$\omega_2(s) = \frac{\beta c_2 (T_{n2} s + 1)}{A_{12}(s)} \omega_0(s). \quad (17)$$

Еласний оператор односекційної моделі машини з двигуном

$$A_{12}(s) = a_5 s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1,$$

де

$$a_5 = J_0 J_2 T_{n1}; \quad a_4 = J_0 (\alpha_2 T_{12} + J_2) + (c_2 + \beta) J_2 T_{n2},$$

$$a_3 = \alpha_2 J_0 + K_2^2 K_n J_0 + c_2 J_0 T_{n2} + (c_2 + \beta) (\alpha_2 T_{12} + J_2);$$

$$a_2 = c_2 J_0 + (c_2 + \beta) \alpha_2 + K_2^2 K_n (c_2 + \beta) + c_2 \beta T_{n2};$$

$$a_1 = c_2 \beta.$$

Аналіз (17) показує, що в перехідних режимах роботи в моделі виникають слабо затухаючі коливання. Параметри коливань у першу чергу визначаються жорсткістю валопровода і моментом інерції секції. Зазначимо, що жорсткість механічної характеристики електродвигуна значно впливає на ступінь затухання механічних коливань. У такій електромеханічній системі двигун виконує роль демпфера і позитивно впливає на динаміку машини. Сучасні промислові тиристорні системи керування електродвигунами постійного струму мають зворотний зв'язок за струмом, що дозволяє у широких межах змінювати жорсткість механічної характеристики привода. Міняючи жорсткість механічної характеристики, можна забезпечити більш інтенсивне затухання коливань у механічній системі привода машини.

Розглянемо основні залежності і проведемо аналіз двосекційної моделі, яка складається з двох друкарських секцій, з'єднаних між собою пружним валопроводом і ділянкою рухомої стрічки.

За структурною схемою (рис. 2) запишемо залежність приросту натягу на ділянці від різниці швидкостей при умові, що параметри секцій однакові:

$$F_2(s) = \frac{K_n}{T_n s + 1} \left[1 + \frac{3c}{(Js + \alpha)s} + \frac{c^2}{(Js + \alpha)^2 s^2} \right] \times \Delta_2^{-1}(s) [V_3(s) - V_2(s)]. \quad (18)$$

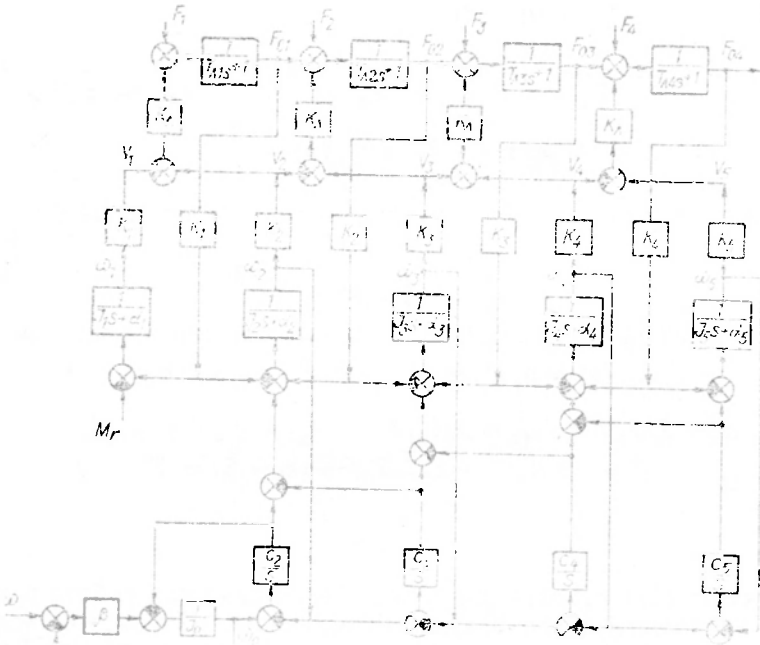


Рис. 2. Структурна динамічна модель рулонної машини.

Визначник структурної схеми двосекційної моделі

$$\Delta_2(s) = 1 + \frac{3c}{(Js + \alpha)s} + \frac{2K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)} + \frac{3K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)} + \frac{c^2}{(Js + \alpha)^2 s^2}. \quad (19)$$

Після перетворень (18) з урахуванням (19) отримаємо

$$F_2(s) = \frac{\beta_4 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_2 s + \beta_1}{A_2(s)} [V_3(s) - V_2(s)], \quad (20)$$

де

$$\begin{aligned} \beta_4 &= c J T_n; & \beta_3 &= c (J + \alpha T_n); \\ \beta_2 &= c (\alpha + K^2 K_n + c T_n); & \beta_1 &= c^2. \end{aligned}$$

Власний оператор двосекційної моделі

$$A_2(s) = a_6 s^6 + a_5 s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1,$$

де

$$\begin{aligned} a_6 &= I \cdot T_n; & a_5 &= 2J^2 + 2\alpha J T_n; & a_4 &= \alpha^2 T_n + 2\alpha J + 3c J T_n; \\ a_3 &= \alpha^2 + 3c (\alpha T_n + J) + 2K^2 K_n; \\ a_2 &= 3\alpha c + 2K^2 K_n \alpha + 3K^2 K_n c + c^2 T_n; & a_1 &= c_2. \end{aligned}$$

Залежність кутової швидкості другої секції від кутової швидкості вала двигуна

$$\begin{aligned} \omega_2(s) &= \frac{c}{(Js + \alpha)s} \left[1 + \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{c}{(Js + \alpha)s} \right] \Delta_2^{-1}(s) \omega(s). \quad (21) \end{aligned}$$

Після перетворення

$$\omega_2(s) = \frac{c [(T_n s + 1)(Js + \alpha) + K^2 K_n s + c(T_n s + 1)]}{A_2(s)} \omega(s). \quad (22)$$

Для порівняння запишемо залежність кутової швидкості третьої секції від швидкості вала двигуна

$$\omega_2(s) = \left[\frac{c^2}{(Js + \alpha)^2 s^2} + \frac{c K^2 K_n}{(Js + \alpha)^2 (T_n s + 1)s} \right] \Delta_2^{-1}(s) \omega(s). \quad (23)$$

Після перетворення

$$\omega_2(s) = \frac{c [K^2 K_n s + c(T_n s + 1)]}{A^2(s)} \omega(s). \quad (24)$$

Порівнюючи (22) і (24), робимо висновок, що чисельники цих виразів різні. Це значить, що в перехідних режимах та при дії сталих низькочастотних технологічних та інших збурень миттєві значення кутових швидкостей секцій будуть різні, що створює погані умови для технологічного процесу друкування.

Проаналізуємо зв'язок між лінійними швидкостями стрічки в кінці і на початку ділянки. Для цього використаємо структурну схему (рис. 2).

$$V_3(s) = \frac{K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)} \left[1 + \frac{2s}{(Js + \alpha)s} \right] \Delta_2^{-1}(s) V_2(s). \quad (25)$$

Після перетворень

$$V_3(s) = \frac{K^2 K_n [(Js + \alpha)s + 2c] s}{A_2(s)} V_2(s). \quad (26)$$

Таким чином, статичний коефіцієнт передачі (26) за швидкістю дорівнює нулеві. Це значить, що в ustalеному режимі швидкість руху стрічки на кінці ділянки не залежить від швидкості стрічки на початку ділянки. Цей вивід здається неочікуваним. Але вірність цього висновку, отриманого аналітично, легко доказується фізично — наявністю жорсткого механічного зв'язку між секціями.

Розглянемо окремі залежності для трисекційної моделі рулонної друкарської машини, яка складається із трьох секцій, з'єднаних послідовними пружними валопроводами, і з двох ділянок рухомої стрічки. За структурною схемою (рис. 2) запишемо залежність натягу стрічки на другій і третій ділянках

$$F_{03}(s) = \left[\frac{\Delta_3(s)}{T_n s + 1} + \frac{K^2 K_n}{T_n s + 1} \left(1 + \frac{3c}{(Js + \alpha)s} + \frac{c^2}{(Js + \alpha)^2 s^2} + \frac{K^2 K_n c}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)^2 s} \left(1 + \frac{c}{(Js + \alpha)s} \right) \right) \right] \Delta_3^{-1}(s) F_{02}(s). \quad (27)$$

Визначник структурної схеми трисекційної моделі

$$\Delta_n(s) = 1 + \frac{5c}{(Js + \alpha)s} + \frac{4K^2 K_n}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)} + \frac{14K^2 K_n c}{(T_n s + 1)(Js + \alpha)^2 s} + \frac{6c}{(Js + \alpha)^2 s^2} + \frac{3K^4 K_n^2}{(T_n s + 1)^2 (Js + \alpha)^2} + \frac{10c K^2 K_n}{(Js + \alpha)^3 (T_n s + 1) s^2} + \frac{3c K^4 K_n^2}{(T_n s + 1)^2 (Js + \alpha)^3 s} + \frac{c^3}{(Js + \alpha)^3 s^2}. \quad (28)$$

Після перетворень отримаємо

$$F_{03}(s) = \left[\frac{1}{T_n s + 1} + \frac{\gamma_5 s^4 + \gamma_4 s^3 + \gamma_3 s^2 + \gamma_2 s + \gamma_1}{A_3(s)} \right] F_{02}(s). \quad (29)$$

Власний оператор трисекційної моделі

$$A_3(s) = a_9 s^9 + a_8 s^7 + \dots + a_2 s + a_1. \quad (30)$$

Через громіздкість не приведені вирази для визначення коефіцієнтів (29) і (30).

З приведенного аналізу робимо висновок, що рулонні друкарські машини є складними електромеханічними системами, в яких механічні і технологічні параметри взаємопов'язані. Пружність валопроводів суттєво впливає на динаміку всієї машини. Результати моделювання показали, що при наявності періодичних збурень у системі виникають неперервні коливання. Стрічка мало впливає на динаміку механічної системи. Але механічна система приводу суттєво впливає на коливання натягу стрічки, які при наявності періодичних навантажень стають безперервними. Коливання натягу стрічки негативно впливає на хід друкарського процесу.

Наведені структурні моделі ротаційних друкарських машин можуть бути використані для аналізу динаміки машини і синтезу системи електроприводу. Більш повний аналіз можна провести за допомогою обчислювальних машин.

1. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Тиристорные системы электропривода с упругими связями. Л., 1979. 2. Егоров В. Н., Шестаков В. М. Динамика систем электропривода. Л., 1983. 3. Ключев В. Н. Теория электропривода. М., 1985.

Стаття надійшла до редколегії 16.05.90