УДК 655.225.620

І.М.Павлюк, П.Л.Пашуля, Б.І.Листвак

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВПЛИВУ КОМПОНЕНТІВ МІКРОЦИНКУ НА РІВНОМІРНІСТЬ ТРАВЛЕННЯ КЛІШЕ

З допомогою рентгенівського мікроаналізатора "Cameca" нами встановлено, що макровкраплення на травленій поверхні мікроцинкових кліше мають різний хімічний склад, що зумовлено формою цих вкраплень, причому концентраційна надмірність легувальних компонентів і домішок має місце навіть у тих випадках, коли хімічний склад сплаву за даними спектрального аналізу відповідає стандарту.

В оглядовій статті [3] зроблено критичний аналіз причин дефектів травлення цинкографських кліше. Суттєвою серед них називається чистота сплаву – відсутність оксидних сполук, інтерметалідів тощо. Проте навіть при ретельному очищенні сплавів вкраплення залишаються і причина їх утворення не встановлена. Натомість автори пропонують гіпотетичну оцінку причин неоднорідності поверхні, виходячи з феноменологічних позицій. На нашу думку, ці питання варто розглянути, спираючись на дані факторного і дисперсійного аналізу, що дасть чисельну характеристику ймовірності.

Факторний аналіз дозволяє робити припущення щодо корельованості статистичних даних спостережень та вказати мінімальне число впливових факторів з усього класу досліджуваних [1,2].

У межах лінійної теорії результати спостережень можна подати у вигляді

$$\vec{X} = \vec{\mu} + L\vec{f} + \vec{\varepsilon}, \qquad (1)$$

де $\vec{X}$ – вектор-стовпець спостережень над складовими мікроцинку в P пластинах; $\vec{\mu}$ – векторне середнє; $\vec{f}$ – вектор "K" спільних факторів порушення концентрації; $\vec{\varepsilon}$ – вектор залишків розмірності "P", який містить сумарний ефект специфічних факторів і випадкових помилок; $L = [l_{iv}]$ – матриця факторних навантажень розмірності $P \times K$.

Позначимо дисперсійні матриці для $\vec{f}$, $\vec{\varepsilon}$, $\vec{x}$ через Φ, Ψ^2, Σ. На основі рівняння (1)

$$\Sigma = L \cdot \Phi \cdot L^1 + \Psi^2, \tag{2}$$

де L^1 - транспонована матриця до L.

Обчислимо вектор вибіркових середніх $\bar{x}^1 = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_p)$ і матрицю вибіркових коваріацій

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} x_{\alpha i};$$

$$S_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{N} (x_{\alpha i} - \bar{x})(x_{\alpha j} - \bar{x}_j), \quad n = N - 1 \tag{3}$$

і розглянемо функціонал, який встановлює зв'язок між описаними вище матрицями,

$$\Theta = \frac{1}{2}\, tr(S - \Sigma)^2. \tag{4}$$

Мінімізуючи цей функціонал узагальненим методом найменших квадратів, одержуємо розв'язок поставленої задачі. Обробка даних мікроаналізу (табл. 1) вказаними математичними методами з використанням бібліотеки стандартних програм на ЕС-1061 вказує на тісний зв'язок між порушеннями концентрацій заліза і алюмінію.

Таблиця 1

Атомарні концентрації компонентів мікроцинкових пластин

Пластина	Zn	Al	Mg	Fe	Cu	Pb	Cd	Sn
352	97,3	2,1	0,5	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	79,9	18,2	0,6	1,3	0,1	0,0	0,0	0,0
	98,1	1,3	0,5	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0
	98,9	0,8	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
	96,6	2,4	0,8	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0
	97,0	2,9	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0
2001	98,7	0,8	0,5	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	97,8	0,8	0,5	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	99,3	0,6	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0
400	99,2	0,3	0,0	0,2	0,3	0,0	0,0	0,0
	98,6	1,1	0,0	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0
	99,0	0,7	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
	97,2	1,0	1,8	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0
	94,5	5,0	0,50,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	93,8	5,8	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0

Продовження табл. 1

Пластина	Zn	Al	Mg	Fe	Cu	Pb	Cd	Sn
БПЛ	98,6	0,5	0,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	98,5	1,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	97,0	2,4	0,0	0,2	0,0	0,2	0,2	0,1
	99,5	0,4	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	98,1	1,2	0,5	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	97,4	0,9	1,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Виходячи з цього, сформулюємо гіпотезу H_{FeAl} про вплив коливань концентрації заліза і алюмінію на чистоту травлення. Перевірку цієї гіпотези здійснимо методами двофакторного дисперсійного аналізу. За рандомізованими даними результатів мікроаналізу чотирьох пластин (табл. 2), розкид концентрацій алюмінію і заліза відносно фонових* значень можна подати співвідношенням

$$x_{ijk+1} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}, \qquad (5)$$

де $i = 1,2, ..., N$ – кількість рядків; $j = 1,2, ..., M$ – кількість стовпців; k – $1,2, ..., P$ - кількість даних в комірці; μ – середнє значення всього комплексу спостережень; α_i – ефект, зумовлений дією порушень концентрації алюмінію; β_j – ефект, зумовлений дією порушень концентрації заліза; γ_{ij} – ефект, зумовлений взаємодією i-го рівня концентрацій алюмінію та j-го рівня концентрацій заліза; ε_{ijk} – варіація всередині рандомізованих значень концентрації, з допомогою якої враховується дія неконтрольованих параметрів.

Таблиця 2

Рандомізовані дані концентрацій компонентів мікроцинку

Компонент пластини	2001	400	352	БПЛ
Залізо	0,3; 0,1	0,45; 0,12	0,36; 0,1	
Алюміній	2,227; 1,21; 0,5	3,567; 2,74 0,73	3,023; 2,41 0,35	3,263; 3,249 1,422

На основі положень дисперсійного аналізу знайдемо значення

$$G_\varepsilon = \sum_{(i,j)\subset D} \sum_{k=1}^{P} (x_{ijk} - x_{ij})^2 \qquad (6)$$

$$G_{FeAl} = \sum_{(i,j)\subset D} \sum_{k=1}^{P} (x_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j)^2,$$

де D - множина даних спостережень. Останній вираз в (6) піддамо міні-максним оцінкам, тобто змінімізуємо вказану статистику за кожним з параметрів μ, α_i, β_j

* Концентрація на чистих протравлених ділянках.

$$\frac{\partial G_{Fe\,Al+\varepsilon}}{\partial \mu} = 0; \qquad \frac{\partial G_{Fe\,Al+\varepsilon}}{\partial \alpha_i} = 0; \qquad \frac{\partial G_{Fe\,Al+\varepsilon}}{\partial \beta_j} = 0. \qquad (7)$$

Отримаємо систему

$$\begin{cases} n\mu + \sum\limits_{i=1}^{N} \alpha_i \omega_i + \sum\limits_{j=1}^{M} \beta_j H_j = \sum\limits_{(i,j)\in D} \sum\limits_{k=1}^{P} x_{ijk} \\ \omega_i \mu + \omega_i \alpha_i + \sum\limits_{j=1}^{M} K_{ij} \beta_j = \sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{k=1}^{K} x_{ijk}, \\ H_i \mu + \sum\limits_{i=1}^{N} K_{ij} \alpha_i + H_j \beta_j = \sum\limits_{i=1}^{N} \sum\limits_{i=1}^{P} x_{ijk} \end{cases} \qquad (8)$$

де ω_i - кількість даних в i -му рядку; H_j - кількість в j -му стовпці. Система (8) має безліч розв'язків. Якщо знехтувати взаємодією середніх відхилень концентрацій компонентів від фонової, то

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 0 \quad \text{і} \quad \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \beta_j = 0. \qquad (9)$$

З урахуванням (9) система (8) має єдиний розв'язок. Опрацьовані вказаним методом дані розміщені в табл. 3.

Таблиця 3

Результати обробки даних таблиці 2

Параметри аналізу	2001	400	352	БПЛ	Сума рядочка	Середнє рядочка	Кількість даних у рядочку
Концентрація заліза	0,4 0,2	0,57 0,285	0,46 0,29		1,432	0,477	
Кількмсть даних	2	2	2				6
Концентрація алюмінію	3,937 1,312	7,037 2,346	5,783 1,928	7,175 2,391	23,932	1,994	
Кількість даних	3	3	3	3			12
Сума стовпця	4,337	7,607	6,243	7,175	25,364		
Середнє стовпця	0,867	1,521	1,249	2,391		1,236	
Кількість даних у стовпці	5	5	5	3			

Система (8) з урахуванням (9) для вказаної сукупності даних матиме вигляд

$$\begin{cases} 12\mu + 12\alpha_2 = 23{,}932 \\ 6\mu + 6\alpha_1 - 2\beta_4 = 1{,}432 \\ 5\mu + 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5\beta_1 = 4{,}337 \\ 5\mu + 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5\beta_2 = 7{,}607 \\ 5\mu + 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5\beta_3 = 6{,}243 \\ 3\mu + 3\alpha_1 + 3\beta_4 = 7{,}175 \end{cases} \quad (10)$$

Реалізація системи (10) на ЕОМ при допомозі чисельного методу Гауса дає такі результати: $\mu = 1{,}565$; $\alpha_1 = -0{,}43$; $\alpha_2 - 0{,}43$; $\beta_1 = -0{,}784$; $\beta_2 = -0{,}13$; $\beta_3 = -0{,}402$; $\beta_4 = 1{,}257$. Обчислимо ступені вільності: $K_1 = p - i + j + 1 = 2$; $K_2 = n - p = 11$. Знайдемо відношення

$$F = \frac{(G_{Fe\,Al+epsilon} - G_\varepsilon)/K_1}{G_\varepsilon/K_2} = \frac{9{,}578 - 5{,}231}{5{,}231} \cdot \frac{11}{2} = 4{,}571.$$

Табличне значення F-критерію при $K_1 = 2$ і $K_2 = 11$ та рівневі значимості $\alpha - 0{,}05$ становить 3,98. $F > F_{табл}$. Таким чином, гіпотеза про вплив коливань концентрацій алюмінію та заліза на чистоту травлення поверхні підтверджується.

1. Фишер Р.А. Статистические методы для исследователей. М., 1958. 2. Шеффе Г.А. Дисперсионный анализ. М., 1963. 3. Staszewski M., Wesolowski T. O przyczynach wad klisz chemigraficznych ze stopuw *Zn Al Mg* // Rudy i metale niezclazne. 1980. Cz.1. W.25. №7. S.298-300.

Стаття надійшла до редколегії 25.03.92.