

ДО ПИТАННЯ АНАЛІТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ КУЛАЧКОВО-ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Комплексна механізація і автоматизація виробничих процесів вимагають шукати шляхи поглиблення теорії розрахунків механізмів і машин на основі точних аналітичних методів, застосування яких поширюється завдяки використуванню сучасних обчислювально-рішаючих машин і створенню з їх допомогою на базі теорії подібності узагальнених розрахункових таблиць.

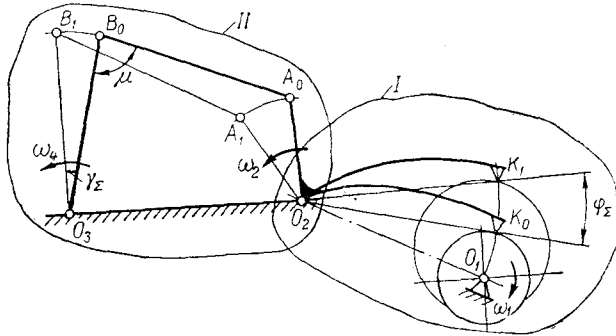


Рис. 1. Схема двоконтурного кулачково-важільного механізму.

В поліграфічних машинах-автоматах широко застосовуються кулачкові механізми з нашарованими кінематичними групами, зокрема діадами, які створюють з коромислом кулачкового механізму шарнірні чотириланники. Такий комбінований плоский двоконтурний кулачково-важільний механізм зображено на рис. 1.

Контур I, O_1O_2K — триланковий кулачковий коромисловий механізм.

Контур II, O_2ABO_3 — чотириланковий шарнірний механізм.

Кутові швидкості коромисла кулачкового механізму запишуться у вигляді [4].

$$\omega_2 = b_k \frac{\psi_\Sigma}{\varphi_B} \cdot \omega_1 = \omega_{21n} \cdot \omega_1, \quad (1)$$

де b_k — позиційний інваріант подібності швидкості, який залежить від обраного при профілюванні кулачка закону руху штовхача;

ψ_Σ — кутовий розмах штовхача;

φ_B — кут віддалення;

ω_1 — кутова швидкість кулачка ($\omega_1 = \text{const}$);

ω_{21n} — позиційний інваріант подібності швидкостей штовхача в системі I, ω , r .

Кутові швидкості веденого коромисла чотириланника (нижче — коромисла):

$$\omega_4 = \omega_{42н} \cdot \omega_2 = b_k \cdot \omega_{42н} \frac{\psi_\Sigma}{\varphi_B} \cdot \omega_1 = \omega_{41н} \cdot \omega_1 \quad (2)$$

де $\omega_{41н} = b_k \cdot \omega_{42н} \frac{\psi_\Sigma}{\varphi_B} = \omega_{21н} \cdot \omega_{42н}$ — інваріант подібності швидкостей коромисла.

Одержаний вихідний висновок свідчить про те, що на закон руху коромисла можна впливати різними шляхами:

- відповідним вибором закону руху штовхача;
- відповідним вибором структурної схеми чотириланника;
- шляхом зміни параметрів ψ_Σ і φ_B .

Для врахування впливу другого контуру (шарнірного чотирилан-

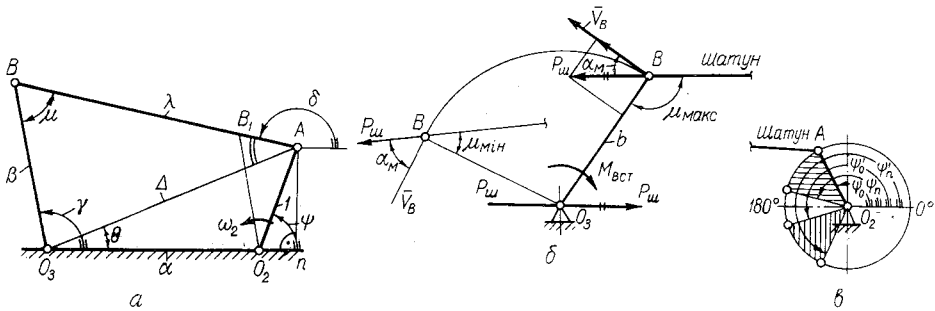


Рис. 2. Шарнірний чотириланник.

а — розрахункова схема; б — схема сил, що діють на коромисло; в — області існування механізму.

ника) на закон періодичного руху веденого коромисла комбінованого кулачково-важільного механізму необхідно знати кінематичні і кінетичні характеристики чотириланника.

ГЕОМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКОГО ШАРНІРНОГО ЧОТИРИЛАННИКА

Прийmemo (рис. 2, а), що довжина кривошипу O_2A чотириланника $r=1$; решту довжин ланок зобразимо у вигляді геометричних параметрів — їх відношень до довжини кривошипу:

$$\begin{aligned} \text{базовіддаль} \quad \alpha &= \frac{O_2O_3}{O_2A} = \frac{a}{r}; \\ \text{довжина шатуна} \quad \lambda &= \frac{AB}{O_2A} = \frac{L}{r}; \\ \text{довжина коромисла} \quad \beta &= \frac{O_3B}{O_2A} = \frac{b}{r}; \end{aligned} \quad (3)$$

ϕ_0, ϕ_n і ψ_Σ — відповідно кути початкового й кінцевого положень і кутовий розмах кривошипу;

δ — кут нахилу шатуна;

μ — кут передачі в чотириланнику;

γ_0, γ_n і γ_Σ — відповідно кути початкового й кінцевого положень і кутовий розмах коромисла.

Відрахунок кутів ϕ, δ, γ проводимо від горизонталі проти руху годинникової стрілки.

Використовуючи теорему косинусів для трикутника ΔO_3A_0 , знаходимо

$$\Delta^2 = \alpha^2 + 1 - 2\alpha \cos(\pi - \psi) = \alpha^2 + 1 + 2\alpha \cos \psi,$$

звідки довжина допоміжної діагоналі AO_3

$$\Delta = \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha \cos \psi + 1}. \quad (4)$$

З прямокутного трикутника O_3A_n знаходимо кут Θ

$$\Theta = \arcsin\left(\frac{\sin \psi}{\Delta}\right). \quad (5)$$

Розв'язуючи ΔO_3AB , визначаємо кути ϑ , δ , μ

$$\beta^2 = \lambda^2 + \Delta^2 - 2\lambda\Delta \cos \vartheta.$$

Звідки

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{\lambda^2 - \beta^2 + \Delta^2}{2\lambda\Delta}\right).$$

Але $\vartheta = (\pi - \delta) + \theta$, тоді

$$\delta = \pi + \Theta - \arccos\left(\frac{\lambda^2 - \beta^2 + \Delta^2}{2\lambda\Delta}\right). \quad (6)$$

За теоремою косинусів визначаємо кут передачі μ .

$$\mu = \arccos\left(\frac{\beta^2 + \lambda^2 - \Delta^2}{2\beta\lambda}\right). \quad (7)$$

Кут нахилу коромисла γ визначається як різниця

$$\gamma = \delta - \mu. \quad (8)$$

Для нормальної роботи механізму важливо забезпечити умову надійного віддалення його від заклинювання. Для першого контуру ця умова запишеться у вигляді

$$\alpha_m < [\alpha_m],$$

де α_m — максимальний дійсний кут тиску, $[\alpha_m]$ — максимальний допустимий кут тиску:

$$[\alpha_m] = \frac{\alpha_a}{K_I}.$$

Тут α_a — аварійний кут тиску,

K_I — коефіцієнт запасу надійності віддалення кулачкового механізму від заклинювання [5].

Якщо перший контур віддалений від можливості заклинювання, то воно може виникнути в другому контурі.

Розглянемо цей випадок.

Умова рівноваги для коромисла (рис. 2, б) запишеться так:

$$P_{III} b \cos \alpha_m = M_{вст} + P_{III} (f_{03} \cdot r_{03} + f_{0B} \cdot r_{0B}).$$

Коромисло не може передавати корисну потужність ($M_{вст} = 0$), якщо

$$\cos \alpha_m < \frac{f_{03} r_{03} + f_{0B} \cdot r_{0B}}{b}.$$

Враховуючи, що заклинювання загрожує механізові у випадку забруднення і несвоечасного змазування поверхонь, що труться, коли $f_{03} \cong f_{0B} \Rightarrow 1$, слід допускати кути тиску

$$[\alpha_m] = \frac{\arccos\left(f_{03} \cdot \frac{r_{03}}{b} + f_{0B} \frac{r_{0B}}{b}\right)}{K_{II}} = \frac{\alpha_a}{K_{II}}, \quad (9)$$

де K — коефіцієнт надійності II контуру проти заклинювання ($1,6 < K_{II} < 2,5$).

Тоді аварійний кут тиску буде:

$$\alpha_a \cong \arccos \left[f_0 \left(\frac{r_{03} + r_{0B}}{b} \right) \right].$$

При конкретному проектуванні допустимі кути тиску приймаються $-60^\circ \leq [\alpha_m] \leq 60^\circ$, що відповідає кутам передачі $\mu = 150^\circ$ і $\mu = 30^\circ$. Це визначає граничні кути хитання коромисла.

У відповідності з прийнятими схемами чотириланників і напрямком обертання кривошипа будемо вважати, що початковий кут повороту кривошипа ψ_0 відповідає куту передачі $\mu \leq 150^\circ$, а кінцевий кут ψ_n — куту $\mu \geq 30^\circ$.

З трикутника ΔO_2AB знаходимо $\Delta^2 = \lambda^2 + \beta^2 - 2\lambda\beta \cos \mu$ і прирівнюємо до відповідного виразу (4)

$$\alpha^2 + 2\alpha \cos \psi + 1 = \lambda^2 + \beta^2 - 2\lambda\beta \cos \mu,$$

звідки

$$\cos \psi = \frac{(\lambda^2 + \beta^2 - \alpha^2 - 1) - 2\lambda\beta \cos \mu}{2\alpha}. \quad (10)$$

Функція початкового значення кута ψ_0 визначиться при $\mu = 150^\circ$, а функція кінцевого кута ψ_n — при $\mu = 30^\circ$.

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi_0 &= \frac{(\lambda^2 + \beta^2 - \alpha^2 - 1) + 1,732\lambda\beta}{2\alpha} \\ \cos \psi_n &= \frac{(\lambda^2 + \beta^2 - \alpha^2 - 1) - 1,732\lambda\beta}{2\alpha} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Позначимо

$$\frac{\lambda^2 + \beta^2 - \alpha^2 - 1}{2\alpha} = m; \quad \frac{1,732\lambda\beta}{2\alpha} = n.$$

Тоді рівняння (11) запишуться у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi_0 &= m + n \\ \cos \psi_n &= m - n \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

При $(m+n) > 1$ (тобто кут $\mu = 150^\circ$ може бути досягнуто при розриві-збільшенні довжини кривошипа, розмір якого в нашому випадку вважається постійним) і $(m+n) = 1$ приймаємо $\psi_0 = 0^\circ$.

При $(m+n) < (-1)$, коли контур не замикається, заперечується існування механізму.

Якщо $1 > (m+n) > (-1)$, то ψ_0 знаходиться в I або II квадранті.

При $(m-n) < (-1)$ (тобто кут $\mu = 30^\circ$ не може бути досягнуто при деяких геометричних параметрах чотириланника і кривошип переходить в III квадрант) обмежуємо $\psi = 180^\circ$. Якщо $(-1) < (m-n) < 1$, то ψ_n знаходиться в I або II квадранті.

Рівнозначні значення функцій $\cos \psi_0$ і $\cos \psi_n$ кутів, що знаходяться в I і II квадрантах, відносяться відповідно до кутів в IV і III квадрантах (рис. 2, в). Ці кути запишуться

$$\left. \begin{aligned} \psi_0' &= 2\pi - \psi_n \\ \psi_n' &= 2\pi - \psi_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ШАРНІРНИХ ЧОТИРИЛАННИКІВ НА ЕОЦМ

Методика і формули для визначення позиційних кінематичних інваріантів подібності чотириланника при обертанні кривошипа з постійною швидкістю $\omega_2 = \text{const}$ наведені в [4].

У відповідності з прийнятими позначеннями (рис. 2, а) ці формули запишуться:

для швидкостей

$$V_{BAи} = \frac{\sin(\gamma - \psi)}{\sin(\delta - \gamma)}, \quad V_{Bи} = \frac{\sin(\delta - \psi)}{\sin(\delta - \gamma)}; \quad \omega_{42и} = \frac{V_{Bи}}{\beta}. \quad (14)$$

$$\omega_{32и} = \frac{V_{BAи}}{\lambda};$$

для прискорень

$$a_{BAи}^n = \omega_{32и} \cdot V_{BAи};$$

$$a_{Bи}^n = \omega_{42и} \cdot V_{Bи};$$

$$a_{Bи}^{\bar{}} = \frac{a_{BAи}^n + \cos(\delta - \psi) - a_{Bи}^n \cos(\delta - \gamma)}{\sin(\delta - \gamma)}; \quad (15)$$

$$\varepsilon_{42и} = \frac{a_{Bи}^{\bar{}}}{\beta};$$

для кінетичної потужності

$$m_{42и} = \omega_{42и} \cdot \varepsilon_{42и}. \quad (16)$$

Побудова методики аналітичного розрахунку в логічній послідовності обчислювальних операцій дала алгоритм розв'язування задачі аналізу шарнірних чотириланників на ЭОЦМ. Були задані такі параметри (кривошип і базовіддаль постійні): $r=1$, $\alpha=2$; довжина шатуна міняється від $\lambda=0,5$ до $\lambda=3,0-10$ варіантів; довжина коромисла міняється від $\beta=0,25$ до $\beta=3,0-11$ варіантів.

Таким чином, одержано 110 схем чотириланників, які відрізняються за геометричними параметрами λ і β .

Алгоритм передбачає виконання машиною логічних операцій по виявленню зон існування механізмів і положень, які відповідають граничним кутам передачі. Розрахунок позиційних кінематичних інваріантів подібності виконувався через 1° повороту кривошипа для 20 000 положень. В друк виводились значення кутів ψ_0 і ψ_n , γ і μ та інваріанти подібності швидкостей $\omega_{42и}$ і прискорень $\varepsilon_{42и}$. Результати розрахунків розшифровані, зведені в таблиці і відображені графічно. В комбінованому кулачково-важільному механізмі кривошип чотириланника (він же штовхач кулачкового механізму) рухається за законом, який виконано на кулачку.

Однак ведена ланка (коромисло чотириланника) рухатиметься за законом, який відрізняється від вихідного в більшій чи меншій мірі в залежності від геометричних параметрів нашарованої кінематичної групи.

Для прикладу розглянемо три механізми, у яких при постійних параметрах $\alpha=2$, $\beta=0,25$, $\psi_{\Sigma}=10^\circ$ міняється довжина шатуна λ : $\lambda_1=1,25$, $\lambda_2=2,0$, $\lambda_3=2,75$ (рис. 3, а).

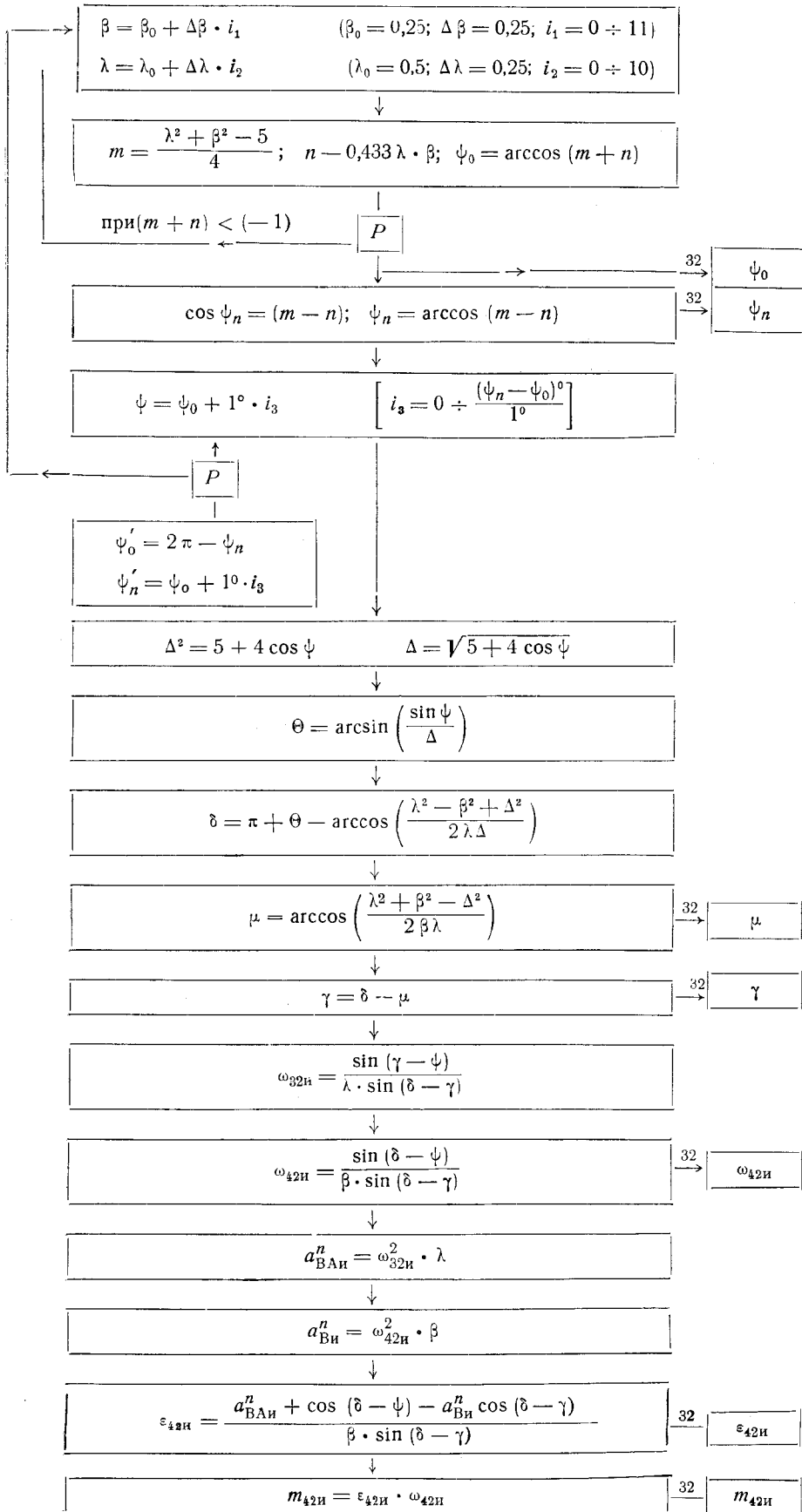
Підраховані на ЕОЦМ позиційні інваріанти подібності прискорень для випадку, коли кривошип обертається із швидкістю $\omega_2 = \text{const}$, зображені графічно на рис. 3 б.

Хай штовхач відтворює заданий на кулачку закон руху «діаграма прискорень — косинусоїда» (К).

Тоді позиційні безрозмірні коефіцієнти прискорень коромисла $c_{к4}$ визначатимуться так:

$$c_{к4} = \frac{\psi_{\Sigma}}{\gamma_{\Sigma}} (\omega_{42и} c_{к} + \varepsilon_{41и} b_{к}^2 \psi_{\Sigma}), \quad (17)$$

АЛГОРИТМ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ШАРНІРНИХ ЧОТИРИЛАННИКІВ



де b_k і c_k — відповідно безрозмірні позиційні коефіцієнти швидкостей і прискорень закону «К».

Знаходячи методом графічної інтерполяції інваріанти швидкостей ω_{42n} і прискорень ε_{42n} для положень, що визначаються рухом кривошипа за законом «К», підраховуємо за формулою (17) позиційні безрозмірні коефіцієнти прискорень c_{k1} . Дані розрахунку наносимо на графік (рис. 3, б). З порівняння видно, що при інших рівних умовах зміна тільки одного геометричного параметру чотириланника — довжини ша-

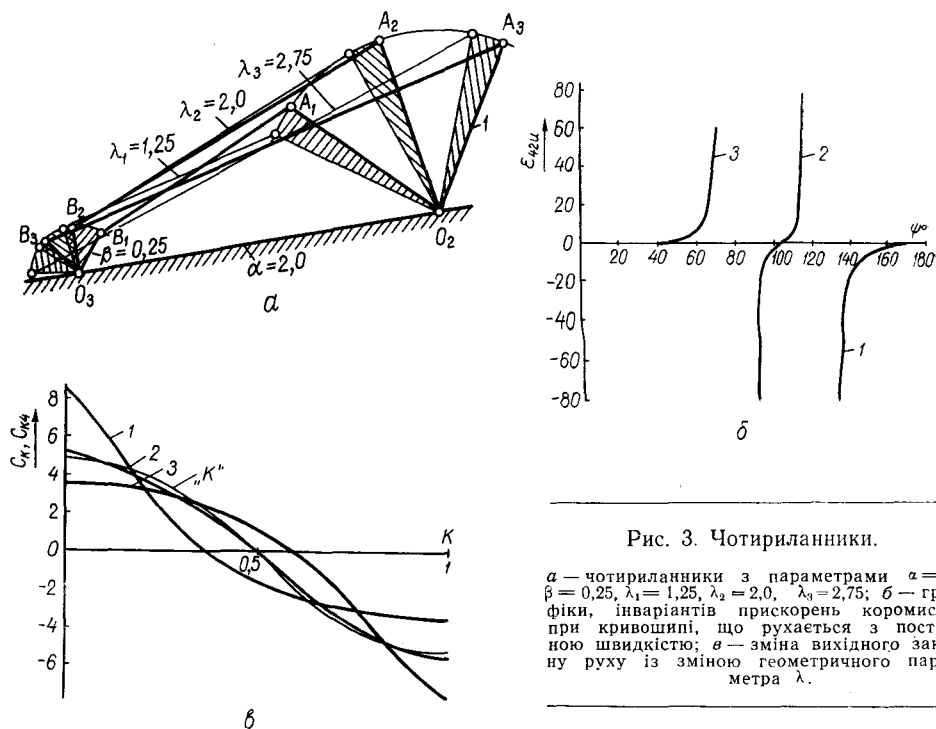


Рис. 3. Чотириланники.

a — чотириланники з параметрами $\alpha = 2$, $\beta = 0,25$, $\lambda_1 = 1,25$, $\lambda_2 = 2,0$, $\lambda_3 = 2,75$; b — графіки, інваріантів прискорень коромисла при кривошипі, що рухається з постійною швидкістю; c — зміна вихідного закону руху із зміною геометричного параметра λ .

туна — призводить до значної деформації закону руху, причому піки прискорень в деяких випадках зростають в 1,5—2 рази, а закон руху стає асиметричним.

В наведеному прикладі тільки при довжині шатуна, рівній базовіддалі, зміни діаграми прискорень незначні, що пояснюється сприятливими кутами передачі, близькими 90° .

Конкретна оцінка впливу нашарованих кінематичних груп на закон руху веденої ланки комбінованого кулачково-важільного механізму дає можливість досліджувати динаміку вказаних механізмів, а при заданих законі руху і розмаху веденої ланки — синтезувати механізми, які максимально точно відповідатимуть поставленим умовам.

ЛІТЕРАТУРА

1. И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский и С. А. Черкудинов. Синтез плоских механизмов. Физматгиз, М., 1959.
2. Н. И. Левитский. Синтез шарнирного четырехзвенника по заданному закону движения. Тр. семинара по ТММ, т. VII, вып. 28. Изд-во АН СССР, 1949.
3. В. Лихтенхельдт. Синтез механизмов. Изд-во «Наука», 1964.
4. К. В. Тир. Механика полиграфических автоматов. Изд-во «Книга», 1965.
5. К. В. Тир. Комплексный расчет кулачковых механизмов. Машгиз, 1958.

A. S. GLAVATSKY

**ON THE QUESTION OF ANALYTIC INVESTIGATION
OF THE CAM—AND—LEVER MECHANISMS**

S u m m a r y

The article deals with the problem of analytic investigation of flat two—contour cam— and—lever mechanisms, special attention being paid to the kinematic group deposited on the cam mechanism and its influence on the laws governing the motion of the driven link of the combined mechanism.

The algorithm for working out the problem of kinematic analysis of four—linkworks of the $\Theta B \Pi \Delta M$ is given.

