

УДК 686.12.056

Б.С. Стеців

**УМОВИ ВИНИКНЕННЯ ВІБРОУДАРНОГО  
РЕЖИМУ РОБОТИ МЕХАНІЗМУ ГРАФЕЙОК**

При дослідженні явища удару в кулачкових механізмах з геометричним замиканням (КМГЗ), наприклад у приводі графейок, дуже важко визначити швидкість удару або імпульс сили. Ці величини суттєво залежать від часу переміщення ролика у полі зазору після порушення контакту (відриву від профілю, по якому він котився).

Для цього розглянемо вільний (ролик відірвався від ведучого профілю кулачка) рух одномасової системи

$$\gamma_1 J_{np} = -M_{np} \quad (1)$$

або

$$\gamma_1 J_{o_2} + f_{o_2} r_{o_2} g m_{np} = 0,$$

де  $J_{o_2}$  і  $J_{np}$  – моменти інерції коромисла і веденої ланки, зведені до коромисла;  $f_{o_2}$  – коефіцієнт тертя в цапфі ролика;  $r_{o_2}$  – радіус ролика.

Поділивши ліву і праву частини на  $J_{np}$  і позначивши

$$\mu = \frac{m_{np}}{J_{np}}, \text{ отримаємо}$$

$$\gamma_1 = -J_{02} r_{02} \mu g t. \quad (2)$$

Швидкість коромисла в період вільного руху визначимо шляхом інтегрування виразу (2):

$$\gamma_1 = \int_0^t \gamma_1 dt = -f_{02} r_{02} \mu g t + C_1. \quad (3)$$

Початком межі інтегрування вважатимемо позицію  $t_{вир} = k_{вир} T$ . Постійну інтегрування  $C_1$  визначимо з початкових умов при  $t = 0$ ;  $\gamma_1 = -\omega_{вир}$ ;  $\gamma_1 + C_1 = 0$ ;  $C_1 = \omega_{вир}$ .

Тоді

$$\gamma = \omega_{вир} - f_{02} r_{02} \mu g t. \quad (4)$$

Переміщення ролика коромисла в полі заданого зазору від моменту відскоку визначимо інтегруванням виразу (4):

$$\begin{aligned} \gamma &= \int_0^t \gamma dt = \int_0^t (\omega_{вир} - f_{02} r_{02} \mu g t + C_1) dt = \\ &= \omega_{вир} t - \frac{1}{2} f_{02} r_{02} \mu g t^2 + C_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Постійну  $C_2$  визначимо з початкових умов при  $t = 0$ ;  $\gamma = 0$ ;  $C_2 = 0$ .

Переміщення коромисла (навантажувальної маси) при наявності проміжку (зазору) між роликом і профілями кулачка

$$\gamma = \omega_{вир} t - \frac{1}{2} f_{02} r_{02} \mu g t^2. \quad (6)$$

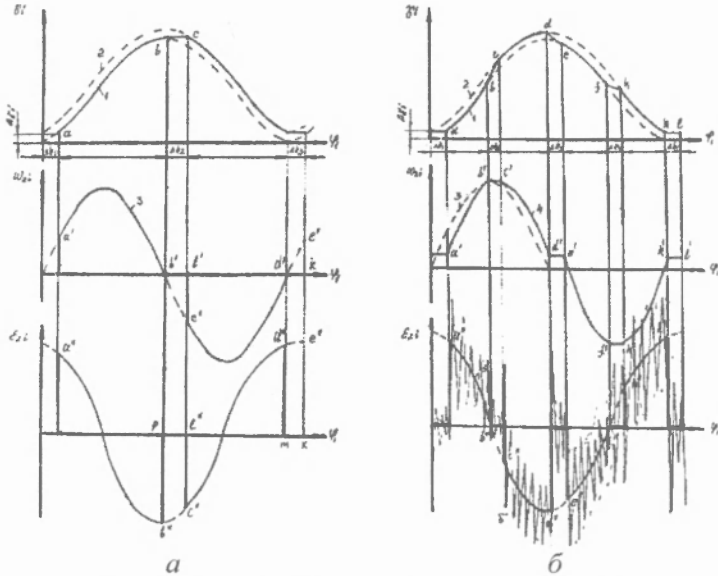
З другого боку, переміщення коромисла обмежене спряженим замикаючим профілем кулачка:

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta}{b_p \cos \theta}, \quad (7)$$

де  $\Delta$  – зазор між профілем кулачка і роликом;  $\theta$  – кут підйому профілю (нормалі) кулачка;  $b_p$  – довжина коромисла.

Розглянемо рух ролика для випадку значного технологічного навантаження під час кочення по внутрішньому

профілю (див. рисунок *a*, крива 1). Гіпотетичний рух центра ролика у випадку його переходу на зовнішній профіль відображає крива 2. Відстань між кривими імітує наявність проміжку (зазору) між роликом і профілями. Відрив ролика відбувається в момент зміни напрямку переміщення (точка *b* на кривій 1).



**Графіки інваріантів переміщень, швидкостей і прискорень для випадку:**

**a – переважаючих технологічних навантажень;  
 б – переважаючих інерційних навантажень**

У цей час його центр має нульову швидкість (точка  $b'$ ) і максимальне прискорення (точка  $b''$ ), яке внаслідок значних технологічних навантажень зменшується до нуля (точка  $p$ ). Отже, центр ролика в цьому випадку вистоюватиме.

У випадку переважаючих інерційних навантажень рух центра ролика дещо інший (див. рисунок, *б*). Якщо ролик котиться по поверхні внутрішнього кулачка (крива 1), то наприкінці фази розбігу і початку вибігу він відривається від цього профілю (точка  $b$ ), а його центр рухається з максимальною швидкістю (точка  $b'$ , крива 3) до удару із замикаючим профілем в

точці  $c$  (крива 2). Їїго прискорення в цей момент дорівнюватиме нулю (відрізок  $b''c''$  – крива 5). У момент відриву швидкість центра ролика максимальна і він, переміщаючись у полі зазору, втрачає певну частину накопиченої енергії на тертя в напрямних (опорах) вихідної ланки.

На ділянці  $de$  відбувається аналогічне явище через зміну напрямку руху і все повторюється до наступного циклу однозначних перемішень.

Додаткове переміщення ролика коромисла під час вільного руху в полі проміжку (зазору) можна визначити шляхом нескладних підстановок:

$$\frac{\Delta}{b_p \cos \theta} = \gamma_{\text{вiор}} - \frac{1}{2} f_{02} r_{02} \mu g t^2. \quad (8)$$

Отже, час вільного переміщення ролика в полі зазору

$$t = \sqrt{\frac{\gamma_{\text{вiор}} \cdot b_p \cos \theta - \Delta}{b_p \cos \theta - f_{02} r_{02} \mu g}}, \quad (9)$$

де  $\gamma_{\text{вiор}} = \omega_{\text{вiор}} t = a_{\text{вiор}} \gamma_{\Sigma}$  – переміщення ролика до моменту відриву і відповідні інваріанти перемішень.

Визначимо інваріанти перемішень

$$\Delta a_k = \frac{\Delta \gamma}{\gamma_{\Sigma}}; \quad \Delta \gamma = \frac{\Delta}{b_p \cos \theta} \quad \text{і тоді} \quad \Delta a_k = \frac{\Delta}{b_p \cos \theta \gamma_{\Sigma}}.$$

Поділивши ліву і праву частини на  $\gamma_{\Sigma}$  отримаємо

$$\begin{aligned} \Delta a_k &= a_{k_{\text{вiор}}} \gamma_{\Sigma} - \frac{1}{2} f_{02} r_{02} \mu g T^2 (k - k_{\text{вiор}})^2 = \\ &= a_{k_{\text{вiор}}} - \frac{1}{2 \gamma_{\Sigma}} f_{02} r_{02} g \mu \frac{\varphi_y^2}{\omega_1^2} (k - k_{\text{вiор}})^2, \end{aligned} \quad (10)$$

де  $k - k_{\text{вiор}} = \frac{t}{T}$  – відносний час [2].

Розв'язавши відносно  $k$ , знайдемо позицію або час, що відповідають кінцю вибирання зазору і визначають початкові умови та параметри  $a_{k03}$ ;  $b_{k03}$ ;  $c_{k03}$ , кочення ролика по замикаючому профілю.

При розв'язанні рівняння (5) необхідно привести його до вигляду ступеневого полінома, скориставшись розкладом функції переміщень закону періодичного руху (ЗПР) у ряд Тейлора [1]:

$$a_{k_{\text{вiдp}}} = f(k) = f(k_{\text{вiдp}}) + \frac{k - k_{\text{вiдp}}}{1} f^I(k_{\text{вiдp}}) + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^2}{2} f^{II}(k_{\text{вiдp}}) + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^3}{6} f^{III}(k_{\text{вiдp}}) + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^4}{24} f^{IV}(k_{\text{вiдp}}) + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^5}{120} f^V(k_{\text{вiдp}}).$$

З огляду на те, що функція  $a_{k_{\text{вiдp}}} = f(k)$  швидко сходиться, отже, достатньо п'яти членів ряду і для вихідних ЗПР отримаємо

$$f(k) = a_{k_{\text{вiдp}}}; f^I(k_{\text{вiдp}}) = b_{k_{\text{вiдp}}}; f^{II}(k_{\text{вiдp}}) = c_{k_{\text{вiдp}}}; \\ f^{III}(k_{\text{вiдp}}) = c_{k_{\text{вiдp}}}^I; f^{IV}(k_{\text{вiдp}}) = c_{k_{\text{вiдp}}}^I; f^V(k_{\text{вiдp}}) = c_{k_{\text{вiдp}}}^{III}.$$

Тоді

$$\Delta a_k = a_{k_{\text{вiдp}}} + \frac{k - k_{\text{вiдp}}}{1} b_{k_{\text{вiдp}}} + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^2}{2} c_{k_{\text{вiдp}}} + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^3}{6} c_{k_{\text{вiдp}}}^I + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^4}{24} c_{k_{\text{вiдp}}}^{II} + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^5}{120} c_{k_{\text{вiдp}}}^{III} + \frac{(k - k_{\text{вiдp}})^2}{2} f_{02} r_{02} g \mu \frac{\varphi_{\text{вiдp}}^2}{\omega_1^2}.$$

Значення похідних від функції  $\Delta a_k$ , наприклад, для ЗПР “Діаграма прискорень – синусоїда”, набувають вигляду

$$\begin{aligned}
 \Delta a_k = & \frac{2\pi k_{\text{відп}} - \sin 2\pi k_{\text{відп}}}{2\pi} + (k - k_{\text{відп}})(1 - \cos 2\pi k_{\text{відп}}) + \\
 & + \frac{(k - k_{\text{відп}})^2}{2} \left( 2\pi \sin 2\pi k_{\text{відп}} - \frac{1}{2} f_{02} r_{02} g \mu \frac{\varphi_{\text{відп}}^2}{\omega_1^2} \right) + \\
 & + \frac{(k - k_{\text{відп}})^3}{3} \pi^2 \cos 2\pi k_{\text{відп}} - \frac{(k - k_{\text{відп}})^4}{3} \pi^3 \sin^2 \pi k_{\text{відп}} - \\
 & - \frac{2(k - k_{\text{відп}})^5}{15} \pi^4 \cos 2\pi k_{\text{відп}}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Задаючи величину зазорів в абсолютній або відносній інтерпретації, кутовий розмах коромисла, кутову швидкість головного вала, значення  $\mu$  і довжину коромисла, визначаємо час вільного переміщення центра ролика між профілями кулачка.

За наведеними формулами було складено алгоритм і проведено дослідження для трьох найуживаніших ЗПР “К”, “С<sub>0</sub>” і “Ш” (поліном Шуна) [2]. При математичному моделюванні було прийнято, що саме в момент закінчення фази розбігу і на початку фази вибігу, коли швидкість досягає максимального значення, а прискорення практично рівні нулю, відбувається відрив ролика. Значення тривалості вільного переміщення ролика практично не залежить від використовуваного ЗПР.

Час вибирання зазору на фазовому куті віддалення більший, ніж на фазовому куті наближення. Тому при проектуванні КМГЗ (механізми графійок, сідлоподібного стола ниткошвейної машини) треба враховувати цей фактор з тим, щоб зменшити вірогідність виникнення віброударного режиму роботи.

1. Бронштейн И.Н., Семедяев К.А. Справочник по математике. М., 1986.
2. Тир К.В. Механика полиграфических автоматов. М., 1965.

Стаття надійшла до редколегії 29.01.99