

О.М.Горечко, І.І.Регей, Я.М.Угрин

ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ВУЗЛА ВИРІЗУВАННЯ РОЗГОРТОК З КАРТОНУ

У виробництві картонних паковань започатковано спосіб виготовлення розгорток ножицевим способом [1], який передбачає використання прорізних інструментів для формування закривних клапанів і відрізних для видалення зайвих ділянок картону.

Прорізний інструмент включає рухомий ніж (рис.1) і нерухомий протиніж, на якому встановлюють картонний матеріал.

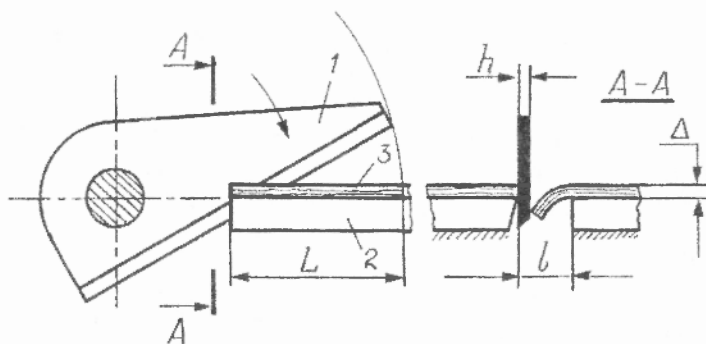


Рис. 1. Схема прорізного інструмента:
1 – рухомий ніж; 2 – нерухомий протиніж; 3 – картон

У процесі руху ножа його загострена крайка формує рухому лінію різання, що зміщується від краю картону у напрямку, перпендикулярному до осі обертання інструмента. При цьому ніж рухається в площині щілини, утвореної двома сусідніми протиножами, внаслідок чого ділянка картону деформується через зменшення міжножового розміру l на товщину h рухомого ножа. Ця ділянка перебуває у деформованому стані протягом часу переміщення ножа через щілину, далі повертається в попереднє положення за наявності пружної деформації матеріалу. У випадку виникнення зони пластичної деформації утворюється залишковий прогин ділянки картону після припинення різання, що негативно впливає на якість вирізування розгортки. Тому геометричні

розміри цілини потрібно встановлювати за умови відсутності пластичних деформацій у зігнутій ділянці картону.

Як відомо [4], паперово-картонним матеріалам властиві як пружно-пластичні, так і в'язко-пружні властивості. Вони залежать від напрямку деформації відносно орієнтації волокон у матеріалі та його вологості.

Характеристикою властивостей картонного матеріалу слугують границя його міцності $[\sigma_p]$ та пружності $[\sigma_r]$, значення яких для поперечного (поздовжнього) напрямку розташування волокон становлять, відповідно, 25–39 (65–99) і 4–16 (12–23) МПа. Максимальна пружна деформація $[\varepsilon_r]$ картону становить 0,1–0,3%.

З точки зору механіки деформованого тіла зігнута ділянка картонного матеріалу є консольно защемлена балка, навантажена на кінці силою F (рис.2), прикладеною під деяким кутом α до недеформованої осі балки. Цей кут визначається коефіцієнтом тертя f у парі „картон – ніж”, оскільки консольна ділянка картону деформується під дією двох складових сили F : вертикальної сили тертя F_{mp} і горизонтальної $F_r = F/f$.

Деформація картонного матеріалу під час різання є значно більшою за товщину картону, тому її можна описати загальним рівнянням великих деформацій осі [2,3]

$$EI \frac{d\Theta}{dS} = F(y'_l - y'), \quad (1)$$

де E – модуль пружності картону; I – момент інерції розрізаної ділянки картону (для розглядуваної задачі $I = L \frac{\Delta^3}{12}$. Тут L – довжина різання, Δ – товщина картону); Θ – кут між дотичною в поточній точці A і віссю X' ; S – відстань від защемлення до будь-якої точки на деформованій консолі картону; F – зусилля, що спричиняє деформацію матеріалу. Інші параметри, що входять у рівняння (1), зображені на рис.2.

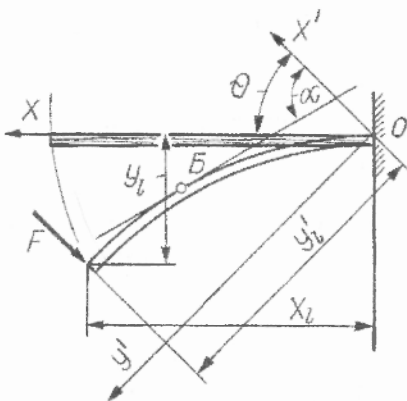


Рис. 2. Схема деформації консольної ділянки картону при різанні прорізним ножом

Диференціюючи (1) по S і позначивши $p = \frac{Fl^2}{EI}$, дістанемо нелінійне рівняння другого порядку відносно кута Θ

$$l^2 \frac{d^2 \Theta}{dS^2} = -p^2 \cdot \sin \Theta. \quad (2)$$

Помножимо рівняння (2) на $\frac{d\Theta}{dS}$ і проінтегруємо:

$$\left(l \frac{d\Theta}{dS}\right)^2 = 4p^2 (C - \sin \frac{2\Theta}{2}). \quad (3)$$

Довільну константу C подамо у вигляді $C = k^2$, а замість кута Θ введемо нову функцію ψ згідно з виразом

$$\sin \frac{\Theta}{2} = k \cdot \sin \psi. \quad (4)$$

Для визначення функції ψ отримаємо рівняння першого роду з розділеними змінними:

$$l \cdot \frac{d\psi}{dS} = p \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 \psi}, \quad (5)$$

загальний розв'язок якого має вигляд

$$p \cdot \frac{\delta}{l} = \bar{F}(k, \psi) - \bar{F}(k, \psi_0), \quad (6)$$

де $\bar{F}(k, \psi) = \int_0^{\psi} \frac{dt}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 t}}$ – еліптичний інтеграл першого роду.

З граничних умов защемлення ділянки картонного матеріалу отримуємо трансцендентне рівняння для знаходження константи k :

$$\bar{F}(k, \frac{\pi}{2}) - \bar{F}(k, \psi_0) = p, \quad (7)$$

де $\psi_0 = \arcsin \left[\frac{1}{k} \cdot \sin \left(\frac{1}{2} \cdot \arctg f \right) \right]$ – кутовий параметр прогину ділянки картону.

Оскільки в рівнянні (7) зусилля F , яке виражається через параметр p , є невідомим, скористаємося співвідношеннями $l = X_l + h$ (див. рис.2) або $\frac{X_l}{l} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \eta$.

Таким чином, для знаходження константи k одержимо наступне трансцендентне рівняння:

$$\left\{ \frac{2}{p} \left[\bar{E}(k, \frac{\pi}{2}) - \bar{E}(k, \psi_0) \right] - 1 \right\} \cos \alpha + \frac{2}{p} \cdot k \cdot \cos \psi_0 \cdot \sin \alpha = 1 - \eta, \quad (8)$$

де $\bar{E}(k, \psi) = \int_0^{\psi} \sqrt{1-k^2 \cdot \sin^2 t} \, dt$ – еліптичний інтеграл другого роду.

Згідно з позначеннями на рис.2, максимальний згинальний момент у защемленій картонній консолі можна записати як

$$M_{max} = F \cdot y'_l = F \cdot l \cdot \frac{2k}{p} \cdot \cos \psi_0,$$

що спричиняє напруження згину

$$\sigma = \frac{M_{max} \cdot \Delta}{2I} = \sqrt{\frac{FE}{I}} \cdot \Delta \cdot k \cdot \cos \psi_0.$$

Перетворивши цей вираз з урахуванням (7), отримаємо

$$\sigma = \left[\bar{F}(k, \frac{\pi}{2}) - \bar{F}(k, \psi_0) \right] E \cdot \frac{\Delta}{l} \cdot k \cdot \cos \psi_0. \quad (9)$$

Залежність (9) зв'язує параметри напруження у деформованій ділянці картопу та розміру щілини між протиножками. Беручи для конкретного матеріалу $\sigma \leq [\sigma]$, визначаємо l .

Викладена методика розрахунку оптимального розміру розташування протиножів адаптована до умов застосування універсального математичного пакета MathCAD. Вихідними параметрами для розрахунку є коефіцієнт тертя у парі „картон – матеріал ножа”, товщини картопу і ножа, довжина різання матеріалу, модуль та границя пружності картопу. Результатом розрахунку коренів трансцендентного рівняння (9) є побудова графіка залежності $l = f(\sigma)$, за яким встановлюють оптимальну відстань між протиножками у вузлі вирізування картонних розгортки.

1. Полюдов О.М., Регей П. Безштампове виробництво картонних упаковок // Упаковка. 1998. №3. С.26. 2. Попов Е.П. Нелинейные задачи статики тонких стержней. М., 1948. 3. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. М., 1976. 4. Фляте Д.М. Свойства бумаги. М., 1970.

Стаття надійшла до редакції 28.01.2000