

УДК 655.3.022.5:532.5.013

**С. Якуцевич, І.В. Огірко****ГІДРОДИНАМІЧНІ ЯВИЩА У ФАРБІ ПРИ  
ДРУКАРСЬКОМУ КОНТАКТІ**

Суть процесів друкування в класичних способах виготовлення друкованої продукції полягає, як відомо, у перенесенні фарбового зображення з друкарської форми на задруковуваний матеріал під дією тиску з наступним закріпленням сформованого зображення на відбитку [2, 4].

Гідродинамічні явища, які виникають у процесі друкарського контакту, у першому наближенні можуть бути розглянуті з використанням теорії плоскої текучості в'язкої ньютонівської нестиснутої рідини, яка знаходиться між двома нескінченними паралельними непроникними пластинами, що рухаються назустріч одна одній з рівними постійними швидкостями [1, 3, 5].

Рух такої в'язкої рідини у вузькій довгій щіліні, ширина якої визначається товщиною шару фарби на формі  $h$  (рис.1), може описуватись (при умові виключення фізико-механічних властивостей друкарської форми – задруковуваного матеріалу – декеля) рівнянням нерозривності

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (1)$$

і рівнянням руху шару

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \text{grad}\sigma + \mu\Delta\vec{V}, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина;  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини;  $\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$  –

середнє нормальне напруження;  $\vec{V} = (\vec{V}_x, \vec{V}_y)$  – вектор швидкості текучості фарби;  $F(F_x, F_y)$  – масові сили;  $\Delta$  – оператор

Лапласа  $\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$ .

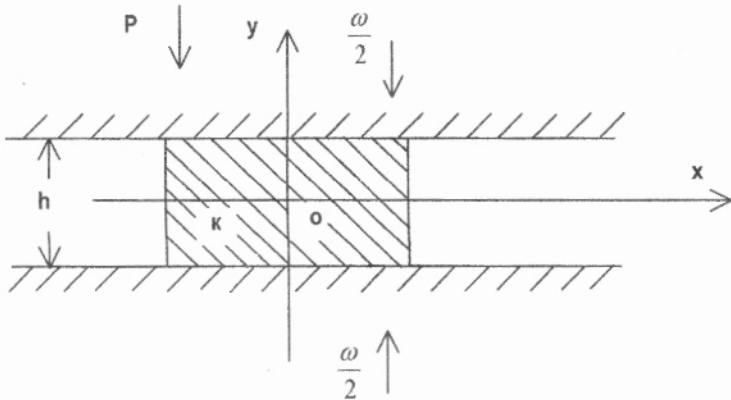


Рис. 1. Схема стиску фарби К у зоні друкарського контакту

Ці рівняння, які називаються рівняннями Нав'є-Стокса, у координатній формі (при умові малості масових сил) можна подати як

$$\frac{\partial \vec{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}_x}{\partial t} + \vec{V}_x \frac{\partial \vec{V}_x}{\partial x} + \vec{V}_y \frac{\partial \vec{V}_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \mu \Delta \vec{V}_x, \quad (4)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial t} + \vec{V}_x \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial x} + \vec{V}_y \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta \vec{V}_y. \quad (5)$$

Введемо функцію потоку  $\psi(x, y)$ :

$$V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (6)$$

і

$$V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (7)$$

Якщо тепер диференціювати рівняння (6) по  $y$ , а (7) по  $x$  і відняти одне від другого, то рівняння руху для функції потоку запишеться так:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y} = \gamma \Delta \Delta \psi, \quad (8)$$

де  $\gamma$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості, який визначається як

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (9)$$

Для квазістаціонарного процесу

$$\Delta \Delta \psi = 0, \quad (10)$$

а при виключенні вертикальної складової швидкості

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = 0 \quad (11)$$

граничні умови можуть бути описані як

$$y = \frac{h}{2}; V_x = 0, V_y = -\frac{\omega}{2} = const;$$

і

$$y = -\frac{h}{2}; V_x = 0, V_y = \frac{\omega}{2} = const, \quad (12)$$

де  $h$  – відстань між площинами (див. рис.1);  $\omega$  – швидкість руху фарби біля країв щілини.

Отримані вирази дають можливість визначити швидкість текучості в'язкої рідини і тиск на ділянці контакту. Розв'язуючи (10) методом поліномів з врахуванням граничних умов (12), можна знайти

$$\psi = \frac{\omega}{2h^3} (3h^3 y - 4y^3), \quad (13)$$

$$V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{3\omega}{2h} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right), \quad (14)$$

$$V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\omega}{2h^3} (3h^3 y - 4y^3), \quad (15)$$

що дозволяє за відомими в'язкістю, товщиною шару фарби та заданим значенням тиску визначити швидкість текучості в будь-якій точці фарбового шару.

Знайдемо розподіл контактного тиску.

Розв'язуючи разом (2) і (8), отримаємо, що плоскі течії в'язкого шару рідини описуються (10) та

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \mu \Delta V_x = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} + \mu \Delta V_y = 0. \quad (17)$$

Підставимо  $V_x$  і  $V_y$  з (14) та (15) у (16) і (17) й отримаємо

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{12h\omega}{h^3}; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial y} = -\frac{12h\omega}{h^3}, \quad (18)$$

звідки

$$\sigma = \sigma_0 - \frac{\sigma_0 \mu \omega}{h^3} (y^2 - x^2), \quad (19)$$

де  $\sigma_0$  – середнє напруження в точках  $x=0, y=0$ .

Вважаючи  $x=A, y=0, p=0$ , знаходимо

$$\sigma_0 = \frac{-6\mu\omega\alpha^2}{h^3} \quad \text{і} \quad \sigma = \frac{\sigma_0}{\alpha} (\alpha^2 + y^2 - x^2). \quad (20)$$

Розподіл напружень у в'язкому шарі можна визначити з умов пропорційності напружень і швидкостей деформацій:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma + 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\sigma_0}{2\alpha^2} (2\alpha + \sigma y^2 - 2x^2 - h^2); \\ \sigma_y &= \sigma + 2\mu \frac{\partial V_y}{\partial y} = \frac{\sigma_0}{2\alpha^2}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) = \frac{8\sigma_0}{\alpha^2} xy = \frac{12\mu\omega}{h^3}.$$

Вважаючи  $y=0, \sigma_y = -P$ , знайдемо величину контактного тиску  $P$ :

$$P = \frac{6\mu\omega}{2h^3} (2\alpha^2 - 2x^2 + h^3) \approx \frac{6\mu\omega}{h^3} (\alpha^2 - x^2). \quad (22)$$

У центрі щілини

$$x=0 \text{ і } \left. \frac{P}{x} \right|_{x=0} = \frac{6\mu\omega\alpha^2}{h^3}, \quad (23)$$

з чого випливає, що контактний тиск у шарі розподіляється по параболі.

Повний тиск буде становити

$$P = \int_{-\alpha}^{\alpha} p dx = \frac{4\mu\omega\alpha^2}{h^3}, \quad (24)$$

а швидкість звуження щілини

$$\omega = \frac{Ph^3}{4\mu\alpha^2} \quad (25)$$

Результати числових розрахунків на ЕОМ впливу в'язкості  $\mu$  та товщини шару фарби  $h$ , тиску  $P$  і величини друкарського елемента  $2\alpha$  на швидкості текучості  $V_x$  і  $V_y$  зображені на рис.2.

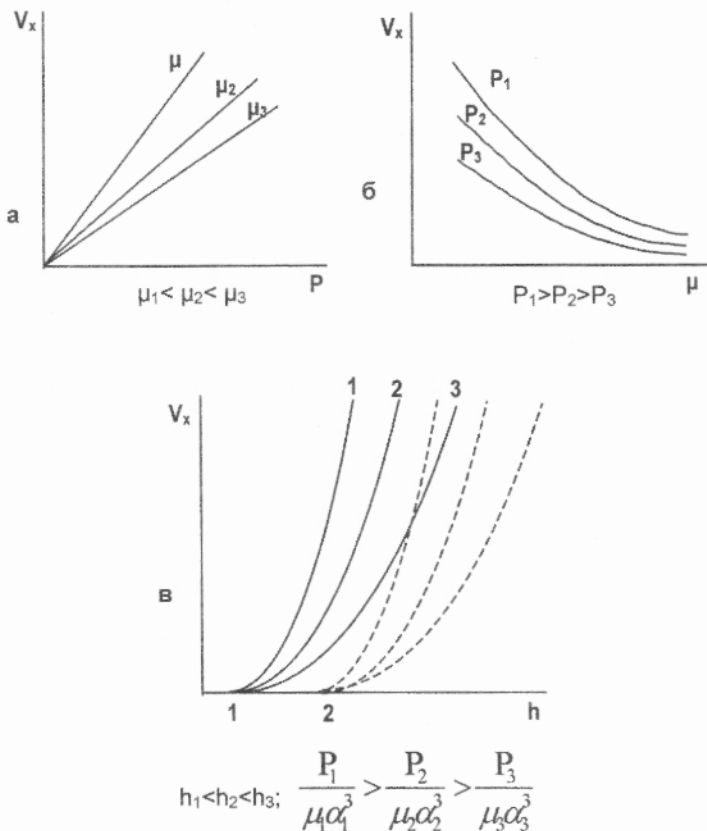


Рис. 2. Вплив тиску  $P$  (а), в'язкості  $\mu$  (б) і товщини шару фарби  $h$  (в) на швидкість текучості фарби  $V_x$

Як видно, підвищення тиску ( $P_1 > P_2 > P_3$ ), зменшення в'язкості ( $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$ ), збільшення товщини шару фарби ( $h_1 < h_2 < h_3$ ) веде до зростання швидкості текучості фарби, що повинно проявитись у величині спотворення на відбитку.

1. Жамочкин К.Н. Решение задач упругости. М., 1949. 2. Козаровицкий Л.А. Бумага и краска в процессе печатания. М., 1965. 3. Колтунов М.А., Кравчук А.С. Механика сплошной среды. М., 1971. 4. Технология печатных процессов/ Под ред. Раскина А.Н. М., 1989. 5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1956.

Стаття надійшла до редколегії 15.01.2002