

## **СИНТЕЗ ВИХІДНИХ ЗАКОНІВ РУХУ З ВРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ ЛАНОК ДЛЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ З ІНЕРЦІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ**

За останні роки у вітчизняній та зарубіжній технічній літературі з'явилась велика кількість праць [2, 4б, 6, 7, 8, 9, 10 та інші], присвячених синтезу законів руху веденої ланки кулачкових механізмів. При цьому все більша увага приділяється законам, які описуються степеневими поліномами. Це пояснюється рядом позитивних властивостей степеневих поліномів: можливістю наближеного описання будь-якого бажаного закону руху з будь-якою мірою точності, простотою визначення коефіцієнтів полінома, можливістю розрахунку таблиць інваріантів подібності на цифрових машинах за однією програмою. В даній роботі також розглядаються закони руху, що описуються степеневими поліномами.

В статтях [1, 3, 4а, 5, 9 і т. д.] показано теоретично і експериментально, що при роботі кулачкових механізмів у веденій системі виникають великі власні коливання, які різко спотворюють запроєктований закон руху. Якщо з цим можна примиритись в мало навантажених системах, то в досить навантажених системах власні коливання є великою перешкодою у підвищенні продуктивності машин. Навіть у тих випадках, коли власні коливання не впливають на технологічний процес, підвищення навантажень за рахунок коливань приводить до швидкого зносу деталей, а отже, і до зниження довговічності машин. Тому, крім звичайних вимог, до синтезу законів руху (на величину піків швидкості, прискорення, кінетичної потужності і т. д.), необхідно виконувати умови, які забезпечили б скорочення власних коливань при роботі системи. Якщо при цьому функція переміщення веденої ланки задана у вигляді степеневого полінома, то такі закони в літературі дістали назву полідинамічних. У роботі синтезовано чотири сімейства однорідних симетричних поліноміальних законів руху веденої ланки. Два з них можуть використовуватись для перерахунку з врахуванням пружності ланок. Наводимо схему такого перерахунку з теоретичним її обґрунтуванням, а також деякі результати експериментальної перевірки синтезованих законів.

### **Основні позначення**

- $a_k, a_{km}$  — інваріанти подібності переміщення веденої ланки та веденої маси;
- $b_k, b_{km}$  — інваріанти подібності швидкості руху веденої ланки та веденої маси;
- $c_k, c_{km}$  — інваріанти подібності прискорення веденої ланки та веденої маси;
- $d_k = b_k \cdot c_{km}$  — інваріант подібності кінетичної потужності;

$$B = (b_{\kappa})_{\max}, C_m = (c_{\kappa m})_{\max}, B_m = (b_{\kappa m})_{\max}, C = (c_{\kappa})_{\max}$$

відповідно константи піків швидкості та прискорення веденої ланки та веденої маси;

$D = (d_{\kappa})_{\max}$  — константа піка кінетичної потужності;

$k = \frac{t}{T}$  — відносний час;

$T$  — тривалість повного періоду циклу;

$n_c$  — кутова швидкість обертання кулачка (об/хв.);

$\varphi_{\Sigma}$  — фазовий кут руху на кулачку;

$\nu = \sqrt{\frac{k_{жс}}{I_m}} \cdot T$  — інваріант подібності власної частоти веденої ланки;

$\Pi = \frac{h \cdot T}{2I_m}$  — інваріант подібності демпфірування системи;

$A$  — інваріант подібності амплітуди власних коливань системи;

$\beta$  — кут зсуву фаз.

Додатковий індекс нуль біля букви означає, що значення інваріанта подібності взято в початковий момент руху (при  $k=0$ ).

### ОДНОРІДНІ СИМЕТРИЧНІ ПОЛІНОМІАЛЬНІ ЗАКОНИ РУХУ

Як відомо, при синтезі симетричних законів руху на інваріанти подібності накладаються такі умови:

при  $k=0$ ,  $a_{\kappa}=0$ ,  $b_{\kappa}=0$ ,  $c_{\kappa}=c_{\kappa 0} \geq 0$ ;

при  $k=0,5$ ,  $c_{\kappa}=0$ ;

при  $k=1$ ,  $a_{\kappa}=1$ ,  $b_{\kappa}=0$ ,  $c_{\kappa}=-c_{\kappa 0}$ ,

При врахуванні жорсткості веденої системи для законів руху веденої маси доводиться прирівнювати до нуля в початковий та кінцевий моменти похідні більш високого порядку (звичайно, не вище четвертої похідної). Друга похідна таких функцій має центр симетрії при  $k=0,5$  і є непарною функцією. Це дає можливість описати її в загальному вигляді таким виразом:

$$c_{\kappa} = H \cdot k^u \cdot (1 - k)^u \cdot (0,5 - k). \quad (1.1)$$

Множник  $H$  є постійним коефіцієнтом, який визначається після двократного інтегрування рівняння (1.1) з умови при  $k=1$ ,  $a_{\kappa}=1$ . Величина показника степеня  $u$  визначається за початковими умовами, які накладені на закон руху веденої ланки. З виразу видно, що при заданій величині  $u$  закон руху має  $(u+1)$  похідних, рівних нулю.  $u$  — ціле додатне число, доцільно брати його не більше трьох ( $u \leq 3$ ), тобто розглядати чотири значення показника степеня  $u=0, 1, 2, 3$ .

Перший випадок  $u=0$ . Після двократного інтегрування виразу (1.1), використовуючи початкові умови, визначаємо величину коефіцієнта  $H$  ( $H=12$ ). Одержуємо такі вирази для закону руху веденої ланки:

$$\begin{aligned} a_{\kappa} &= 3k^2 - 2k^3; \\ b_{\kappa} &= 6k(1 - k^2), \\ c_{\kappa} &= 6(1 - 2k). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Це широко відомий степеневий закон — рівномірно зменшуване прискорення — «0000».

Другий випадок:  $u=1$ ,  $H=120$ .

$$\begin{aligned} a_{\kappa} &= 10k^3 - 15k^4 + 6k^5; \\ b_{\kappa} &= 30(k^2 - 2k^3 + k^4); \\ c_{\kappa} &= 60(k - 3k^2 + 2k^3). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Як окремий випадок виразу (1.3) одержали відомий степеневий закон Шуна.

Третій випадок:  $u=2$ ,  $H=840$ .

$$\begin{aligned} a_k &= 35k^4 - 84k^5 + 70k^6 - 20k^7; \\ b_k &= 140(k^3 - 3k^4 + 3k^5 - k^6); \\ c_k &= 420(k^2 - 4k^3 + 5k^4 - 2k^5). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Це відомий в літературі степеневий закон степенів 4—5—6—7 для полідинамічних кулачків.

Четвертий випадок:  $u=3$ ,  $H=5040$ .

$$\begin{aligned} a_k &= 126k^5 - 420k^6 + 540k^7 - 315k^8 + 70k^9; \\ b_k &= 630(k^4 - 4k^5 + 6k^6 - 4k^7 + k^8); \\ c_k &= 2520(k^3 - 5k^4 + 9k^5 - 7k^6 + 2k^7) \end{aligned} \quad (1.5)$$

також відомий закон степенів 5—6—7—8—9 для полідинамічних кулачків. Таким чином, ми отримали чотири добре відомих в літературі степеневих закони руху веденої ланки як окремі випадки загального виразу (1.1). Покажемо, що кожний з розглянутих вище чотирьох законів може служити основою для синтезу цілого сімейства законів з різними кінематичними та динамічними характеристиками. Це можливо шляхом введення функціонального множника. Так, для одержання нового закону зміни інваріанта подібності прискорення  $c_{k1} = f_1(k)$  на основі іншого відомого нам закону  $c_k = f(k)$  потрібно останній помножити на функціональний множник  $y = f_2(k)$ :

$$c_{k1} = c_k \cdot y = f(k) \cdot f_2(k). \quad (1.6)$$

При розгляді однорідних симетричних законів руху веденої ланки на функціональний множник накладуються такі умови (рис. 1):

1. Функція повинна бути симетричною відносно вертикальної осі, яка пересікає вісь абсцис у точці  $k=0,5$ .
2. Функція на відрізку  $0 \leq k \leq 1$  повинна бути додатною.
3. Бажано, щоб функція включала не менше двох незалежних змінних коефіцієнтів.

У цьому випадку при наявності  $m$  змінних коефіцієнтів маємо можливість накладати на функцію  $(m-1)$  додаткові умови і одержувати закон з бажаними характеристиками. Один незалежний коефіцієнт функціонального множника використовується на виконання такої обов'язкової умови:

$$\text{при } k=1 \quad a_k = 1. \quad (1.7)$$

При синтезі законів руху у вигляді степеневих поліномів доцільно функціональним множником вибрати квадратичну параболу, симетричну відносно вертикальної осі з координатами вершини ( $k_s = 0,5$ ,  $y_s = y_0$ ):

$$y = \alpha(k^2 - k + \delta), \quad (1.8)$$

де  $\delta = 0,25 + \frac{y_0}{\alpha}$ .

В цьому рівнянні два незалежних постійних коефіцієнти ( $\alpha$ ,  $y_0$ ). Залежність між ними буде встановлена при виконанні обов'язкової умови (1.7). Один незалежний коефіцієнт, що залишився (ми приймаємо  $\alpha$  за незалежний), використовується для утворення сімейств законів по цьому змінному параметру. В загальному вигляді утворення сімейств нових законів можна записати так:

$$c_k = H \cdot k^u (1 - k)^u \cdot (0,5 - k) \cdot \alpha (k^2 - k + \delta). \quad (1.9)$$

Вираз (1.9) показує, що застосування функціонального множника у вигляді квадратичної параболи збільшує степінь полінома на два. Розглянемо утворення чотирьох сімейств законів.

### 1. ЗАКОНИ ПЕРШОГО СІМЕЙСТВА

(ПРИ  $c_{k0} \neq 0$ ).

Закони цього сімейства утворюються на основі закону «рівномірно зменшуване прискорення» множенням рівняння (1.2) на функціональний множник (1.8). Після інтегрування та перетворення одержимо такі рівняння сімейства:

$$\begin{aligned} a_k &= 0,1\alpha[30\delta k^2 - 10(2\delta + 1)k^3 + 15k^4 - 6k^5]; \\ b_k &= 3\alpha[2\delta k - (2\delta + 1)k^2 + 2k^3 - k^4]; \\ c_k &= 6\alpha[\delta - (2\delta - 1)k + 3k^2 - 2k^3]. \end{aligned} \quad (1.10)$$

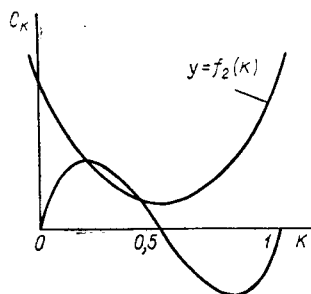


Рис. 1. Зміна інваріанта прискорень висхідного закону руху ( $c_k$ ) і функціонального множника [ $y = f_2(k)$ ].

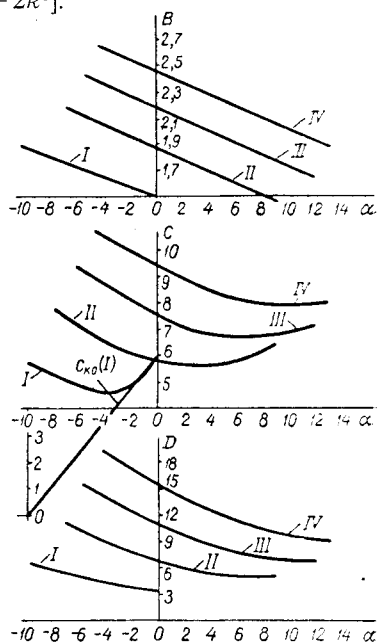


Рис. 2. Основні кінематичні і динамічні характеристики чотирьох сімейств законів руху.

Початкове прискорення у законів цього сімейства дорівнює

$$c_{k0} = 6\alpha\delta. \quad (1.11)$$

Виконуючи умову 7, одержимо зв'язок між коефіцієнтами  $\alpha$  і  $\delta$

$$\alpha(10\delta - 1) = 10. \quad (1.12)$$

Використовуючи умову  $y = f_2(k) \geq 0$  та вирази (1.8), (1.12), одержимо границі можливої зміни незалежного коефіцієнта  $\alpha$ .

$$-10 \leq \alpha \leq \frac{20}{3}.$$

З аналітичної геометрії відомо, що при значеннях коефіцієнта  $\alpha > 0$  парабола звернена вершиною вниз, при  $\alpha < 0$  — вверх. З рис. 1 видно: якщо парабола звернена вниз вершиною, то виникає зміщення центра ваги площі діаграми однозначних прискорень до границь ін-

тервалу; якщо вершина параболи направлена вверх — до середини інтервалу ( $k=0,5$ ). За формулами (1.10) були підраховані значення інваріантів початкового прискорення  $c_{k0}$ , констант піків прискорення  $C$  та швидкості  $B$  при зміні  $\alpha$  в границях

$$-10 \leq \alpha \leq 0.$$

Ці границі зміни коефіцієнтів  $\alpha$  дають зменшення інваріантів початкового прискорення  $c_{k0}$ . Додатні значення коефіцієнта  $\alpha$ , які дають збільшення інваріанта початкового прискорення ( $c_{k0} > 6$ ), тут не розглядались. На рис. 2 (лінії I) графічно зображені закони зміни  $c_{k0}$ ,  $C$ ,  $B$  і  $D$  в залежності від зміни коефіцієнта  $\alpha$ . При  $\alpha = -10$  одержано закон Шуна, який є основою для синтеза другого сімейства. Дослідження показали, що всі чотири сімейства законів послідовно переходять від одного до одного. Останній закон попереднього сімейства ( $\alpha$  — від'ємне) завжди є основою для синтеза наступного сімейства.

## 2. ЗАКОНИ II СІМЕЙСТВА

$$(c_{k0} = 0, c_{k0} \neq 0).$$

Рівняння інваріантів подібності для законів II сімейства мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \frac{1}{7} \alpha [70\delta k^3 - 35(3\delta + 1)k^4 + 42(\delta + 2)k^5 - 70k^6 + 20k^7]; \\ b_k &= 10\alpha [3\delta k^2 - 2(3\delta + 1)k^3 + 3(\delta + 2)k^4 - 6k^5 + 2k^6]; \\ c_k &= 60\alpha [\delta k - (3\delta + 1)k^2 + 2(\delta + 2)k^3 - 5k^4 + 2k^5]. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Зв'язок між коефіцієнтами  $\alpha$  і  $\delta$ :  $\alpha(7\delta - 1) = 7$ .

Границі зміни параметра  $\alpha$ :  $-7 \leq \alpha \leq \frac{28}{3}$ .

На рис. 2 (лінії II) наведені криві зміни констант основних кінематичних і динамічних характеристик законів даного сімейства як функцій параметра  $\alpha$ .

## 3. ЗАКОНИ III СІМЕЙСТВА

$$(c_{k0} = \dot{c}_{k0} = 0, \ddot{c}_{k0} \neq 0).$$

Рівняння інваріантів подібності III сімейства:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \frac{1}{6} \alpha [210\delta k^4 - 126(4\delta + 1)k^5 + 420(\delta + 1)k^6 - 60(2\delta + 9)k^7 + 315k^8 - 70k^9]; \\ b_k &= 35\alpha [4\delta k^3 - 3(4\delta + 1)k^4 + 12(\delta + 1)k^5 - 2(2\delta + 9)k^6 + 12k^7 - 3k^8]; \\ c_k &= 420\alpha [\delta k^2 - (4\delta + 1)k^3 + 5(\delta + 1)k^4 - (2\delta + 9)k^5 + 7k^6 - 2k^7]. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Зв'язок між коефіцієнтами  $\alpha$  і  $\delta$ :  $\alpha(6\delta - 1) = 6$ .

Границі зміни параметра  $\alpha$ :  $-6 \leq \alpha \leq 12$ .

На рис. 2 (лінії III) зображені криві зміни основних кінематичних і динамічних характеристик для законів третього сімейства.

## 4. ЗАКОНИ IV СІМЕЙСТВА

$$(c_{k0} = \dot{c}_{k0} = \ddot{c}_{k0} = 0).$$

Рівняння інваріантів подібності законів IV сімейства:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \frac{1}{11} \alpha [1386\delta k^5 - 924(5\delta + 1)k^6 + 1980(3\delta + 2)k^7 - 3465(\delta + 2)k^8 + \\ &+ 770(\delta + 8)k^9 - 2772k^{10} + 504k^{11}]; \end{aligned}$$

$$b_k = 1260\alpha[5\delta k^4 - 4(5\delta + 1)k^5 + 10(3\delta + 2)k^6 - 20(\delta + 2)k^7 + 5(\delta + 8)k^8 - 20k^9 + 4k^{10}]; \quad (1.16)$$

$$c_k = 2520\alpha[\delta k^3 - (5\delta + 1)k^4 + 3(3\delta + 2)k^5 - 7(\delta + 2)k^6 + 2(\delta + 8)k^7 - 9k^8 + 2k^9].$$

Зв'язок між коефіцієнтами  $\alpha$  і  $\delta$ :

$$\alpha(11\delta - 2) = 1.$$

Границі зміни параметра  $\alpha$ :

$$-5,5 \leq \alpha \leq \frac{44}{3}.$$

На рис. 2 (лінії IV) зображені криві зміни основних кінематичних і динамічних характеристик для законів четвертого сімейства. Графіки (рис. 2) дають можливість у кожному сімействі вибирати закон, який найбільш задовольняє умовам, поставленим по проектуванню механізму. Вище було розглянуто закони з нулевою початковою швидкістю  $b_{k0} = 0$ . В машинобудуванні часто зустрічаються кулачкові механізми, в яких ведена система під час виконання технологічної операції здійснює рівномірний рух з наступним відходом у початкове положення. В цьому випадку в початковий і кінцевий момент руху швидкість не рівна нулю. Будь-який із розглянутих вище законів може бути використаний для даного випадку. Проводячи зміну початкових умов ( $b_{k0} = a_{kv0} \neq 0$ ) до рівняння (1.1), одержимо такий зв'язок між інваріантами подібності:

$$\begin{aligned} a_{kv} &= (1 - b_{kv0}) \cdot a_k + b_{kv0} \cdot k; \\ b_{kv} &= (1 - b_{kv0}) \cdot b_k + b_{kv0}; \\ c_{kv} &= (1 - b_{kv0}) \cdot c_k. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Індекс  $v$  означає, що ці інваріанти належать до законів з початковою швидкістю.

### ОСНОВНІ ДИНАМІЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ, ЯКІ ВИЗНАЧАЮТЬ РУХ ВЕДеної СИСТЕМИ

Вивчення динаміки кулачкових механізмів з інерційним навантаженням має важливе практичне значення для різних галузей машинобудування. В поліграфії найбільш широко застосовуються коромислові кулачкові механізми, кінематична схема яких прийнята нами за розрахункову (рис. 3). При складанні диференціального рівняння руху кулачкового механізму було прийнято, що ведуча система абсолютно жорстка і кулачок обертається рівномірно ( $\varphi = \omega \cdot t$ ,  $\omega = \text{const}$ ). Положення веденої ланки (коромисла) визначається кутом  $\gamma$ , а веденого інерційного тіла (веденої маси) — кутом  $\psi$ . Ведена ланка зв'язана з веденою масою, що має момент інерції  $I_m$ , пружним валом з коефіцієнтом жорсткості  $k_{жс}$ . Сили демпфірування, що виникають від тертя в підшипниках, приймаємо пропорційними швидкості руху веденої маси ( $h$  — коефіцієнт демпфірування). Диференціальне рівняння руху такої системи має вигляд:

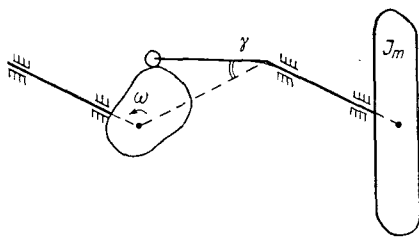


Рис. 3. Кінематична схема коромислово-кулачкового механізму.

$$I_m \cdot \psi + h \cdot \dot{\psi} + k_{жс} \cdot \psi = k_{жс} \cdot \gamma.$$

Замінюючи функції  $\psi$ ,  $\gamma$  та їх похідні інваріантними величинами (див. [7, а]), одержимо диференціальне рівняння в інваріантному вигляді:

$$\ddot{a}_{\kappa m} + 2\pi a_{\kappa m} + \nu^2 a_{\kappa m} = \nu^2 \cdot a_{\kappa}.$$

Цей тип диференціального рівняння справедливий для будь-якого триланкового кулачкового механізму, ведена система якого може бути приведена до трьох основних елементів: веденої ланки (коромисло, ролик або кінець загостреного штовхача та інші), пружного елемента з приведеним коефіцієнтом жорсткості  $k_{\text{жс}}$  та веденої маси  $M$  (або моменту інерції  $I_m$ ). Загальний розв'язок диференціального рівняння має вигляд:

$$a_{\kappa m} = -e^{-\pi\kappa} \cdot A \cdot \sin(\nu_1 \cdot k + \beta) + W_{\kappa}, \quad (1.20)$$

де

$$A = \sqrt{W_{\kappa 0}^0 + \frac{(W_{\kappa 0} + \pi W_{\kappa 0}^1)^2}{\nu_1^2}}, \quad (1.21)$$

$$\beta = \arctg \frac{\nu \cdot W_{\kappa 0}}{W_{\kappa 0} + \pi \cdot W_{\kappa 0}^1}, \quad \nu_1 = \sqrt{\nu^2 + \pi^2}. \quad (1.22)$$

Функцію правої частини диференціального рівняння (1.19) запишемо в загальному вигляді так:

$$a_{\kappa} = q_0 + q_1 \cdot k + q_2 \cdot k^2 + \dots + q_i k^i + \dots + q_n \cdot k^n. \quad (1.23)$$

У тих випадках, коли права частина диференціального рівняння задана степеневим поліномом, частинний розв'язок диференціального рівняння шукається також у формі степеневого полінома:

$$W_{\kappa} = Q_0 + Q_1 k + Q_2 \cdot k^2 + \dots + Q_i k^i + \dots + Q_n \cdot k^n \quad (1.24)$$

Після підстановки (1.23) і (1.24) в рівняння (1.19) та необхідних перетворень одержимо такий зв'язок між коефіцієнтами поліномів функцій переміщення веденої ланки і частинного розв'язку диференціального рівняння:

$$Q_i = q_i - 2(i+1) \frac{\pi}{\nu^2} \cdot Q_{i-1} - (i+1)(i+2) \cdot \frac{Q_{i+2}}{\nu^2} \quad (1.25)$$

Цей вираз дає можливість розв'язати такі дві задачі:

1. По заданому руху веденої ланки (1.23) визначити дійсний рух веденої маси (1.20) з врахуванням накладених на вимушений рух системи власних коливань.

2. Задаючись частинним розв'язком диференціального рівняння (1.24), визначити рух веденої ланки (1.23). В цьому випадку, якщо початкові значення частинного розв'язку рівні нулеві, амплітуда власних коливань системи (1.21) і фазовий кут зсуву (1.22) рівні нулеві. А, отже, частинний розв'язок диференціального рівняння є законом руху веденої маси ( $W_{\kappa} = a_{\kappa m}$ ). Одержуємо такий закон руху веденої ланки, який, враховуючи жорсткість системи, забезпечує спокійний рух веденої маси без накладання на нього власних коливань. Наявність рівності нулю двох основних факторів власних коливань ( $A=0$ ,  $\beta=0$ ) забезпечує цим законам більш високу стійкість роботи в області, близькій до розрахункового режиму. Розрахунковий режим роботи визначається за формулою:

$$\nu = \frac{60 \cdot \varphi_{\Sigma}}{n_c \cdot T_{\kappa}},$$

період власних коливань  $T_{\kappa}$  — розрахунковим шляхом або експериментально для існуючих конструкцій.

**ВИКОРИСТАННЯ ЗАКОНІВ III І IV СІМЕЙСТВ ДЛЯ СИНТЕЗУ  
ЗАКОНІВ РУХУ ВЕДЕНОЇ ЛАНКИ З ВРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ  
ВЕДЕНОЇ СИСТЕМИ**

Розглянемо вираз (1.25). Щоб мати на веденій ланці в початковий момент функцію переміщення і  $m$  її послідовних похідних рівними нулю, необхідно мати в рівнянні (1.24) всі перші коефіцієнти полінома до  $Q_{m+2}$  включно рівними нулеві. Тому із синтезованих вище чотирьох сімейств законів можна використати для опису руху веденої маси тільки останні два сімейства. Закони III сімейства забезпечують рух веденої ланки з нулевою початковою швидкістю і початковим прискоренням, не рівним нулеві. Закони IV сімейства забезпечують рівність нулеві початкової швидкості і початкового прискорення руху веденої ланки. Перерахунок від закону руху веденої маси (1.24) до закону руху веденої ланки (1.23) можна здійснити на основі виразу (1.25):

$$g_i = Q_i + 2(i+1) \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot Q_{(i+1)} + (i+1)(i+2) \frac{Q_{i+2}}{\sqrt{2}}. \quad (1.27)$$

Розглянемо порядок проведення синтезу закону руху веденої ланки.

1. По кривих (рис. 2) вибираємо значення коефіцієнта  $\alpha$  і визначаємо величину коефіцієнта  $\delta$ .

2. Вичисляємо значення коефіцієнтів  $Q_i$  на основі виразів (1.22), (1.23).

Для законів III сімейства:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 0; Q_1 = 0; Q_2 = 0; Q_3 = 0, \\ Q_4 &= 35\alpha\delta; Q_5 = -21\alpha(4\delta + 1), \\ Q_6 &= 70\alpha(\delta + 1); Q_7 = -10\alpha(2\delta + 9), \\ Q_8 &= 52,5\alpha; Q_9 = -11 \frac{2}{3} \alpha. \end{aligned}$$

Для законів IV сімейства:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 0; Q_1 = 0; Q_3 = 0; Q_4 = 0, \\ Q_5 &= 126\alpha\delta; Q_6 = -84\alpha(5\delta + 1), \\ Q_7 &= 180\alpha(3\delta + 2); Q_8 = -315\alpha(\delta + 2), \\ Q_9 &= 70\alpha(\delta + 8); Q_{10} = -252\alpha; Q_{11} = 45 \frac{9}{11} \alpha. \end{aligned}$$

3. За формулою (1.26) визначаємо інваріант подібності власної частоти системи  $\nu$ .

4. За співвідношенням (1.27) вичисляємо значення коефіцієнтів  $g_i$  полінома, який описує рух веденої ланки. Розпишемо загальне співвідношення (1.27) для законів IV сімейства:

$$\begin{aligned} g_0 &= Q_0 + 2 \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot Q_1 + \frac{2}{\sqrt{2}} Q_2, \\ g_1 &= Q_1 + 4 \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot Q_2 + \frac{6}{\sqrt{2}} Q_3, \\ g_2 &= Q_2 + 6 \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot Q_3 + \frac{12}{\sqrt{2}} Q_4, \\ &\dots \\ g_{10} &= Q_{10} + 22 \frac{\pi}{\sqrt{2}} Q_{11}, \\ g_{11} &= Q_{11}. \end{aligned}$$



Таким чином, вичислення коефіцієнта полінома  $q_i$  представляється серією елементарних арифметичних дій, які значно спрощуються при відсутності демпфірування ( $\Pi=0$ ). Після визначення величини коефіцієнтів  $q_i$  за формулою (1.23) можна вести розрахунок таблиці інваріантів переміщення ( $a_k$ ), яка необхідна для виготовлення кулачка. Для перевірки синтезованих законів була розрахована та виготовлена серія кулачків для еспериментального стенда. Кулачки відрізнялись один від одного як законом руху веденої маси, так і жорсткістю веденої системи, на яку вони були розраховані. Вимір кулачків, виконаний за допомогою оптичної ділильної головки та довжиноміра «ІЗВ-1», показав невисоку точність виготовлення. Кінематична похибка профілю розподілялась в межах  $\pm 0,1$  мм. Незважаючи на це, проведений експеримент дав добрий результат.

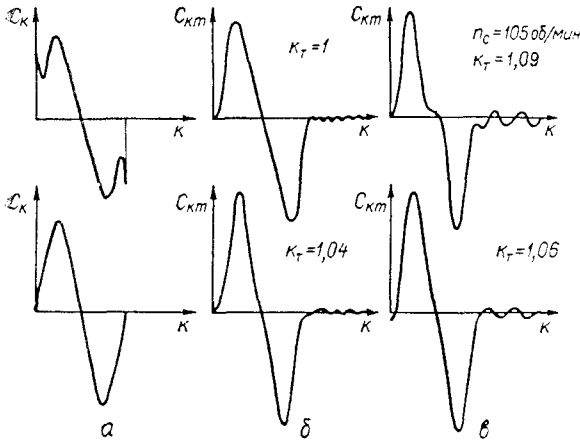


Рис. 4. Теоретичні та експериментальні криві зміни прискорень веденої ланки та веденої маси.

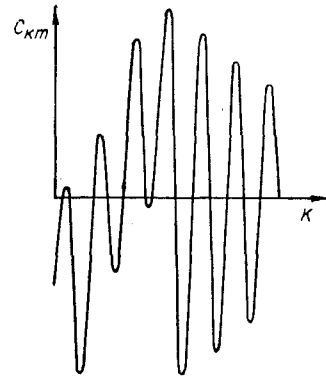


Рис. 5. Експериментальна крива зміни прискорень кулачка при законі зміни прискорень веденої ланки по косинусоїді («К»).

На рис. 4 зображені криві зміни прискорень для двох законів руху веденої ланки: зверху для закону III сімейства при  $\nu=20$ ,  $\alpha=7,2$ ; внизу для IV сімейства при  $\nu=20$ ,  $\alpha=11$ . В першому стовпчику (а) зображені закони зміни прискорень веденої ланки, на основі яких проводилось профілювання кулачків. В другому стовпчику (б) — результати осцилографіювання закону зміни прискорення веденої маси при наявності демпфірування, в третьому (в) — при відсутності демпфірування. Демпфірування здійснювалось заміною на веденому валі біля веденої маси підшипника кочення бронзовою втулкою.

Відношення максимуму фактичного прискорення до розрахункового на веденій масі, як відомо, називають коефіцієнтом динамічності ( $k_d$ ). На рис. 4 під осцилограмами написані відповідні їм значення коефіцієнта  $k_d$ . Необхідно зазначити великий вплив демпфірування. Малі коливання, які з'являються в недемпфированій системі, повністю поглинаються при введенні демпфірування. Для порівняння на рис. 5 показана осцилограма кулачка з косинусоїдальним законом зміни прискорення веденої ланки, яка була записана при збереженні всіх тих же умов, що й при записуванні осцилограм, зображених на рис. 4. При проведенні експеримента відбувалось відхилення кутової швидкості обертання кулачка від розрахункової (до  $\pm 10\%$  від розрахункової). Ці дослідження показали достатню стійкість результатів, одержаних при застосуванні законів, синтезованих з врахуванням пружності веденої системи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Вульфсон, Динамика упругого толкателя при учете демпфирования. Теория машин и механизмов, вып. 94—95, изд. АН СССР, М., 1963.
2. Я. Л. Геронимус, О законе подъема с наименьшим пиком ускорения. Труды семинара по ТММ, т. IV, вып. 15, изд. АН СССР, М., 1948.
3. В. М. Малярова, Динамика кулачковых механизмов. Труды Сибирского металлургического института, вып. 4А, 1957.
4. Э. Е. Пейсах, а) Влияние упругости толкателя на динамику кулачковых механизмов и коэффициенты динамичности. Известия вузов СССР «Машиностроение», № 2, 1963; б) О синтезе функций перемещения ведомого звена механизма в виде полиномов. Известия вузов СССР «Машиностроение», № 1, 1965.
5. А. Н. Полюдов, Исследование истинной динамики исполнительных и уравновешивающих кулачковых механизмов, Автореферат диссертации, Львов, 1964.
6. Г. А. Ротбарт, Кулачковые механизмы, Судпромгиз, Л., 1960.
7. К. В. Тир, а) Комплексный расчет кулачковых механизмов, Машгиз, М., 1958, б) Механика полиграфических автоматов, изд-во «Книга», М., 1965.
8. G ö r i n g E. Systematische Darstellung der Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe. Maschinenbautechnik, № 6, 1960.
9. D. B. Mitchell. Testson Dynamic Response of cam — Follower systems. Mechanical Engineering, vol. 72. (June), 1950.
10. D. Stoddart. Polidine Cam Gesing. Mashine Design, vol. 25, № 1, № 2, № 3, 1953.

*E. O. SAVVIN*

### **SYNTHESIS OF THE INITIAL LAWS OF MOTION WITH THE PLIABLE LINKS FOR THE CAM MACHANIZMS WITH THE INERTIA — LOADING**

#### **S u m m a r y**

Here one gives the synthesis of the four families of the polynomial laws of the periodic movement on the basis of the invariation of the similiarity acceleration in general with the odd degree function multiplied on the functional multiplier. One gives the diagram of the changes in the main kinematic and dynamic characteristic in the laws of the families under inverstigation.

The determination of the differential equation of movement of the single mass of the system-led on the basis of the invariation of the similiarity of the mechanical movement is shown too.

This article also shows the main dependence for the synthesis of the polydynamic cams, securing the smooth work of the mechanizm on the calculated regime. For some synthetized polydynamic laws investigation, which confirm the high degree of coincidence of the experiment results with the calculated data.

