

АНАЛІТИЧНА МЕХАНІКА ШЕСТИЛАНКОВИХ ШАРНІРНИХ МЕХАНІЗМІВ З НАБЛИЖЕНОЮ ЗУПИНКОЮ ВЕДЕНОЇ ЛАНКИ

В машинобудуванні для одержання циклічного руху з зупинкою веденої ланки в основному використовують механізми з вищими кінематичними парами (кулачкові, кулісні з криволінійними пазами і т. д.). Шарнірні механізми, незважаючи на простоту виконання, надійність і стабільність роботи при високих швидкостях і великих навантаженнях, використовуються значно рідше. Це пояснюється в основному складністю і громіздкістю існуючих методів розрахунку, а також нестачею

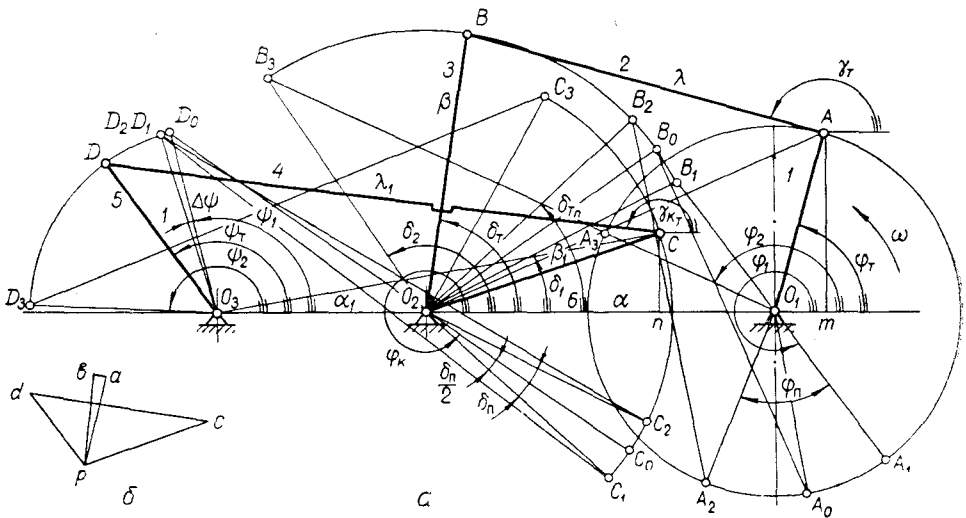


Рис. 1.

інформації про параметричні характеристики (можливості) таких механізмів (піки швидкостей, прискорення, кінетична потужність і ін.).

Так, шестиланкові шарнірні механізми з наближеною зупинкою веденої ланки розглядалися лише в роботах [1] і [3]. Притому обмежувались синтезом механізму за кутом повороту кривошипа, на якому здійснюється наближена зупинка веденої ланки.

В нашій роботі, користуючись методом теорії подібності [2], приводиться вивід основних кінематичних і динамічних залежностей таких механізмів.

Розглянемо шестиланковий шарнірний механізм, одержаний шляхом нашарування на чотириланковий контур O_1ABO_2 діади CDO_3 (рис. 1, а). Одержимо два чотириланкові контури.

Діаду CDO_3 приєднуємо так, що коли контур O_1ABO_2 знаходиться в крайньому правому положенні $O_1A_1B_1O_2$, коромисло O_2C знаходиться

в положенні O_2C_1 , тобто перейшовши своє крайнє положення на кут $\frac{\delta_n}{2}$. Тут δ_n — кут повороту коромисла O_2B_1 під час повороту кривошипа на кут φ_n ;

φ_n — половина кута повороту кривошипа, на якому ведена ланка робить наближену зупинку.

Розміри ведучої 1 і веденої 5 ланок прийняті за одиницю. Розміри решти ланок чотириланкових контурів прийнято відповідно α , β , λ , α_1 , β_1 , λ_1 (рис. 1, а).

Згідно з [2] запишемо інваріант подібності кутових переміщень:

$$\psi_{ki} = \frac{\psi_k}{\psi_2}, \quad (1)$$

де ψ_k — поточне значення кута повороту веденої ланки, відраховане від її початкового положення;

ψ_2 — кутовий розмах веденої ланки.

Інваріант подібності кутових швидкостей:

$$\omega_{51i} = \omega_{53i} \cdot \omega_{31i}, \quad (2)$$

де ω_{53i} — інваріант подібності кутової швидкості ланки 5 відносно ланки 3 ;

ω_{31i} — інваріант подібності кутової швидкості ланки 3 відносно кривошипа 1 .

Інваріант подібності кутових прискорень

$$\varepsilon_{51i} = \varepsilon_{53i} \cdot \omega_{31i}^2 + \varepsilon_{31i} \cdot \omega_{53i}, \quad (3)$$

де ε_{53i} — інваріант подібності кутового прискорення ланки 5 відносно ланки 3 ;

ε — інваріант подібності кутового прискорення ланки 3 відносно кривошипа 1 .

Інваріант подібності кінетичної потужності

$$N_{\text{кін. } i} = \omega_{51i} \cdot \varepsilon_{51i}. \quad (4)$$

Розглянемо повернутий на 90° план швидкостей механізму (рис. 1, б) з врахуванням того, що

$$\omega_{31i} = \frac{V_{n1i}}{l_n}.$$

Запишемо

$$\omega_{31i} = \frac{\sin(\gamma_I - \varphi_T)}{\beta \sin(\gamma_T - \delta_T)}; \quad (5)$$

$$\omega_{53i} = \frac{\sin(\gamma_{kT} - \varphi_{kT})}{\sin(\gamma_{\varphi T} - \psi_T)}. \quad (6)$$

Тоді, підставивши значення ω_{31i} і ω_{53i} в формулу (2), одержимо:

$$\omega_{51i} = \frac{\sin(\gamma_I - \varphi_T) \cdot \sin(\gamma_{kT} - \varphi_{kT})}{\beta \sin(\gamma_T - \delta_T) \cdot \sin(\gamma_{\varphi T} - \psi_T)}. \quad (7)$$

Значення ε_{31i} одержимо, продиференціювавши формулу (5) по куту повороту кривошипа 1 [2]:

$$\varepsilon_{31i} = \frac{d\omega_{31i}}{d\varphi} = \frac{a_{31i}^n \cdot \cos(\gamma_T - \delta_T) - a_{21i}^n \cdot \cos(\gamma_T - \varphi_T)}{\beta \sin(\gamma_T - \delta_T)}, \quad (8)$$

де $a_{31i}^n = \omega_{31i}^2 \cdot \beta$ — інваріант подібності нормального прискорення ланки 3 відносно кривошипа 1 ;

$a_{21i}^n = \omega_{21i}^2 \cdot \lambda$ — інваріант подібності нормального прискорення ланки 2 відносно кривошипа 1;

$\omega_{21i} = \frac{\sin(\delta_T - \varphi_T)}{\lambda \sin(\gamma_T - \delta_T)}$ — інваріант подібності кутової швидкості ланки 2 відносно кривошипа 1 (визначається з розгляду повернутого плану швидкостей механізму).

Значення ε_{53i} одержимо, продиференціювавши формулу (6) по куту повороту ланки 3:

$$\varepsilon_{53i} = \frac{d\omega_{53i}}{d\varphi_k} = \frac{a_{53i}^n \cdot \cos(\gamma_{kT} - \psi_T) - a_{43i}^n \cdot \cos(\gamma_{kT} - \varphi_{kT})}{\sin(\gamma_{kT} - \psi_T)}, \quad (9)$$

де $a_{53i}^n = \omega_{53i}^2 \cdot 1$ — інваріант подібності нормального прискорення ланки 5 відносно ланки 3;

$a_{43i}^n = \omega_{43i}^2 \cdot \lambda_1$ — інваріант подібності нормального прискорення ланки 4 відносно ланки 3;

$\omega_{43i} = \frac{\sin(\psi_T - \varphi_{kT})}{\lambda_1 \sin(\gamma_{kT} - \psi_T)}$ — інваріант подібності кутової швидкості ланки 4 відносно ланки 3 (визначається з розгляду повернутого плану швидкостей механізму рис. 1, б).

Кути γ , δ , φ_k , γ_k , ψ визначають положення ланок механізму в залежності від кута повороту кривошипа φ і визначаються аналітично.

Провівши (рис. 1, а) допоміжні лінії O_2A , Am , O_3C , Cn , одержимо трикутники O_2Am і O_3Cn .

З $\triangle O_2Am$

$$AO_2m = \arctg \frac{\sin \varphi_T}{\alpha + \cos \varphi_T}; \quad (10)$$

$$l_{O_2A} = \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha \cdot \cos \varphi_T + 1}.$$

Тоді, розв'язуючи теорему косинусів для $\triangle O_2AB$ відносно кута AO_2B , одержимо:

$$\angle AO_2B = \arccos \frac{\beta^2 + \alpha^2 + 2\alpha \cos \varphi_T + 1 - \lambda^2}{2\beta \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha \cos \varphi_T + 1}}. \quad (11a)$$

Оскільки величини α , β , λ постійні для даного механізму, то прийнявши позначення

$$B = \beta^2 + \alpha^2 + 1 - \lambda^2; \quad C = 2\alpha; \quad M = 2\beta; \quad N = \alpha^2 + 1, \quad (11б)$$

запишемо формулу (11a) у вигляді:

$$\angle AO_2B = \arccos \frac{B + C \cdot \cos \varphi_T}{M \sqrt{N + C \cdot \cos \varphi_T}}. \quad (12)$$

Поточне значення кута δ визначиться з рис. 1, а;

$$\delta_T = \angle AO_2B + \angle AO_2m,$$

або з врахування (10) і (12)

$$\delta_T = \arccos \frac{B + C \cdot \cos \varphi_T}{M \sqrt{N + C \cdot \cos \varphi_T}} + \arctg \frac{\sin \varphi_T}{\alpha + \cos \varphi_T}. \quad (13)$$

Значення кута γ_T одержимо з теореми косинусів для $\triangle O_2AB$ відносно кута O_2AB :

$$\angle O_2AB = \pi - (\gamma_T - \angle AO_2m) = \arccos \frac{-\beta^2 + \lambda^2 + \alpha^2 + 2\alpha \cos \varphi_T + 1}{2\lambda \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha \cos \varphi_T + 1}};$$

$$\gamma_T = \angle AO_2m = \arccos \frac{\beta^2 - \lambda^2 - \alpha^2 - 2\alpha \cos \varphi_T - 1}{2\lambda \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha \cos \varphi_T + 1}}.$$

Тоді з врахуванням формул (10) і (11), прийнявши додатково, що

$$B_1 = \beta^2 - \lambda^2 - \alpha^2 - 1; D = 2\lambda, \quad (14)$$

знайдемо

$$\gamma_T = \arccos \frac{B_1 - C \cdot \cos \varphi_T}{D \sqrt{N + C \cdot \cos \varphi_T}} + \arctg \frac{\sin \varphi_T}{\alpha + \cos \varphi_T}. \quad (15)$$

З рис. 1, а:

$$\varphi_{kT} = \varphi_k - \frac{\delta_n}{2} + \delta_T - \delta_1. \quad (16)$$

Кути φ_k і δ_1 визначають крайні положення чотириланкових контурів і знаходяться з рішення теорему косинусів для $\triangle O_2D_0O_3$ і $\triangle O_1B_1O_2$:

$$\varphi_k = 2\pi - \arccos \frac{\alpha_1^2 + (\lambda_1 - \beta_1)^2 - 1}{2\alpha_1(\lambda_1 - \beta_1)}; \quad (17)$$

$$\delta_1 = \arccos \frac{\beta^2 + \alpha^2 - (\lambda - 1)^2}{2\lambda\beta}. \quad (18)$$

Кут S_n визначиться величиною:

$$\delta_n = \delta_{Tn} - \delta_1, \text{ або } \delta_{Tn} = \delta_n + \delta_1, \quad (19)$$

де δ_{Tn} — поточне значення кута δ_1 , що відповідає куту повороту кривошипа на кут $\varphi_1 - \varphi_n$;

$$\delta_{Tn} = \arccos \frac{B + C \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_n)}{M \sqrt{N + C \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_n)}} + \arctg \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_n)}{\alpha + \cos(\varphi_1 - \varphi_n)}. \quad (20)$$

Кут φ_1 визначиться з теореми косинусів для $\triangle O_1O_2B_1$.

$$\varphi_1 = 2\pi - \arccos \frac{(\lambda - 1)^2 + \alpha^2 - \beta^2}{2\alpha(\lambda - 1)}. \quad (21)$$

Для визначення кутів ψ_T і φ_{kT} розглянемо $\triangle O_3Cn$:

$$\angle CO_3n = \arctg \frac{\beta_1 \sin \varphi_{kT}}{\alpha_1 + \beta_1 \cos \varphi_{kT}}; \quad (22)$$

$$lO_3C = \sqrt{\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} + \beta_1^2}.$$

Розв'язуючи теорему косинусів для $\triangle O_3CD$, знайдемо

$$\angle CO_3D = \arccos \frac{1 + \alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} + \beta_1^2 - \lambda_1^2}{2\sqrt{\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} + \beta_1^2}}. \quad (23a)$$

Прийнявши

$$B_2 = 1 + \alpha_1^2 + \beta_1^2 - \lambda_1^2; M_1 = 2\alpha_1\beta_1; N_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2, \quad (23b)$$

спростимо вираз (23a):

$$\angle CO_3D = \arccos \frac{B_2 + M_1 \cos \varphi_{kT}}{2\sqrt{N_1 + M_1 \cos \varphi_{kT}}}. \quad (24)$$

З рис. 1, а бачимо:

$$\psi_T = \angle CO_3D + \angle CO_3n,$$

що з врахуванням формул (22) і (24) виражає кут ψ_T у вигляді:

$$\psi_T = \arccos \frac{B_2 + M_1 \cdot \cos \varphi_{kT}}{2\sqrt{N_1 + M_1 \cdot \cos \varphi_{kT}}} + \arctg \frac{\beta_1 \sin \varphi_{kT}}{\alpha_1 + \beta_1 \cos \varphi_{kT}}. \quad (25)$$

Значення кута γ_{kT} одержимо з теореми косинусів для $\triangle O_3CD$ відносно $\angle O_3CD$.

$$\angle O_3CD = \pi - (\gamma_{kT} - \angle CO_3n) = \arccos \frac{-1 + \lambda_1^2 + \alpha^2 + 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} + \beta_1^2}{2\lambda_1 \sqrt{\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} + \beta_1^2}};$$

$$\gamma_{kT} - \angle CO_3n = \arccos \frac{1 - \lambda_1^2 - \alpha_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} - \beta_1^2}{2\lambda_1 \sqrt{\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 \cos \varphi_{kT} + \beta_1^2}}.$$

Тоді з врахуванням формул (22) і (23), прийнявши додатково що

$$B_3 = 1 - \lambda_1^2 - \alpha_1^2 - \beta_1^2 \text{ і } D_1 = 2\lambda_1, \quad (26)$$

одержимо:

$$\gamma_{kT} = \arccos \frac{B_3 - M_1 \cos \varphi_{kT}}{D_1 \sqrt{N_1 + M_1 \cos \varphi_{kT}}} + \arctg \frac{\beta_1 \sin \varphi_{kT}}{\alpha_1 + \beta_1 \cos \varphi_{kT}}. \quad (27)$$

Для визначення інваріанта кутового переміщення необхідно визначити кут ψ_k

$$\psi_k = \psi_T - \psi_1. \quad (28)$$

Значення кута ψ_T беремо з формули (25), а кут ψ_1 визначиться рішенням теореми косинусів для $\triangle O_3O_2D_0$:

$$\psi_1 = \arccos \frac{\alpha_1^2 + 1 - (\lambda_1 - \beta_1)^2}{2\alpha_1}. \quad (29)$$

Кутовий розмах веденої ланки запишеться:

$$\psi_2 = \psi_2 - \psi_1, \quad (30)$$

де кут ψ_2 визначає крайнє положення веденої ланки.

$$\psi_2 = \arccos \frac{B_2 + M_1 \cos \varphi_{kTm}}{2 \sqrt{N_1 + M_1 \cos \varphi_{kTm}}} + \arctg \frac{\beta_1 \sin \varphi_{kTm}}{\alpha_1 + \beta_1 \cos \varphi_{kTm}}, \quad (31)$$

де φ_{kTm} — максимальне значення кута φ_{kT} :

$$\varphi_{kTm} = \varphi_k - \frac{\delta_n}{2} + \delta_2 - \delta_1. \quad (32)$$

Кут δ_2 визначиться з теореми косинусів для $\triangle O_1O_2B_3$:

$$\delta_2 = \arccos \frac{\alpha^2 + \beta^2 - (\lambda + 1)^2}{2\alpha\beta}. \quad (33)$$

Одержані прості залежності легко піддаються програмуванню, що дозволить на наступному етапі провести розрахунки на ЕЦВМ з метою накопичення даних і видачі конкретних рекомендацій по синтезу розглянутих механізмів з врахування кінематичних і динамічних характеристик.

Розглянемо тепер вплив зміни геометричних параметрів чотириланкового контура на амплітуду наближеної зупинки. При проектуванні реального механізму однією із основних величин, які впливають на вибір геометричних параметрів кінематичної схеми, є амплітуда наближеної зупинки веденої ланки. (Тобто величина відхилення веденої ланки від крайнього положення, при повороті кривошипа на кут φ_n). Тому значний інтерес представляє питання, як впливає зміна геометричних параметрів α , β , λ на величину амплітуди $\Delta\psi$ (рис. 1, а).

З цією метою проводилось аналітичне визначення амплітуди $\Delta\psi$ при зміні:

α — в границях від 2,6 до 4,2 при $\beta = 3,0$; $\lambda = 3,0$;

β — в границях від 1,4 до 3,0 при $\alpha = 3,0$; $\lambda = 3,0$;

λ — в границях від 1,4 до 3,4 при $\alpha = 3,0$; $\beta = 3,0$;

при сталих значеннях $\alpha_1 = 1,8$; $\beta_1 = 2,2$; $\lambda_1 = 3,0$.

Значення α , β , λ мінялись з кроком 0,4. Механізми, в яких кут передачі був менший 30° і більший 150° , не брались до уваги. Амплітуда $\Delta\psi$ визначалась, як

$$\Delta\psi = \psi_T - \psi_1,$$

де ψ визначався за формулою (25) при значенні:

$$\varphi_{kT} = \varphi_k - \frac{\delta_n}{2}.$$

Кут ψ_1 визначався за формулою (29).

Розрахунки велись також при змінних кутах $\varphi_n = 0 \div 80^\circ$; значення кута φ_n мінялось через 20° .

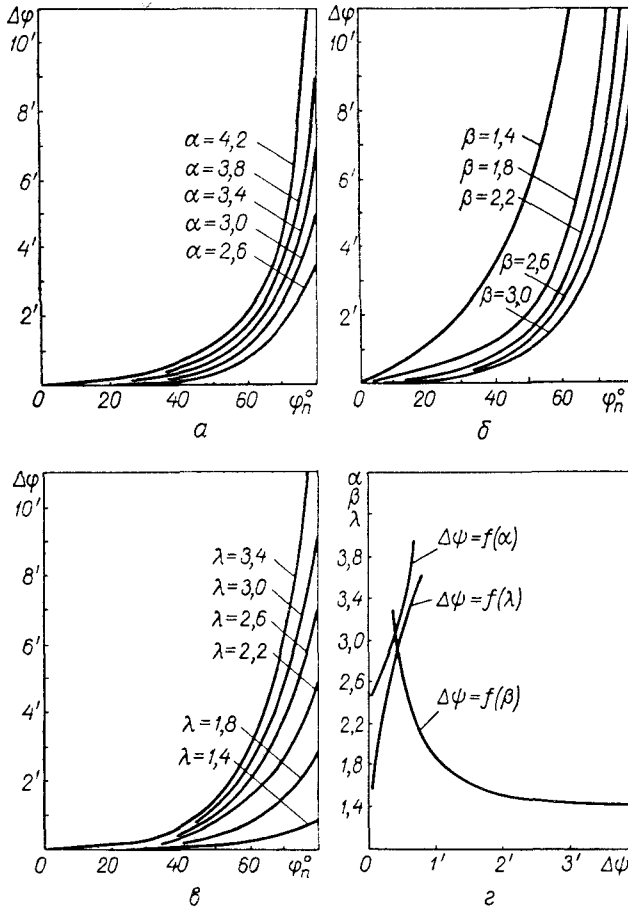


Рис. 2.

Результати дослідження відображені графічно на рис. 2 (значення α , β , λ дані в відносних величинах по відношенню до довжини кривошипа, прийнятої за одиницю). Як бачимо з графіків (рис. 2, а і в) збільшення параметрів α і λ веде до збільшення величини $\Delta\psi$, тоді як збільшення параметра β (рис. 2, б) веде до зменшення величини $\Delta\psi$.

ЛІТЕРАТУРА

1. И. И. Артоболовский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. Синтез плоских механизмов. Физматгиз, 1959.
2. К. В. Тир. Механика полиграфических автоматов. Изд-во «Книга», М., 1965.

З. С. А. Черкудинов, Л. Б. Майсюк, И. Г. Олейник, М. К. Усков, Н. В. Сперанский. Составление справочных карт по синтезу механизмов машин-автоматов с использованием электронной цифровой машины. Труды третьего совещания по основным проблемам теории машин и механизмов. Анализ и синтез механизмов. Машгиз, 1963.

V. BOSAK

**ANALITICAL MECHANICS OF SIX-LINK HINGED MECHANISM
WITH APPROXIMATE STOPPING OF THE DRIVEN LINK**

Summary

Relations for determining of the main kinetic and dynamic relations are deduced, some results of analytical investigation of the hinged six-link mechanisms are expounded.

