УДК 621.835

О. М. ПОЛЮДОВ, І. К. ГЕОРГІЄВСЬКИЙ

КІНЕМАТИЧНІ І ДИНАМІЧНІ КОНСТАНТИ ЗАКОНІВ РУХУ ІНЕРЦІЙНИХ НАВАНТАЖУВАЧІВ ЗРІВНОВАЖУВАЛЬНИХ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

У [2] встановлено, що позиційні інваріанти переміщення $a_{k\text{зр}}$, швидкості $b_{k\text{зр}}$, прискорення $c_{k\text{зр}}$ і кінетичної потужності $d_{k\text{зр}}$ для закону періодичного руху інерційного навантажувача зрівноважувального кулачкового механізму (ЗКМ) залежать від відповідних позиційних інваріантів закону руху веденої ланки виконавчого механізму (ВМ) і енергетичного параметру «Y». Ці залежності виражаються формулами:

$$\left.\begin{aligned} a_{k\text{зр}} &= Y\int_0^k \sqrt{B^2 - b_k^2}\,dk, \\ b_{k\text{зр}} &= Y\sqrt{B^2 - b_k^2}, \\ c_{k\text{зр}} &= Y\left(\frac{d_k}{\sqrt{B^2 - b_k^2}}\right), \\ d_{k\text{зр}} &= -Y^2 d_k, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

де $a_{k\text{зр}}$, $b_{k\text{зр}}$, $c_{k\text{зр}}$, $d_{k\text{зр}}$ — відповідно позиційні інваріанти подібності переміщення, швидкості, прискорення і кінетичної потужності інерційного навантажувача ЗКМ; b_k і d_k — позиційні інваріанти подібності швидкості і кінетичної потужності виконавчого механізму; B — константа піку швидкості веденої ланки ВМ.

Енергетичний параметр «Y» вказує на взаємозв'язок між масами ВМ і ЗКМ та їх розмахами чи їх константами піків швидкостей B і $B_{\text{зр}}$

$$Y^2 = \frac{mS^2}{m_{\text{зр}}S_{\text{зр}}^2} = \frac{B_{\text{зр}}^2}{B^2}.$$

Для визначення «Y» пропонується графічний та аналітичний методи [2]. Однак графічний метод трудомісткий і дає великі похибки. Аналітичний метод не завжди можна застосувати для визначення «Y» в узагальненому вигляді із-за математичних труднощів. У зв'язку з цим у [2] рекомендується визначати «Y» в кожному конкретному випадку тим чи іншим методами.

Ми пропонуємо метод, який дозволяє одержати аналітичну залежність для «Y» в узагальненому вигляді як функцію геометричних характеристик одиничних кінематичних і кінетичних діаграм, які введені проф. К. В. Тіром [4] для дослідження законів періодичного руху.

Суть цього методу полягає в тому, що одинична діаграма прискорень довільного вихідного закону руху ВМ апроксимується лінійно-шматочною функцією за законом руху «довільна трапеція» (рис. 1, *в*). Апроксимація проводиться при збереженні бази діаграми e_{13} і коефіцієнта заповнення діаграми прискорень γ_w.

Встановлений взаємозв'язок між e_{13} і γ_w і геометричними параметрами трапеції m і n, а також позиційними інваріантами подібності і константами піків швидкості, прискорення і кінетичної потужності [4, 5]. Маємо

$$m = \frac{8\gamma_w - 8\gamma_w^2 - 0{,}5 - 6e_{13}\gamma_w}{8\gamma_w - 1}, \tag{2}$$

$$n = 2\gamma_w - 0{,}5, \tag{3}$$

$$e_{13} = \frac{1}{B}, \quad \gamma_w = \frac{B}{C},$$

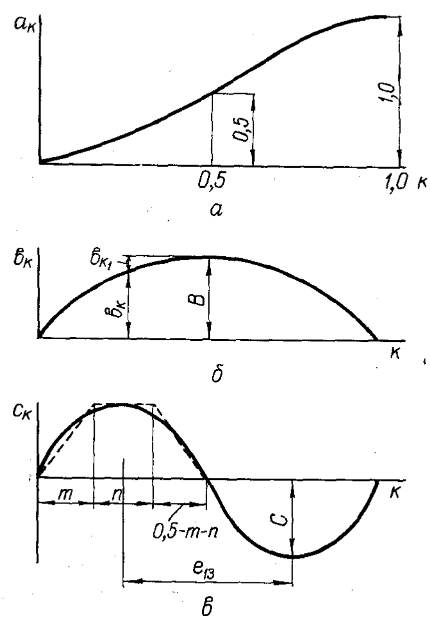

Рис. 1. Діаграми переміщень (*а*), швидкостей (*б*) і прискорень (*в*) закону періодичного руху і апроксимація його довільною трапецією.

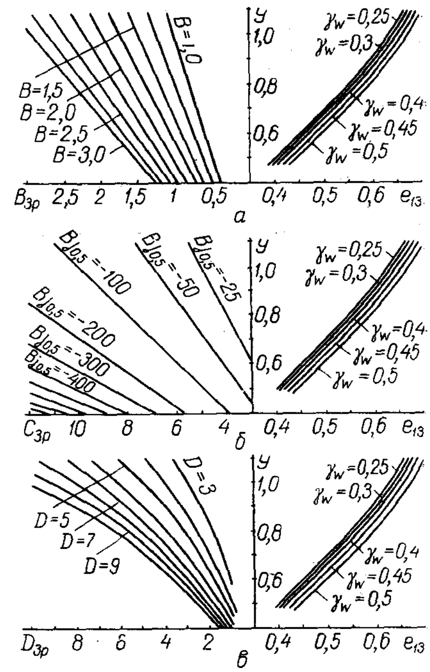

Рис. 2. Номограми визначення енергетичного параметра «Y» і констант піків швидкостей (*а*), прискорень (*б*), кінетичної потужності (*в*) для закону руху інерційного навантажувача зрівноважувального кулачковою механізму.

де B — константа піку швидкості; C — константа піку прискорень; позиційні інваріанти швидкості відповідно на ділянці $0 \leqslant k \leqslant m$

$$b_k = \frac{k^2}{2e_{13}\gamma_w m}, \tag{4}$$

на ділянці $m \leqslant k \leqslant n$

$$b_k = \frac{2k - m}{2e_{13}\gamma_w}, \tag{5}$$

на ділянці $n \leqslant k \leqslant 0{,}5$

$$b_k = \frac{k - k^2 - n^2 - mn - 0{,}5m}{e_{13}\gamma_w(1 - 2m - 2n)}, \tag{6}$$

де k — відносний час [4].

Введемо позначення

$$A = 6e_{13}\gamma_w \tag{7}$$

Підставляючи (7) в (4), (5) і (6), одержуємо на ділянці $0\leqslant k\leqslant m$

$$b_k = \frac{3k^2}{Am}, \tag{8}$$

на ділянці $m\leqslant k\leqslant n$

$$b_k = \frac{3(2k-m)}{A}, \tag{9}$$

на ділянці $n\leqslant k\leqslant 0{,}5$

$$b_k = \frac{6(k - k^2 - n^2 - mn - 0{,}5m)}{A(1-2m-2n)}. \tag{10}$$

Для визначення позиційного інваріанта переміщення $a_{k\text{зр}}$ на кожній з ділянок робимо послідовне інтегрування.

Ділянка $0\leqslant k\leqslant m$.

Підставляючи (8) в (1), одержуємо

$$a_{k\text{зр}} = Y\int_0^m \sqrt{B^2-\left(\frac{3k^2}{Am}\right)^2}\,dk = YB\int_0^m \sqrt{1-\left(\frac{3k^2}{AmB}\right)^2}\,dk. \tag{11}$$

Розкладаємо підінтегральний вираз в біноміальний ряд

$$\left(1-\frac{9k^4}{A^2m^2B^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1-\frac{1}{2}\,\frac{9k^4}{A^2m^2B^2}-\frac{1}{8}\,\frac{81k^8}{A^4m^4B^2}-\frac{1}{16}\,\frac{729k^{12}}{A^6m^6B^6}-\dots$$

Тому що ряд швидко сходиться, то достатньо проінтегрувати перші його чотири члени. Внаслідок інтегрування і перетворень одержуємо

$$a_{k\text{зр}} = YB\left(m-\frac{0{,}9m^3}{A^2B^2}-\frac{1{,}125m^5}{A^4B^4}-\frac{3{,}5m^7}{A^6B^6}\right). \tag{12}$$

Ділянка $m\leqslant k\leqslant n$.

Підставляючи (9) в (1), одержуємо

$$a_{k\text{зр}} = Y\int_m^{m+n}\sqrt{B^2-\frac{9(2k-m)^2}{A^2}}\,dk. \tag{13}$$

Позначимо $x=\frac{3(2k-m)}{A}$. Тоді $dx=\frac{6}{A}\,dk$. Змінюючи границі інтегрування, перетворюємо (13) до вигляду

$$a_{k\text{зр}} = Y\int_{\frac{3m}{A}}^{\frac{3(m+2n)}{A}}\frac{A}{6}(B^2-x^2)^{\frac{1}{2}}\,dx.$$

Після інтегрування маємо

$$a_{k\text{зр}} = Y\left(\frac{m+2n}{4}\sqrt{B^2-\frac{9(m+2n)^2}{A^2}}+\frac{AB^2}{12}\arcsin\frac{3(m+2n)}{AB}-\right.$$
$$\left.-\frac{m}{4}\sqrt{B^2-\frac{9m^2}{A^2}}-\frac{AB^2}{12}\arcsin\frac{3m}{AB}\right). \tag{14}$$

Ділянка $n\leqslant k\leqslant 0{,}5$.

Якщо підставити (6) в (1), то одержимо неінтегровану функцію. Зробимо підстановку $k_1=k-m-n$. Тоді

$$k=k_1+m+n. \tag{15}$$

Границі інтегрування $\Big|_{m+n}^{0,5}$ при цьому замінюються новими границями $\Big|_{0}^{0,5-m-n}$. Помітимо, що коли $b_{k_1}=B-b_k$ і $c_{k_1}=C-c_k$ (рис. 1), то $b_{k_1}=\int\limits_0^{k_1} c_{k_1}dk_1$.

З [4] відомо, що на ділянці $n\leqslant k\leqslant 0,5$ діаграми прискорень «довільна трапеція»

$$c_k=C\left(\frac{0,5-k}{0,5-m-n}\right).$$

Тоді

$$c_{k_1}=C\left(\frac{k-m-n}{0,5-m-n}\right). \tag{16}$$

Підставляючи (15) в (16), знаходимо

$$c_{k_1}=C\left(\frac{k_1}{0,5-m-n}\right). \tag{17}$$

Тоді

$$b_{k_1}=C\int\limits_0^{k_1}\frac{k_1}{0,5-m-n}dk_1=C\frac{k_1^2}{2(0,5-m-n)}. \tag{18}$$

З [4] також відомо, що

$$C=\frac{1}{e_{13}\gamma_w}. \tag{19}$$

Підставляючи з (7) $e_{13}\gamma_w=\frac{A}{6}$ в (19), одержимо

$$C=\frac{6}{A}. \tag{20}$$

Потім підставляємо (20) в (18)

$$b_{k_1}=\frac{3k_1^2}{A(0,5-m-n)}. \tag{21}$$

Одержуємо

$$b_k=B-b_{k_1}=B-\frac{3k_1^2}{A(0,5-m-n)}. \tag{22}$$

Підставляючи (22) в (1), одержимо $a_{k\,\text{зр}}$ як функцію нового аргументу k_1 з новими границями інтегрування

$$a_{k\,\text{зр}}=Y\int\limits_0^{0,5-m-n}\sqrt{B^2-\left[B-\frac{3k_1^2}{A(0,5-m-n)}\right]^2}dk_1. \tag{23}$$

Перетворюючи підінтегральний вираз, інтегруємо і зводимо (23) до вигляду

$$a_{k\,\text{зр}}=Y\left(\sqrt{\frac{8AB^3(0,5-m-n)}{27}}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{A(0,5-m-n)}\sqrt{\frac{[2AB(0,5-m-n)-3(0,5-m-n)^2]^3}{27}}\right). \tag{24}$$

Складаючи позиційні інваріанти переміщень на окремих ділянках (12), (14) і (24), одержимо вираз для інваріанта переміщення інерційного навантажувача $a_{k\,\text{зр}}$ на будь-якій позиції. При $k=0,5$, $a_{k\,\text{зр}}=0,5$. Визначаємо «Y»

$$Y=0,5/B\left(m-\frac{0,9m^3}{A^2B^2}-\frac{1,125m^5}{A^4B^4}-\frac{3,5m^7}{A^6B^6}\right)+$$

$$+\frac{m+2n}{4}\sqrt{B^2-\frac{9(m+2n)^2}{A^2}}+\frac{AB^2}{12}\arcsin\frac{3(m+2n)}{AB}-$$
$$-\frac{m}{4}\sqrt{B^2-\frac{9m^2}{A^2}}-\frac{AB^2}{12}\arcsin\frac{3m}{AB}+\sqrt{\frac{8AB^3(0{,}5-m-n)}{27}}-$$
$$-\frac{1}{A(0{,}5-m-n)}\sqrt{\frac{[2AB(0{,}5-m-n)-3(0{,}5-m-n)^2]^3}{27}}, \qquad (25)$$

де $m=\frac{8\gamma_w-8\gamma_w^2-0{,}5-6e_{13}\gamma_w}{8\gamma_w-1}$; $n=2\gamma_w-0{,}5$; $A=6e_{13}\gamma_w$; $B=\frac{1}{e_{13}}$.

Як бачимо з (25), енергетичний параметр «Y» є складною функцією базовіддалі e_{13} і коефіцієнта заповнення діаграми прискорень γ_w закону періодичного руху веденої ланки ВМ.

З метою більш повного уявлення кількісного і якісного взаємозв'язку між геометричними характеристиками (e_{13}, γ_w) ВМ і енергетичним параметром «Y» проведені параметричні дослідження «Y» на ЕЦОМ на всьому діапазоні його можливих значень.

Як бачимо, величина «Y» збільшується з ростом базовіддалі діаграми прискорень e_{13} (рис. 2). Збільшення коефіцієнта заповнення γ_w приводить до незначного зниження «Y».

Щоб спростити інженерні розрахунки і вибрати закон руху виконавчого механізму з мінімізацією констант піку прискорень і кінетичної потужності інерційного навантажувача ЗКМ, побудовані ліві поля номограм (рис. 2). Під час побудови використовувалися залежності [2]

$$B_{зр}=YB,\; C_{зр}=Y\sqrt{Bj_{0,5}},\; D_{зр}=-Y^2D,$$

де $B_{зр}$, $C_{зр}$, $D_{зр}$ — константи піків швидкостей, прискорень і кінетичної потужності інерційного навантажувача; B — константа піку швидкості ВМ; $j_{0,5}$ — значення першої похідної інваріанта подібності прискорення веденої ланки ВМ при $k=0{,}5$.

Номограми вказують на складний взаємозв'язок між геометричними характеристиками закону руху ВМ і енергетичним параметром «Y» та константами піків швидкостей, прискорень і кінетичної потужності інерційного навантажувача ЗКМ.

При синтезі ЗКМ з інерційним навантажувачем наведені номограми дають можливість визначити енергетичний параметр «Y» і константи піків швидкості $B_{зр}$, прискорення $C_{зр}$ та кінетичної потужності $D_{зр}$ за геометричними характеристиками закону руху ВМ.

Нижче наводимо значення констант $B_{зр}$, $C_{зр}$, $D_{зр}$ для законів періодичного руху веденої ланки виконавчих механізмів, які найбільш часто вживаються у машинобудуванні.

Константи $B_{зр}$, $C_{зр}$, $D_{зр}$

Закон руху штовхача ВМ	$B_{зр}$	$C_{зр}$	$D_{зр}$
K	1,571	4,94	3,876
C_0	1,362	5,9	3,745
$Ш$	1,423	5,7	3,841
0050	1,274	∞	3,248
0510	1,544	4,7	3,989
0307(1,5)	1,63	4,472	4,81
0317(1,5)	1,612	4,792	5,172
0312(1,75)	1,656	4,794	5,529
КС00	1,632	4,734	4,897
КС05	1,638	5,001	5,156
0040	1,374	6,6	3,728
0000	1,638	4,6	4,119

ЛІТЕРАТУРА

1. Монцибович Б. Р., Попов Б. А. Программирование и стандартные программы для ЭЦВМ «Промінь» и «Промінь-М». Киев, «Наукова думка», 1969.
2. Петрук А. И. Самонастраивающиеся системы уравновешивающих кулачковых механизмов. Автореферат канд. дисс. Львов, 1968.
3. Полюдов А. Н. Исследование истинной динамики исполнительных и уравновешивающих кулачковых механизмов. Автореферат канд. дисс. Львов, 1964.
4. Тир К. В. Комплексный расчет кулачковых механизмов. М., Машгиз, 1958.
5. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.

A. M. POLYUDOV, I. K. GEORGIEVSKY

KINEMATICAL AND DYNAMICAL CONSTANTS OF MOVEMENT LAWS OF INERTICAL LOADERS OF BALANCING CAM MECHANISMS

Summary

The results of study of speed, acceleration and kinetical capacity constants for movement laws of inertial loaders of balancing cam mechanisms are considered.