

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК І ДЕМПФУВАННЯ НА ЕФЕКТ ЗРІВНОВАЖУВАННЯ

У цій роботі аналізується вплив пружної податливості, частоти збудження пружних коливань, ступеню демпфування ведених систем виконавчого кулачкового механізму і зрівноважувального кулачкового механізму з інерційним навантажувачем на ефект зрівноважування. Розглядаються тільки виконавчі механізми, які мають паузу в русі веденої ланки.

На ведучому валу 1 (рис. 1) закріплюються кулачки 2 і 6 відповідно виконавчого і зрівноважувального кулачкових механізмів (ВКМ і ЗКМ). З допомогою коромисел 3 і 7 рухаються ведені ланки ВКМ 5 і ЗКМ 9, які сидять на ведених валах 4 і 8. Профіль кулачка ЗКМ розрахований таким чином, щоб його інерційний навантажувач мав можливість акумулювати і віддавати кінетичну енергію веденої ланки ВКМ відповідно в періоди його вибігу чи розбігу.

При проведенні досліджень прийняті такі припущення:

- 1) ведучий вал обертається з постійною кутовою швидкістю ($\omega_k = \text{const}$);
- 2) кулачок і ведена маса ВКМ і ЗКМ вважались абсолютно жорсткими, а жорсткість решти ланок, які з'єднують ці дві ланки, вважались зведеними до ведених валів;
- 3) вільні коливання ведених систем повністю затухають у період паузи.

З рис. 1 видно, що при русі системи кут повороту ведених мас ВКМ і ЗКМ ψ і $\psi_{зр}$ відрізнятиметься від повороту відповідних коромисел γ і $\gamma_{зр}$ на кут закручування ведених валів. Рух ведених мас описується неоднорідними диференціальними рівняннями другого порядку

$$\ddot{\psi} + 2n\dot{\psi} + p^2\psi = p^2\gamma, \quad (1)$$

$$\ddot{\psi}_{зр} + 2n_{зр}\dot{\psi}_{зр} + p_{зр}^2\psi_{зр} = p_{зр}^2\gamma_{зр}, \quad (2)$$

де $n = \frac{\mu}{2J}$ і $n_{зр} = \frac{\mu_{зр}}{2J_{зр}}$ — коефіцієнти демпфування ведених систем

ВКМ і ЗКМ; $p = \sqrt{\frac{c}{J}}$ і $p_{зр} = \sqrt{\frac{c_{зр}}{J_{зр}}}$ — кутові частоти вільних коливань ведених систем ВКМ і ЗКМ; μ і $\mu_{зр}$ — коефіцієнти в'язкого опору; c і $c_{зр}$ — коефіцієнти жорсткості, зведені до ведених валів ВКМ і ЗКМ; J і $J_{зр}$ — моменти інерції ведених мас ВКМ і ЗКМ.

Якщо величини, що входять до рівняння (1), зобразити у безрозмірному вигляді [10, 7], тобто

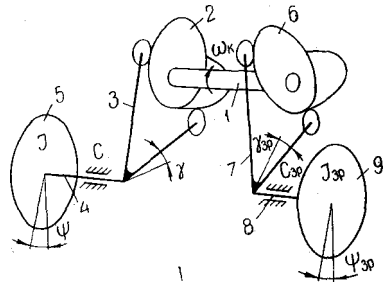


Рис. 1. Виконавчий і зрівноважувальний кулачкові механізми.

$$\begin{aligned} \gamma &= a_k \gamma_{\Sigma}, \quad \psi = a_{km} \gamma_{\Sigma}^2, \\ \dot{\psi} &= a_{km} \frac{\dot{\gamma}_{\Sigma}}{T}, \quad \ddot{\psi} = \ddot{a}_{km} \frac{\gamma_{\Sigma}}{T^2}, \quad k = \frac{t}{T}, \end{aligned}$$

де a_k — позиційний інваріант подібності переміщення коромисла ВКМ; a_{km} , $b_{km} = \dot{a}_{km}$, $c_{km} = \ddot{a}_{km}$ — позиційні інваріанти подібності переміщення, швидкості та прискорення маси веденої ланки ВКМ; T — тривалість періоду циклу руху, то (1) зводиться до вигляду

$$\ddot{a}_{km} + 2P\dot{a}_{km} + \nu^2 a_{km} = \nu^2 a_k, \quad (3)$$

де $P = nT$ — критерій подібності демпфування ВКМ [7]; $\nu = \rho T$ — критерій подібності кутових частот вільних коливань маси веденої системи ВКМ [7].

Для ЗКМ диференціальне рівняння у безрозмірному вигляді

$$\ddot{a}_{kmзр} + 2P_{зр}\dot{a}_{kmзр} + \nu_{зр}^2 a_{kmзр} = \nu_{зр}^2 a_{kзр}. \quad (4)$$

Критерії подібності демпфування і критерії подібності кутових частот вільних коливань мас ведених ланок для ВКМ і ЗКМ приймаються однаковими $P = P_{зр}$ і $\nu = \nu_{зр}$, і тому далі ці величини як для ВКМ, так і для ЗКМ позначатимемо як P і ν .

Критерієм ефекту зрівноважування крутного моменту від сил інерції у системі вважатиметься коефіцієнт зрівноважування

$$K_y = \frac{M_{\phi \max}}{|M_{\phi} + M_{зр. \phi}|_{\max}}, \quad (5)$$

де M_{ϕ} і $M_{\phi \max}$ — відповідно позиційний і максимальний крутні моменти від сил інерції маси веденої системи ВКМ на ведучому валу з врахуванням пружної податливості і демпфування; $M_{зр. \phi}$ — позиційний крутний момент від сил інерції веденої системи (інерційного навантажувача ЗКМ), який діє на ведучому валу. Таким чином, знаменник (5) являє собою максимальний сумарний крутний момент на ведучому валу.

З рівності кінетичних потужностей на веденому і ведучому валах кулачкового механізму можна записати

$$M_{\phi \omega_k} = M_{\text{вед. } \phi} \omega_{\text{вед}}, \quad (6)$$

де $M_{\text{вед. } \phi}$ — крутний момент на веденому валу механізму з врахуванням демпфування і пружної податливості ланок; $\omega_{\text{вед}}$ — кутова швидкість веденої ланки механізму; ω_k — кутова швидкість ведучого вала системи.

Якщо в (6) замінити параметри їх значеннями [10, 7]

$$M_{\text{вед. } \phi} = J_{\varepsilon_{\phi}} + \mu \omega_{\phi} = (c_{km} + 2Pb_{km}) \frac{J \gamma_{\Sigma}}{T^2}, \quad \omega_{\text{вед}} = b_k \frac{\dot{\gamma}_{\Sigma}}{T},$$

де ε_{ϕ} і ω_{ϕ} — кутові прискорення і швидкість маси веденої ланки ВКМ з врахуванням демпфування і пружної податливості веденої системи; γ_{Σ} — кутові розмахи ведених ланок ВКМ і ЗКМ, які рівні, то крутний момент від ВКМ на ведучому валу

$$M_{\phi} = b_k (c_{km} + 2Pb_{km}) \frac{J \gamma_{\Sigma}^2}{\omega_k T^3} = d_{km} \frac{J \gamma_{\Sigma}^2}{\omega_k T^3}. \quad (7)$$

Відповідно крутний момент від ЗКМ

$$M_{зр. \phi} = b_{kзр} (c_{kmзр} + 2Pb_{kmзр}) \frac{J_{зр} \gamma_{\Sigma}^2}{\omega_k T^3} = d_{kmзр} \frac{J_{зр} \gamma_{\Sigma}^2}{\omega_k T^3}, \quad (8)$$

де b_k і $b_{kзр}$ — позиційні інваріанти подібності швидкості ведених ланок ВКМ і ЗКМ.

Отже, інваріанти подібності кінетичної потужності ВКМ і ЗКМ

$$d_{km} = b_k (c_{km} + 2\Pi b_{km}), \quad (9)$$

$$d_{kmзр} = b_{kзр} (c_{kmзр} + 2\Pi b_{kmзр}). \quad (10)$$

Для дослідження були вибрані такі закони періодичного руху веденої ланки ВКМ.

1. Закон руху «діаграма прискорень косинусоїда» («К»), інваріант подібності переміщення якого

$$a_k = 0,5 - 0,5 \cos \pi k.$$

2. Закон руху «діаграма прискорень синусоїда» («C₀»)

$$a_k = k - \frac{\sin 2\pi k}{2\pi}.$$

3. Закон руху Шуна («Ш»)

$$a_k = 10k^3 - 15k^4 + 6k^5.$$

4. Закон руху Стоддарта («СтI»)

$$a_k = 35k^4 - 84k^5 + 70k^6 - 20k^7.$$

5. Закон руху Стоддарта («СтII»)

$$a_k = 126k^5 - 420k^6 + 540k^7 - 315k^8 + 70k^9.$$

6. Полідинамічний закон руху «7.3» [7]

$$a_k = 6,3k^3 - 31,5k^4 + 182,7k^5 - 464,1k^6 + 552,6k^7 - 315k^8 + 70k^9.$$

7. Полідинамічний закон руху «ПІ9-6Д» [4]

$$a_k = 153,286k^9 - 689,783k^8 + 1282,085k^7 - 1268,308k^6 + 716,9719k^5 - \\ - 231,1538k^4 + 37,9019k^3.$$

Як відомо [5], інерційний навантажувач ЗКМ повинен рухатися за законом, інваріант подібності переміщення якого описується функцією

$$a_{kзр} = \pm Y \int \sqrt{B^2 - b_k^2} dk, \quad (11)$$

де B — константа піку швидкості веденої ланки ВКМ;

$$Y = \sqrt{\frac{J}{J_{зр}}} \quad (12)$$

енергетичний параметр, що у нашому випадку показує співвідношення між веденими масами ВКМ і ЗКМ, при якому повинен бути найбільший ефект зрівноважування. « Y » є постійним числом для кожного закону руху.

У правій частині (4) одержуємо функцію під знаком інтеграла. Тому що в більшості випадків (11) не вдається проінтегрувати, (4) не розв'язується. Тоді продиференціюємо його праву та ліву частини

$$\ddot{a}_{kmзр} + 2\Pi \dot{a}_{kmзр} + \nu^2 \dot{a}_{kmзр} = \nu^2 \dot{a}_{kзр}.$$

Зробивши підстановку $a_{kmзр} = b_{kmзр}$, одержуємо рівняння

$$\ddot{b}_{kmзр} + 2\Pi \dot{b}_{kmзр} + \nu^2 b_{kmзр} = \nu^2 b_{kзр}, \quad (13)$$

яке має безінтегральну праву частину, тому що

$$b_{kзр} = \pm Y \sqrt{B^2 - b_k^2}, \quad (14)$$

Однак найчастіше (14) не вдається спростити. Тоді необхідно (14)

розкласти в ряд. Дослідження показали, що найбільш припустимим для (14) є функціональний ряд

$$b_{kзр} = Y \sqrt{B^2 - b_k^2} = \\ = YB \left(1 + a_0 \frac{b_k^2}{B^2} + a_1 \frac{b_k^4}{B^4} + a_2 \frac{b_k^6}{B^6} + a_3 \frac{b_k^8}{B^8} + \dots \right). \quad (15)$$

Він швидко сходиться і п'яти його членів достатньо, щоб помилка в несприятливій точці (при $b_k = B$) для більшості законів періодичного руху не перевищувала 2–6%. Коефіцієнти функції (15) для законів періодичного руху, які знаходилися методом найменших квадратів, наведено нижче.

	«С ₀ »	«Ш»	«СтI»	«СтII»	«7.3»	«П9-6Д»
a_0	-0,46822	-0,38481	-0,44201	-0,59441	-0,80551	-0,40913
a_1	-0,57559	-1,6327	-0,88155	+0,51581	+2,3946	-1,1806
a_2	+1,1304	+3,8416	+2,0251	-0,92766	-4,8529	+2,6684
a_3	-1,1746	-2,7773	-1,6264	+0,10832	+2,406	-2,0156

Розв'язання лінійного неоднорідного диференціального рівняння (3) після підстановки в нього значення a_k для відповідного закону руху можна знайти звичайним шляхом, коли заздалегідь відомі вигляд часткового рішення і початкові умови.

У результаті розв'язку диференціальних рівнянь (3) і (4) знаходимо інваріант подібності переміщення веденої ланки ВКМ a_{km} та інерційного навантажувача ЗКМ $a_{kмзр}$ з урахуванням пружної податливості ведених систем і ступеня демпфування. Якщо замість (4) розв'язується (13), то знаходиться інваріант подібності швидкості інерційного навантажувача $b_{kмзр}$.

Для прикладу наводимо розв'язання (3) і (4) для закону руху «К»

$$a_{km} = -e^{-\pi k} \sqrt{\frac{[0,5 \Pi - 0,5 \Pi (\nu^2 - \pi^2) K - \Pi \pi^2 K]^2}{\nu_1^2} +} \\ + [0,5 - 0,5 (\nu^2 - \pi^2) K]^2 \cdot \sin \left\{ \nu_1 k + \arctg \frac{\nu_1}{\Pi \left[1 - \frac{2 \pi^2 K}{1 - (\nu^2 - \pi^2) K} \right]} \right\} + \\ + 0,5 - \Pi \pi K \sin \pi k - 0,5 (\nu^2 - \pi^2) K \cos \pi k; \quad (16)$$

$$a_{kмзр} = e^{-\pi k} \sqrt{\frac{\Pi^2 \pi^2 K^2 + \left[0,5 \pi (\nu^2 - \pi^2) K - \Pi^2 \pi K - \frac{\pi}{2} \right]^2}{\nu_1^2}} \cdot \sin \left(\nu_1 k + \right. \\ \left. + \arctg \frac{\Pi \pi K \nu_1}{\Pi^2 \pi K - 0,5 \pi (\nu^2 - \pi^2) K + \frac{\pi}{2}} \right) + 0,5 - 0,5 (\nu^2 - \pi^2) K \sin \pi k + \\ + \Pi \pi K \cos \pi k, \quad (17)$$

$$\text{де } K = \frac{\nu^2}{(\nu^2 - \pi^2)^2 + 4 \Pi^2 \pi^2}; \quad \nu_1 = \sqrt{\nu^2 - \Pi^2}.$$

Продиференціювавши одержані вирази $\ddot{a}_{km} = \dot{b}_{km} = c_{km}$, $\ddot{a}_{kмзр} = \dot{b}_{kмзр} = c_{kмзр}$, можна знайти інваріанти подібності швидкості і прискорення, а за формулами (9) і (10) й інваріанти подібності кінетич-

ної потужності d_{km} і $d_{kmзр}$. Підставляючи в одержані формули для d_{km} і $d_{kmзр}$ значення k , ν і Π , прослідкуємо характер зміни моменту від сил інерції на ведучому валу при роботі ВКМ і ЗКМ окремо. У (5) підставляємо (7), (8), (12) і зводимо до вигляду

$$K_Y = \frac{d_{km\max}}{\left| d_{km} + \frac{d_{kmзр}}{Y^2} \right|_{\max}} \quad (18)$$

Підставляючи окремо в чисельник і знаменник формули (18) для конкретних Π і ν відносний час $k = \frac{t}{T}$ від 0 до 1, можна знайти максимальні значення чисельника і знаменника, а потім розрахувати і K_Y

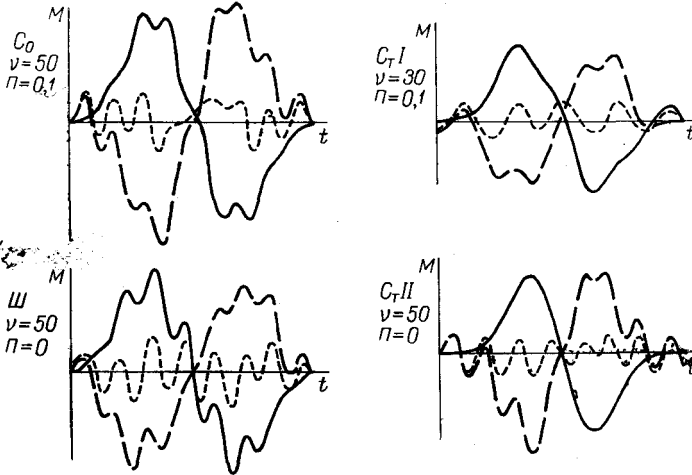


Рис. 2. Графіки зміни крутних моментів від сил інерції на ведучому валу для різних законів періодичного руху.

Критерії подібності Π і ν приймалися в границях: $\Pi = 0 \div 5$; $\nu = 10 \div 50$. На рис. 2 для прикладу показані характерні графіки зміни крутних моментів від сил інерції для деяких законів руху. Суцільною лінією позначені крутні моменти від ВКМ M_ϕ , переривчастою лінією — крутні моменти від ЗКМ $M_{зр\phi}$, штриховою лінією — сумарний $(M_\phi + M_{зр\phi})$ момент, що діє на ведучий вал системи.

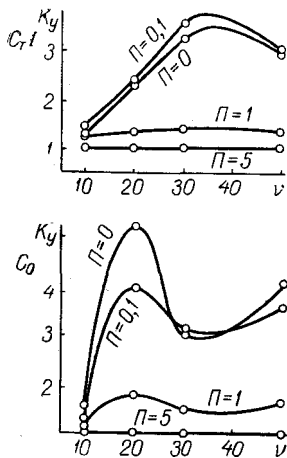


Рис. 3. Графіки зміни коефіцієнта зрівноваження для законів руху C_0 і $C_T I$.

Необхідно звернути увагу на таку особливість сумісної роботи ВКМ і ЗКМ. Розбіг і вибіг ведених ланок ВКМ і ЗКМ перебуває у протифазах. У зв'язку з цим швидкості коромисел ВКМ і ЗКМ змінюються неоднаково. На початку і при кінці циклу швидкість коромисла ВКМ дорівнює нулеві ($b_k = 0$), а швидкість коромисла ЗКМ є максимальною $b_{kзр} = b_{kзр\max}$. Тому коли-



Рис. 4. Графіки зміни крутних моментів при великому демпфуванні.

вання крутних моментів від сил інерції ВКМ і ЗКМ (формули (7) і (8)) не збігаються за амплітудою, що призводить до зниження ефекту зрівноважування. Це яскраво видно з наведених графіків (рис. 2).

Результати досліджень були зведені у графіки $K_Y=f(\Pi, \nu)$. На рис. 3 як приклад наведені графіки $K_Y=f(\Pi, \nu)$ для законів руху S_0 і Ст I. З графіків видно, що для кожного закону руху існує область значень ν і Π , при яких ефект зрівноважування має бути максимальним. Треба відзначити, що найбільший коефіцієнт зрівноважування K_Y для всіх законів періодичного руху спостерігається при малому демпфуванні $\Pi=0 \div 0,1$. При значеннях критерія подібності демпфування $\Pi=1 \div 5$ ефект зрівноважування знижується до мінімуму. Тоді, не дивлячись на те, що пружні коливання швидко затухають, величина сумарного моменту наближається до величини максимального моменту від ВКМ (рис. 4). Максимальні коефіцієнти зрівноважування, що одержані в результаті досліджень, наводимо нижче.

	«К»	«С»	«Ш»	«Ст I»	«Ст II»	«7.3»	«П9-6Д»
K_Y	3,13	5,2	3	3,57	4,62	2,58	1,56
ν	10	20	50	30	30	20	10
Π	0	0	0	0,1	0,1	0,1	0,1

ЛІТЕРАТУРА

1. Бабаков И. М. Теория колебаний. М., «Наука», 1968.
2. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу. М., «Высшая школа», 1966.
3. Монцибович Б. Р., Попов Б. А. Программирование и стандартные программы для ЭЦВМ «Промінь» и «Промінь-М». Киев, «Наукова думка», 1969.
4. Новгородцев В. А. Оптимизация полидинамических законов движения исполнительного звена кулачкового механизма. Автореферат канд. дисс., Харьков, 1968.
5. Петрук А. И. Самонастраивающиеся системы уравнивающих кулачковых механизмов. Автореферат канд. дисс., Львов, 1968.
6. Полюдов А. Н. Исследование истинной динамики исполнительных и уравнивающих кулачковых механизмов. Автореферат канд. дисс., Львов, 1964.
7. Саввин Э. А. Синтез законов движения инерционных кулачковых механизмов с учетом упругости звеньев ведомой системы. Автореферат канд. дисс., Львов, 1967.
8. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики М., «Наука», 1968.
9. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., «Наука», 1967.
10. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.

I. K. GEORGIEVSKY

STUDY OF FREQUENCY PARAMETER INFLUENCE AND DAMPING INFLUENCE OF DRIVEN SYSTEMS OF PERFORMING AND BALANCING CAM MECHANISMS ON THE EFFECT OF BALANCE

Summary

The effect of balance in the system "performing cam mechanism—balancing cam mechanism with an inertial loader" with regard to the elasticity of elements, frequency of oscillating excitation and the rate of damping are considered.