

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ ОСЦИЛЯТОРІВ ЯК РОЗВАНТАЖУВАЧІВ ЦИКЛОВИХ МЕХАНІЗМІВ ВІД НАДЛИШКОВИХ МОМЕНТІВ, ЩО ВИНИКАЮТЬ ВНАСЛІДОК СИЛ ІНЕРЦІЇ

У цій статті ми наводимо розрахунок і аналітичне дослідження кулачкового механізму з приєднаним до виконавчого органу (веденої маси) лінійного осцилятора для зрівноваження надлишкових крутних моментів веденої ланки.

Кулачковий механізм (рис. 1) складається з кулачка 1, коромисла 2 і веденої маси 3, що здійснює реверсивний коливний рух без зупинок із заданою частотою. До веденої маси приєднаний лінійний осцилятор, що складається з пружного елемента-торсіона 4 і маси 5. Якщо частота коливань осцилятора дорівнює частоті коливань веденої маси 3 і перебуває у протифазі, то ведуча ланка (кулачок 1) буде розвантажена від моментів, що виникають внаслідок сил інерції маси 3. Розвантаження від сил інерції за допомогою лінійного осцилятора можливе і при зворотно-поступовому русі веденої маси (рис. 2, а, б). Для зменшення габаритів осцилятора

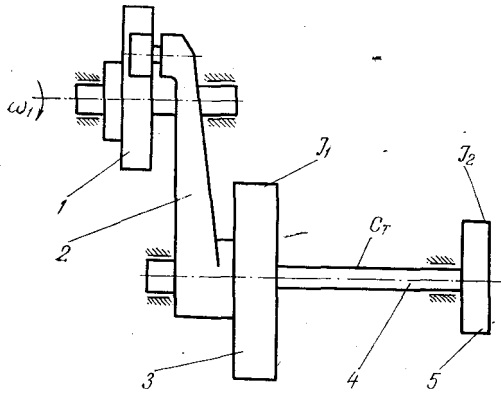


Рис. 1. Схема кулачкового механізму з лінійним осцилятором.

можна використати зубчастий мультиплікатор, який встановлюється між пружною ланкою та масою осцилятора.

Щоб визначити потрібний закон руху веденої маси при заданому швидкісному режимі та умові повного розвантаження ведучої системи від надлишкових сил, розглянемо коливний процес двомасової системи згідно з динамічною моделлю (рис. 1).

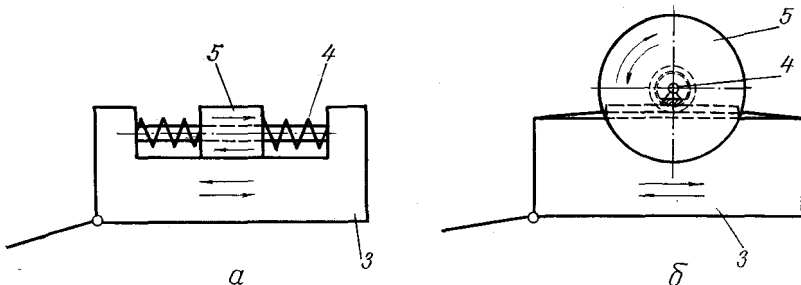


Рис. 2. Схема з'єднання веденої маси з лінійним осцилятором:
а — пружний елемент—пружина; б — пружний елемент—торсіон.

Вважатимемо, що виконуються такі умови: 1) кулачок, коромисло, ведена маса і маса осцилятора абсолютно жорсткі; 2) ведучий вал обертається з постійною кутовою швидкістю.

Позначимо кути повороту мас 3 і 5 відповідно через φ_1 і φ_2 , а жорсткість торсіона через C_T . Тоді диференціальні рівняння руху мас, які відповідають повному розвантаженню ведучої системи, запишуться у вигляді

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 = c_T (\varphi_2 - \varphi_1), \quad I_2 \ddot{\varphi}_2 = -c_T (\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1)$$

Нахай початкові умови такі: при $t=\tau$ кутові переміщення мас φ_1 і φ_2 наберуть максимальних значень φ_{10} і φ_{20} від положення статичної рівноваги. Тоді загальний розв'язок системи рівнянь руху (1) набере вигляду

$$\varphi_1 = \varphi_{10} \sin \left(pt + \frac{\pi}{2} \right) = \varphi_{10} \cos pt, \quad (2)$$

$$\varphi_2 = -\varphi_{10} \rho \sin \left(pt + \frac{\pi}{2} \right) = -\varphi_{10} \rho \cos pt, \quad (3)$$

де

$$\rho = \frac{I_1}{I_2}.$$

Прийmemo за початок відрахунку руху маси I_1 її крайне положення. Тоді

$$\varphi_1 = \varphi_{10} - \varphi_{10} \cos pt. \quad (4)$$

Введемо такі позначення: $\varphi_{\Sigma} = 2\varphi_{10}$ — кутовий розмах веденої маси I_1 ; $a_k = \frac{\varphi_1}{\varphi_{\Sigma}}$ — позиційний інваріант переміщень веденої маси; $k = \frac{t}{T}$ — відносний час.

Тоді вираз (4) запишемо

$$a_k = \frac{1}{2} (1 - \cos \pi k). \quad (5)$$

Тобто, позиційний інваріант переміщень веденої маси при вільних коливаннях системи з двома ступенями вільності відповідає закону періодичного руху («діаграма прискорень — косинусоїда K ») при періоді кінематичного циклу

$$T = \frac{\tau}{2} = \frac{\pi}{p}.$$

Вважаючи заданими кутову швидкість ведучого вала і момент інерції веденої маси I_1 , визначимо параметри лінійного осцилятора I_2 і c_T .

Необхідні параметри легко визначаємо з виразу частоти власних коливань двомасової системи

$$p = \sqrt{\frac{c_T (I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}.$$

Тому що період кінематичного циклу

$$T = \frac{\pi}{p},$$

то

$$\frac{\pi^2}{T^2} = \frac{c_T (I_1 + I_2)}{I_1 I_2}. \quad (6)$$

При вибраній з умов міцності жорсткості торсіону c_T момент інерції осцилятора визначимо з рівності

$$\rho = \frac{\pi^3}{T^2} \cdot \frac{I_1}{c_T} - 1, \quad (7)$$

де $\rho = \frac{I_{12}}{I}$ — відношення моментів інерції.

Якщо після розрахунку одержимо значні габарити осцилятора, то поліпшити становище можна, ввівши в систему осцилятора мультиплікатор.

Тоді

$$c_T = \frac{\pi^2}{T^2} \cdot \frac{I_1}{\rho i + 1}, \quad (8)$$

$$\rho = \left(\frac{\pi^2}{T^2} \cdot \frac{I_1}{c_T} - 1 \right) \frac{1}{i}, \quad (9)$$

де i — передаточне відношення мультиплікатора.

Максимальне кутове відхилення маси осцилятора на розрахункових режимах від положення рівноваги визначимо з умови рівності максимальних моментів від сил інерції веденої маси та маси осцилятора

$$M_{\text{інв max}} = M_{\text{іно max}}, \quad (10)$$

або

$$I_1 c \frac{2\varphi_{10}}{T^2} = I_2 c \frac{2\varphi_{20}}{T^2},$$

де c — константа піку прискорень.

Звідси

$$\varphi_{20} = \varphi_{10} \frac{I_1}{I_2} = \varphi_{10} \rho. \quad (11)$$

Природно, що відхилення від розрахункового швидкісного режиму і наявності сил тертя в системі лінійного осцилятора призведе до порушення ефекту зрівноваження. Розглянемо динамічну модель (рис. 1) при частоті збудження $p_1 = \alpha r$ (де $\alpha = \frac{T}{T_1}$ — коефіцієнт зміни швидкісного режиму) і при наявності тертя, пропорціонального швидкості осцилятора $\mu \cdot \dot{\varphi}_2$, де μ — коефіцієнт демпфування.

Тоді

$$\varphi_1 = \varphi_{10} (1 - \cos \alpha r t). \quad (12)$$

При відхиленні швидкісного режиму від розрахункового на веденій ланці появиться незрівноважений момент, величину якого в загальному вигляді можна записати

$$M_{\text{ну}} = I_1 \ddot{\varphi}_1 + I_2 \ddot{\varphi}_2. \quad (13)$$

Тоді коефіцієнт зрівноваження

$$k_y = \frac{M_{\text{ін max}}}{M_{\text{ну max}}} = \frac{I_1 \ddot{\varphi}_1 \text{ max}}{|I_1 \ddot{\varphi}_1 + I_2 \ddot{\varphi}_2| \text{ max}}. \quad (14)$$

Щоб знайти вираз кутової координати маси осцилятора, розглянемо окремо лінійний осцилятор як одномасову систему, ліва частина якої здійснює періодичні коливання на заданий кутовий розмах $\varphi_2 = 2\varphi_{10}$ з частотою $p_1 = \alpha r$, причому ці коливання описуються залежністю (12).

Диференціальне рівняння руху маси осцилятора з врахуванням демпфування самого осцилятора записується:

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 + \mu \dot{\varphi}_2 + c_T \varphi_2 = c_T \varphi_1. \quad (15)$$

Прийmemo

$$\frac{c_T}{I_2} = b^2, \quad \frac{\mu}{I_2} = 2n. \quad (16)$$

З рівняння (15) визначаємо кутову координату маси осцилятора $\varphi_2 = \varphi_{10} \left\{ 1 - \frac{b^2}{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 \alpha^2 p^2} [2na p \sin \alpha p t + (b^2 - \alpha^2 p^2) \cos \alpha p t] \right\}$. (17)

Взявши похідну від (17), одержимо швидкості $\dot{\varphi}_2$ і прискорення $\ddot{\varphi}_2$ осцилятора.

Тоді незрівноважений момент

$$M_{\text{ну}} = I_1 \varphi_{10} \alpha^2 p^2 \cos \alpha p t + I_2 \varphi_{10} \alpha^2 p^2 \cdot \frac{b^2}{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 \alpha^2 p^2} \times \\ \times [2na p \sin \alpha p t + (b^2 - \alpha^2 p^2) \cos \alpha p t]. \quad (18)$$

Використавши залежність

$$a \sin \omega t + b \cos \omega t = A \sin(\omega t + \varphi),$$

де

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a},$$

а також позначивши

$$\delta = \frac{I_2}{I_1}, \quad (19)$$

можемо залежність (18) записати у такому вигляді

$$M_{\text{ну}} = I_1 \varphi_{10} \alpha^2 p^2 \sqrt{\left[\frac{2na p \delta b^2}{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 \alpha^2 p^2} \right]^2 + \left[\frac{(b^2 - \alpha^2 p^2) \delta b^2}{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 \alpha^2 p^2} + 1 \right]^2} \times \\ \times \sin(\alpha p t + \operatorname{arctg} \varphi), \quad (20)$$

де

$$\operatorname{arctg} \varphi = \frac{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 \alpha^2 p^2 + \delta b^2 (b^2 - \alpha^2 p^2)}{2na p \delta b^2}. \quad (21)$$

Таким чином, величина максимального незрівноваженого моменту на перехідному режимі буде визначатись формулою

$$M_{\text{ну, max}} = I_1 \varphi_{10} \alpha^2 p^2 \sqrt{\left[\frac{2n_1 p \delta b^2}{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 \alpha^2 p^2} \right]^2 + \left[\frac{(b^2 - \alpha^2 p^2) \delta b^2}{(b^2 - \alpha^2 p^2)^2 + 4n^2 p^2 \alpha^2} + 1 \right]^2}. \quad (22)$$

Введемо позначення

$$[M] = I_1 \varphi_{10} \alpha^2 p^2, \quad \xi = \frac{2n}{b} \quad \text{і} \quad q = \frac{p}{b}. \quad (23)$$

Тоді

$$M_{\text{ну, max}} = [M] \sqrt{\left[\frac{\alpha \delta q \xi}{(1 - \alpha^2 q^2)^2 + \alpha^2 q^2 \xi^2} \right]^2 + \left[\frac{\delta (1 - \alpha^2 q^2)}{(1 - \alpha^2 q^2)^2 + \alpha^2 q^2 \xi^2} + 1 \right]^2}. \quad (24)$$

Величина $[M]$ є піком моменту від сил інерції маси I_1 на даному швидкісному режимі.

Позначимо

$$K_{\Pi} = \sqrt{\left[\frac{\alpha \delta q \xi}{(1 - \alpha^2 q^2)^2 + \alpha^2 q^2 \xi^2} \right]^2 + \left[\frac{\delta (1 - \alpha^2 q^2)}{(1 - \alpha^2 q^2)^2 + \alpha^2 q^2 \xi^2} + 1 \right]^2}. \quad (25)$$

Як бачимо, ця величина залежить від коефіцієнта зміни швидкісного режиму α , демпфування ξ і відношення моментів інерції δ . Поправочний коефіцієнт K_{Π} показує, як змінюватиметься сумарний момент на веденій ланці у зв'язку з накладанням моменту, створюваного лінійним осцилятором.

Отже, максимальний незрівноважений момент на веденій ланці при перехідному режимі αp

$$M_{\text{пу max}} = [M] K_{\Pi}, \quad (26)$$

тобто, дорівнює добуткові максимального моменту від сил інерції веденої маси I_1 на поправочний коефіцієнт K_{Π} . Аналізуючи формулу (14) з врахуванням виразів (12) і (26), приходимо до висновку, що коефіцієнт зрівноваження обернено пропорційний величині K_{Π} , тобто

$$K_{\gamma} = \frac{1}{k_{\Pi}}. \quad (27)$$

Відзначимо те, що розрахунковий режим, який відповідає повному зрівноваженню, завжди лежить у зарезонансній зоні. Дійсно, резонанс наступить за умови

$$p = p_0,$$

де p_0 — частота власних коливань осцилятора

$$p_0 = \sqrt{\frac{c_T}{I_2}}.$$

Тому що частота власних коливань двомасової системи

$$p = \sqrt{\frac{c_T (I_1 + I_2)}{I_1 I_2}} > \sqrt{\frac{c_T}{I_2}},$$

то резонанс може наступити при швидкостях веденої ланки, менших від розрахункових.

Дослідження перехідних режимів роботи циклового механізму з лінійним осцилятором дало можливість простежити вплив різних параметрів на величину поправочного коефіцієнта K_{Π} і коефіцієнта зрівноваження K_{γ} .

З графіків бачимо (рис. 3, а), що до розрахункового режиму $\alpha = 1$ система проходить через резонансний режим. Величина незрівноваженого моменту при цьому залежить від ступеня демпфування ξ і співвідношення моментів інерції δ . Наприклад, при $\xi = 0,1$ і $\delta = 0,1$ $K_{\Pi} = 1,31$, а при $\delta = 5$ $K_{\Pi} = 47,6$.

При малих значеннях δ ($\delta < 1$) резонансний режим перебуває близько розрахункового, що може дати негативний результат при незначному відхиленні від заданого швидкісного режиму. Слід зазначити, що за розрахунковим режимом K_{Π} для всіх значень δ асимптотично наближається до одиниці. При зростанні δ величина незрівноваженого моменту збільшується при резонансному режимі та зменшується при розрахунковому. Зауважимо, що вибирати $\delta > 2$ не слід, тому що передаточні ланки механізму будуть під час пуску машини перевантажені.

При рівних умовах K_{γ} зростає (рис. 3, б) при збільшенні δ (наприклад, при $\delta = 0,1$ $K_{\gamma \text{ max}} = 1,4$, а при $\delta = 5$ $K_{\gamma \text{ max}} = 20,9$). Збільшення δ приводить до розширення швидкісного діапазону, в якому зрівноваження буде задовільним.

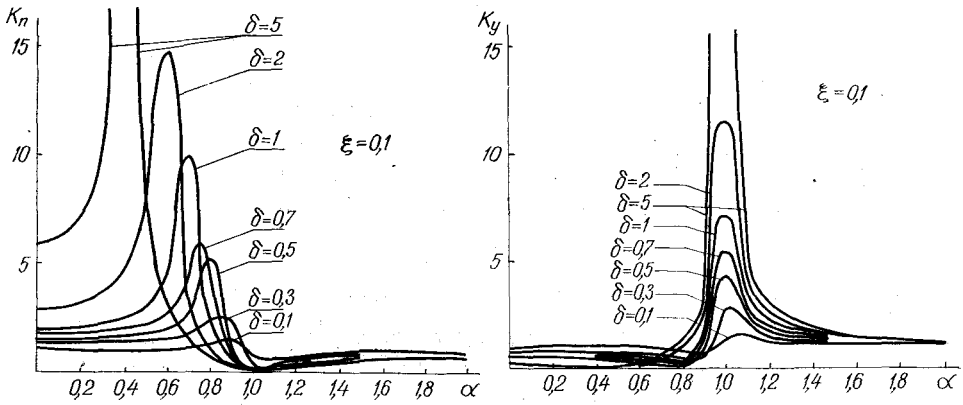


Рис. 3. Вплив швидкісного режиму на ефект зрівноважування при $\xi=0,1$:
 а — графіки зміни поправочного коефіцієнта k_n залежно від швидкісного режу $k_n=f(\alpha)$; б — графіки зміни коефіцієнта зрівноваження k_y залежно від швидкісного режиму $k_y=f(\alpha)$.

Поправочний коефіцієнт K_n при розрахунковому режимі зменшується зі зменшенням (рис. 4, а) ξ . У резонансній зоні збільшення ξ веде до зменшення K_n .

Збільшення ступеня демпфування веде до значного зменшення K_y і звуження швидкісного діапазону задовільного зрівноваження (рис. 4, б).

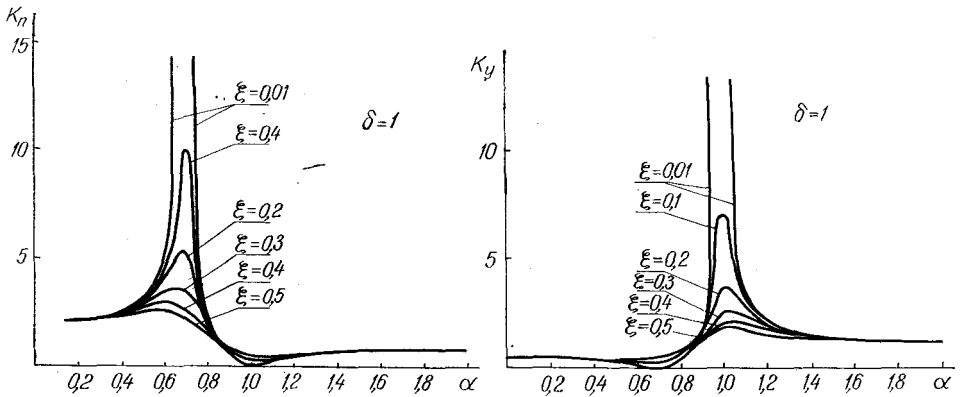


Рис. 4. Вплив швидкісного режиму на ефект зрівноважування при $\delta=1$:
 а — графіки зміни поправочного коефіцієнта K_n залежно від швидкісного режиму $k_n=f(\alpha)$; б — графіки зміни коефіцієнта зрівноваження K_y залежно від швидкісного режиму $k_y=f(\alpha)$;

Отже, застосування лінійних осциляторів як розвантажувачів циклових механізмів можливе, але, як показують проведені досліді, позитивний ефект від їх роботи проявляється у вузькому швидкісному діапазоні. У кожному конкретному випадку ефект зрівноваження та швидкісний діапазон, при якому він зберігається, залежить від співвідношення моментів інерції осцилятора і веденої ланки, а також від ступеня демпфування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Маслов Г. С. Расчет колебаний валов. М., «Машиностроение», 1968.
2. Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. М., Физматгиз, 1959.
3. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., «Наука», 1967.

4. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.
5. Яблонский А. А., Норе́йко С. С. Курс теории колебаний. М., «Высшая школа», 1966.

A. N. POLUDOV, Z. M. PRISTAVSKY

**ANALYTICAL INVESTIGATION OF LINEAR OSEILLATORS
AS ONLOADERS OF CYCLIC MECHANISMS
FROM REDUNDANT MOMENTS OF INERTIA FORCES**

S u m m a r y

The necessary law of driving mass motion is synthesized; by which the complete balancing of redundant moments by a linear oscillator is possible. Calculation of oscillators is given, and the process of balancing at velocity regime declination from the calculated one with regard for damping in the bearing of the oscillator and changes of its moment of inertia, is investigated.
