

СИНТЕЗ ЗАКОНІВ РУХУ З ВРАХУВАННЯМ ЗРІВНОВАЖУВАННЯ СИЛ ІНЕРЦІЇ ПНЕВМАТИЧНИМИ АМОРТИЗАТОРАМИ

Проблема підвищення швидкості машин періодичного руху з переважанням інерційних навантажень тісно пов'язана з поліпшенням динаміки основних циклових механізмів, зокрема застосуванням пневматичних зрівноважувальних пристроїв. Наприклад, повітряні амортизатори широко застосовують у двооберткових плоскодрукарських машинах для зрівноважування сил інерції великих поступально-реверсованих мас друкарського стола — талера. В основному вдосконалення зрівноважувальних пристроїв двооберткових машин спрямоване на наближення зміни тиску повітря у циліндрах амортизаторів до закону зміни сил інерції талера [2], [3], [5]. За допомогою уже створених пристроїв досягти цього повністю не вдається.

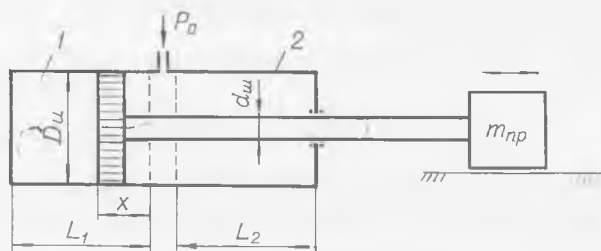


Рис. 1. Схема пневматичного зрівноважувального пристрою.

Ми розглядаємо можливість синтезу закону руху реверсованої маси відповідно до протидії, якої досягає та чи інша система пневматичних амортизаторів. Аналогічну мету було поставлено і в [6] при створенні зрівноважувального пристрою з пружиною.

Розглянемо основні залежності для пневматичного зрівноважувального пристрою, який виконано у вигляді поршневого двобічного циліндра (рис. 1). Приймаючи, що тиск у порожнинах змінюється за політропічним законом, протидію амортизатора в функції переміщення поршня запишемо

$$P_a = p_0 F_1 \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{x}{L_1}\right)^n} - \beta \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{L_2}\right)^n} \right]. \quad (1)$$

де p_0 — абсолютний початковий тиск стиснутого повітря при $x=0$; F_1 — площа поршня у порожнині 1; $\beta = \frac{F_2}{F_1}$ — відношення активних площ поршня у порожнинах 1 і 2; $F_2 = \frac{\pi (D_u^2 - d_u^2)}{4}$ — активна площа поршня у порожнині 2; n — показник політропи.

В окремому випадку при значеннях $\beta=1$ і $L_2=\infty$ формула (1) перетвориться до вигляду

$$P_a = p_0 F_1 \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{x}{L_1}\right)^n} - 1 \right], \quad (2)$$

що відповідає амортизаторам відкритого типу, які застосовують у дво-обертових машинах.

Зрівноважування сил інерції веденої ланки буде повним, якщо в кожний момент циклу витримується умова рівноваги сил інерції та протидії амортизаторів

$$P_{\text{ін}}(t) + P_a(t) = 0. \quad (3)$$

Підставимо в формулу (3) значення доданків, проведемо деякі перетворення і одержимо

$$m_{\text{пр}} L_1 \frac{d^2 \chi}{dt^2} + p_0 F_1 \left[\frac{1}{(1 - \chi)^n} - \beta \frac{1}{(1 + \varepsilon \chi)^n} \right] = 0, \quad (4)$$

де $\chi = \frac{x}{L_1}$ — відносне переміщення поршня у порожнині циліндра, довжина якого L_1 , $0 \leq \chi < 1$; $\varepsilon = \frac{L_1}{L_2}$ — відношення довжин порожнин.

Визначення закону руху веденої маси $m_{\text{пр}}$ зводиться до розв'язування нелінійного диференціального рівняння (4). Точний розв'язок цього рівняння невідомий, тому можна використати наближений метод розв'язування. Найбільш прийнятним з відомих методів наближеного розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь у нашому випадку є асимптотичний метод [1].

Безрозмірну пружну складову рівняння (4)

$$\zeta = \frac{1}{(1 - \chi)^n} - \beta \frac{1}{(1 + \varepsilon \chi)^n} \quad (5)$$

можна апроксимувати на відрізку $0 \leq \chi \leq 0,8$, який охоплює застосовані інтервали стиску повітря з достатнім ступенем точності поліномом такого вигляду:

$$\zeta = Q_1 \chi + Q_3 \chi^3 + Q_5 \chi^5 + Q_7 \chi^7. \quad (6)$$

Тоді рівняння (4) запишемо як

$$\frac{d^2 \chi}{dt^2} + \frac{p_0 F_1}{m_{\text{пр}} L_1} (Q_1 \chi + Q_3 \chi^3 + Q_5 \chi^5 + Q_7 \chi^7) = 0. \quad (7)$$

Згідно з [1], розв'язок рівняння (7) в другому наближенні для переміщень матиме вигляд

$$\begin{aligned} \chi_{\text{II}} = a \cos \psi + & \frac{Q_{31} a^3 + \frac{5}{4} Q_{51} a^5 + \frac{21}{16} Q_{71} a^7}{32 \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}} \cos 3 \psi + \\ & + \frac{Q_{51} a^5 + \frac{7}{4} Q_{71} a^7}{384 \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}} \cos 5 \psi + \frac{Q_{71} a^7}{3072 \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}} \cos 7 \psi, \end{aligned} \quad (8)$$

а для частоти

$$\omega_{\text{II}}^2 = \omega_0^2 \left(\frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left[\frac{(16 Q_{31} a^2 + 20 Q_{51} a^4 + 21 Q_{71} a^6) (48 Q_{51} a^2 + 100 Q_{51} a^4 + \dots)}{32768} \right] \right)$$

$$\left. + \frac{147 Q_{71} a^6}{98304} + \frac{(4 Q_{51} a^4 + 7 Q_{71} a^6)(20 Q_{51} a^4 + 49 Q_{71} a^6)}{98304} + \frac{7 (Q_{71} a^6)^2}{196608} \right\} \quad (9)$$

де

$$Q_{31} = \frac{Q_3}{Q_1}; \quad Q_{51} = \frac{Q_5}{Q_1}; \quad Q_{71} = \frac{Q_7}{Q_1};$$

$a = \chi_{\max}$ — максимальне відносне переміщення;

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} = \frac{64 + 48 Q_{31} a^2 + 40 Q_{51} a^4 + 35 Q_{71} a^6}{64}; \quad (10)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho_0 F_1 Q_1}{m_{\text{пр}} L_1}}; \quad \psi — \text{фазовий кут.}$$

Фазовий кут ψ для розв'язування (7) в другому наближенні запишемо як

$$\psi = \omega_{\Pi}(a) \cdot t + \Theta, \quad (11)$$

де Θ — фазова постійна, що дорівнює початковому значенню фази ψ .

Нелінійний характер рівняння (7) спричиняється до того, що переміщення $\chi_{\Pi}(a)$ і частота коливань $\omega_{\Pi}(a)$ є функціями амплітуди першої гармоніки. Присутність у рівнянні (7) нелінійних членів призводить до того, що рівняння втрачає властивість лінійних систем, яка полягає у незалежності частоти власних коливань від величини амплітуди.

Розв'язування рівняння (7) у формі (8) не зовсім зручне для практичного використання в інженерних обчисленнях. Зручніше подати основні залежності в інваріантній формі [4], що дозволить провести об'єктивне дослідження і порівняння якісних характеристик синтезованих законів руху.

Визначимо інваріанти переміщень a_K . При цьому за початок переміщень приймемо не положення рівноваги $\chi=0$, а крайні положення маси $m_{\text{пр}}$ [4]

$$a_K = \frac{\chi_{\Pi \max} - \chi_{\Pi}}{2 \chi_{\Pi \max}}, \quad (12)$$

де $\chi_{\Pi \max}$ — максимальне відносне переміщення від положення рівноваги.

Значення $\chi_{\Pi \max}$ визначаємо за формулою (8) при $\psi=0$. Підставимо в формулу (12) $\chi_{\Pi \max}$, виконаємо деякі перетворення і одержимо для a_K

$$\begin{aligned} a_K = 0,5 \left(1 - \frac{3072 + 2304 Q_{31} a^2 + 1920 Q_{51} a^4 + 1680 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos \psi - \right. \\ \left. - \frac{96 Q_{31} a^2 + 120 Q_{51} a^4 + 126 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos 3\psi - \right. \\ \left. - \frac{8 Q_{51} a^4 + 14 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos 5\psi - \frac{Q_{71} a^6}{\Delta} \cos 7\psi \right), \quad (13) \end{aligned}$$

де

$$\Delta = 3072 + 2400 Q_{31} a^2 + 2048 Q_{51} a^4 + 1821 Q_{71} a^6.$$

Перетворимо формулу (11) для аргументу до такого вигляду:

$$\psi = \frac{\pi}{2T} t = \pi k, \quad (14)$$

де T — час відхилення маси від положення рівноваги до $\chi=a$; $k = \frac{t}{2T}$ — відносний час.

Продиференціюємо (13) по k і одержимо інваріанти швидкостей b_K

$$b_K = \frac{\pi}{2} \left(\frac{3072 + 2304 Q_{31} a^2 + 1920 Q_{51} a^4 + 1680 Q_{71} a^6}{\Delta} \sin \psi + \right. \\ \left. + \frac{288 Q_{31} a^2 + 360 Q_{51} a^4 + 378 Q_{71} a^6}{\Delta} \sin 3\psi + \frac{40 Q_{51} a^4 + 70 Q_{71} a^6}{\Delta} \sin 5\psi + \right. \\ \left. + \frac{7 Q_{71} a^6}{\Delta} \sin 7\psi \right). \quad (15)$$

Інваріанти прискорень c_K одержимо, диференціюючи b_K по k ,

$$c_K = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{3072 + 2304 Q_{31} a^2 + 1920 Q_{51} a^4 + 1680 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos \psi + \right. \\ \left. + \frac{864 Q_{31} a^2 + 1080 Q_{51} a^4 + 1134 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos 3\psi + \right. \\ \left. + \frac{200 Q_{51} a^4 + 350 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos 5\psi + \frac{49 Q_{71} a^6}{\Delta} \cos 7\psi \right). \quad (16)$$

Інваріанти кінетичної потужності d_K

$$d_K = b_K \cdot c_K.$$

Константу піка швидкості визначаємо з (15) при $k=0,5$

$$B = \frac{\pi}{2} \frac{3072 + 2016 Q_{31} a^2 + 1600 Q_{51} a^4 + 1365 Q_{71} a^6}{3072 + 2400 Q_{31} a^2 + 2048 Q_{51} a^4 + 1821 Q_{71} a^6}. \quad (17)$$

Прискорення у цьому законі досягають максимуму при $k=0$, а формулу для визначення константи піка прискорень для цього випадку запишемо:

$$C = \frac{\pi^2}{2} \frac{3072 + 3168 Q_{31} a^2 + 3200 Q_{51} a^4 + 3213 Q_{71} a^6}{3072 + 2400 Q_{31} a^2 + 2048 Q_{51} a^4 + 1821 Q_{71} a^6}. \quad (18)$$

Константу піка кінетичної потужності знаходимо як максимум добутку інваріантів швидкостей та прискорень

$$D = (b_K \cdot c_K)_{\max}.$$

Оцінка точності збігання сил інерції та протидії амортизаторів для законів, розрахованих за формулами (13), (15) та (16), показала, що зі збільшенням стиску, пов'язаного з величиною відносного переміщення χ , помітне зростання похибок, які викликані наближеним розв'язком рівняння (7). Наприклад, при $\chi > 0.7$ у більшості випадків похибка перевищує 5%. Тому виникає необхідність уточнення формул (8) та (9), а також одержаних з них похідних формул. Розв'язання рівняння (7) у третьому наближенні для пружної характеристики, яку описують поліномом 7-го степеня, спричиняється до значних труднощів. Доцільніше одержати розв'язок у другому, поліпшеному наближенні [1], яке дозволяє у межах вибору $\chi \leq 0,8$ збільшити точність збігання сил інерції та амортизаторів до 5%.

Опускаючи громіздкі висновки, пов'язані з одержанням розв'язку в другому, поліпшеному наближенні, запишемо остаточні формули для визначення інваріантів закону руху, інваріантів переміщень a_K

$$a_K = \frac{1}{2\Delta} (\Delta - \cos\pi k - M_3 \cos 3\pi k - M_5 \cos 5\pi k - M_7 \cos 7\pi k - \\ - M_9 \cos 9\pi k - M_{11} \cos 11\pi k - M_{13} \cos 13\pi k), \quad (19)$$

де $\Delta = 1 + M_3 + M_5 + M_7 + M_9 + M_{11} + M_{13}$;

інваріантів швидкостей b_K

$$b_K = \frac{\pi}{2\Delta} (\sin\pi k + 3M_3 \sin 3\pi k + 5M_5 \sin 5\pi k + 7M_7 \sin 7\pi k + \\ + 9M_9 \sin 9\pi k + 11M_{11} \sin 11\pi k + 13M_{13} \sin 13\pi k); \quad (20)$$

інваріантів прискорень c_K

$$c_K = \frac{\pi^2}{2\Delta} (\cos\pi k + 9M_3 \cos 3\pi k + 25M_5 \cos 5\pi k + 49M_7 \cos 7\pi k + \\ + 81M_9 \cos 9\pi k + 121M_{11} \cos 11\pi k + 169M_{13} \cos 13\pi k), \quad (21)$$

де $M_3 = \frac{1}{512} \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left\{ N_4 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left[\frac{N_2 N_3}{1536} - \frac{N_1 (42 Q_{31} a^2 + 60 Q_{51} a^4 + 21 Q_{71} a^6)}{64} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{N_4 Q_{71} a^6}{3072} \right] \right\};$

$$M_5 = \frac{1}{1536} \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left\{ N_3 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left[\frac{N_2 (96 Q_{31} a^2 + 120 Q_{51} a^4 + 127 Q_{71} a^6)}{3072} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{N_3 (1104 Q_{31} a^2 + 880 Q_{51} a^4 + 735 Q_{71} a^6)}{1536} \right] \right\};$$

$$M_7 = \frac{1}{3072} \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left\{ Q_{71} a^6 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left[\frac{N_1 N_4}{512} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{Q_{71} a^6 (2256 Q_{31} a^2 + 1840 Q_{51} a^4 + 1575 Q_{71} a^6)}{3072} + \frac{N_2 N_3}{1536} \right] \right\};$$

$$M_9 = \frac{1}{2621440} \frac{\omega_0^4}{\omega_1^2 \omega_1^2} \left(7 N_1 Q_{71} a^6 + \frac{N_4 N_3}{3} + \frac{N_2 Q_{71} a^6}{6} \right);$$

$$M_{11} = \frac{1}{11796480} \frac{\omega_0^4}{\omega_1^2 \omega_1^2} \left(7 N_3 Q_{71} a^6 + \frac{N_4 Q_{71} a^6}{2} \right);$$

$$M_{13} = \frac{\omega_0^4}{\omega_1^2 \omega_1^2} \frac{(Q_{71} a^6)^2}{4718592};$$

$$N_1 = 16 Q_{31} a^2 + 20 Q_{51} a^4 + 21 Q_{71} a^6;$$

$$N_2 = 48 Q_{31} a^2 + 80 Q_{51} a^4 + 105 Q_{71} a^6;$$

$$N_3 = 4 Q_{51} a^4 + 7 Q_{71} a^6;$$

$$N_4 = 20 Q_{51} a^4 + 42 Q_{71} a^6.$$

Частоту визначаємо за формулами (9) та (10). З формули (20) одержимо залежність для визначення константи піка швидкості

$$B = \frac{\pi}{2} \frac{1 - 3M_3 + 5M_5 - 7M_7 + 9M_9 - 11M_{11} + 13M_{13}}{\Delta}. \quad (22)$$

Константу піка прискорень знаходимо за формулою

$$C = \frac{\pi^2}{2} \frac{1 + 9 M_3 + 25 M_5 + 49 M_7 + 81 M_9 + 121 M_{11} + 169 M_{13}}{\Delta}. \quad (23)$$

Під час розрахунку зрівноважувального пристрою необхідно знати площі поршня в обох порожнинах. Величина максимальних сил інерції становить

$$P_{\text{ін max}} = C \frac{m_{\text{пр}} S}{T^2},$$

де C — константа піка прискорення при $k=0$; S — розмах однозначного переміщення маси; T — час циклу.

Підставимо a у формулу (5) і на основі умови (3) визначимо площу поршня у порожнині 1

$$F_1 = F_{\text{ін}} \left[\frac{m_{\text{пр}} S}{\rho_0 T^2} \right], \quad (24)$$

де $F_{\text{ін}}$ — безрозмірний коефіцієнт площі поршня.

Безрозмірний коефіцієнт площі поршня залежить від параметрів закону руху і зрівноважувального пристрою

$$F_{\text{ін}} = \frac{C}{\zeta}, \quad (25)$$

де ζ — значення пружної складової (5) при $\chi=a$.

Важлива перевага пневматичних амортизаторів — це простота керування порівняно з іншими відомими зрівноважувальними пристроями (пружинними, торсійними). Крім цього такі системи дозволяють зберегти ефект зрівноважування під час переходу на інший швидкісний режим роботи машини, змінюючи початковий тиск p_0 .

На розрахунковому швидкісному режимі для забезпечення процесу зрівноважування необхідно виконувати умову (3). Для максимального значення сил інерції умову (3) запишемо так:

$$C \frac{m_{\text{пр}} S}{T_0^2} - F_0 p_0 \zeta_{\text{max}} = 0.$$

Під час переходу на інший швидкісний режим, який характерний зміною T_i , умову (3) можна забезпечити відповідною зміною початкового тиску

$$C \frac{m_{\text{пр}} S}{T_i^2} - F_0 p_i \zeta_{\text{max}} = 0. \quad (26)$$

Підставляючи в (26) відповідні значення з формул (24) та (25), одержимо залежність необхідного початкового тиску для заданого швидкісного режиму (n_i) при вихідних p_0 та T_0

$$p_i = p_0 \frac{T_0^2}{T_i^2} = p_0 \frac{n_i^2}{n_0^2}.$$

Методика, яку ми навели вище, дозволяє синтезувати вихідні закони періодичного руху, характерного однаковими півперіодами розбігу і вибігу та однорідністю законів руху в ці півперіоди (рис. 2, а).

На їх основі можна одержати різні комбіновані закони руху (рис. 2, б), наприклад, за методикою [4]. У будь-якому випадку під час застосування як вихідних, так і комбінованих законів повинна зберігатися рівність сил інерції та протидії амортизаторів. Тому під час комбінування слід дотримуватися додаткових умов

$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{1}{\beta} \frac{\zeta_1}{\zeta_3}, \quad (27)$$

$$\frac{L_1}{L_3} = \frac{\frac{S_1}{2} a_3}{\frac{S_3}{2} a_1}, \quad (28)$$

де C_1, C_3 — константи піка прискорень комбінованого закону для відповідних періодів циклу; a_1, a_3 — максимальні відносні переміщення для відповідних півперіодів; ζ_1, ζ_3 — безрозмірні пружні характеристики

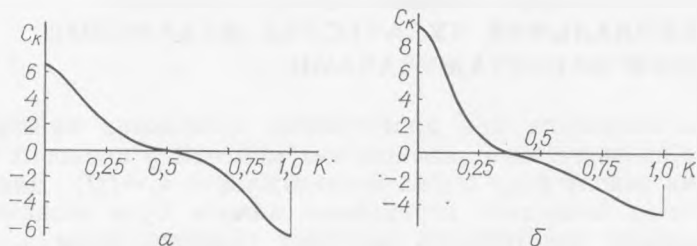


Рис. 2. Інваріанти прискорень синтезованого закону:
а — вихідного; б — комбінованого.

(5) відповідно при a_1 та a_3 ; L_1, L_3 — величини порожнин 1 та 2 (див. рис. 1); $\frac{S_1}{2}, \frac{S_3}{2}$ — переміщення, які відповідають півциклу розбігу та вибігу.

Умова (27) виникає через необхідність збереження прийнятого раніше відношення $\beta = \frac{F_2}{F_1}$ і виконання умови (3). Аналогічно й умова (28) визначає співвідношення вихідних довжин порожнин циліндра.

Отже, ефективність дії пневматичних зрівноважувальних пристроїв можна значно підвищити, застосовуючи для реверсування зрівноважувальної маси закони періодичного руху, при яких сили інерції змінюються за законом протидії пневматичних амортизаторів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Физматгиз, 1963.
2. Буренко Е. В. Разработка и исследование системы уравнивания сил инерции талера плоскопечатных двухоборотных машин. Автореф. канд. дис. М., 1967.
3. Кожевников И. С., Ткаченко А. С., Черевик Ю. И. Динамика главного привода стана холодной прокатки труб, оснащенного пневматическим уравнивающим устройством. — В сб.: Теория механизмов и машин. Изд-во Харьковского ун-та, 1969, вып. 5.
4. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.
5. Чехман Я. И. Исследование воздушных амортизаторов талера двухоборотной плоскопечатной машины ДПП. Автореферат канд. дис. М., Московский полиграфический институт, 1963.
6. Яніцький В. Г. Параметричні дослідження виконавчого кулачкового механізму з розвантажувальним пристроєм. — «Поліграфія і видавнича справа», 1971, № 7.

G. Ya. KRASILNIKOV

THE SYNTHESIS OF LAWS OF MOTION IN VIEW OF THE BALANCING OF INERTIA FORCES BY MEANS OF PNEUMATIC SHOCK ABSORBERS

Summary

The synthesis method of the periodic motion laws obtained from the condition of equilibrium of the inertia forces and of the shock absorbers counterpressure during the working cycle, is stated.