

УДК 686.12.056

Р.В.Казьмирович

АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ ПОХИБКИ ПЕРЕМІЩЕННЯ СТОСУ НА ОДНОНОЖОВИХ ПАПЕРОРІЗАЛЬНИХ МАШИНАХ (ОПРМ) З ЧПК

Забезпечення заданої точності обробки поліграфічної продукції за параметрами їх розмірів на ОПРМ з ЧПК [1], як і її підвищення, пов'язано з подальшим вивченням впливу похибок окремих структурних елементів системи на результуючу похибку. При заданій (відомій) структурній схемі системи керування та заданій її точності одним із варіантів синтезу похибок є вибір оптимальних меж допустимих значень для характеристик похибок її структурних елементів. Синтез похибок включає аналіз характеристик похибок структурних елементів системи та їх сумування, тобто визначення характеристик результуючої похибки позиціонування.

Результуюча похибка обробки розміру (переміщення) є функцією незалежних величин

$$\Delta n = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4 \Delta_5 \Delta_6), \quad (1)$$

де Δ_1 - похибка квантування імпульсного датчика переміщень; Δ_2 - похибка механізму подачі; Δ_3 - похибка корекції систематичної складової похибки переміщення подавача; Δ_4 - похибка, що зумовлена часовим зсувом керуючого сигналу; Δ_5 - похибка, що зумовлена непостійністю шляху гальмування подавача; Δ_6^* - похибка, що зумовлена можливим відривом стосу від подавача при автоматичному позиціонуванні.

При число-імпульсному перетворенні послідовної лічби відлік

$$x_0 = \sum_{i=1}^{N_x} q_k = N_x q_k, \quad (2)$$

де N_x - кількість імпульсів; q_k - крок квантування.

Вимірюване переміщення подавача

$$N_x = \text{Ent} \left\lfloor \frac{x}{q_k} \right\rfloor + 1, \quad (3)$$

де $\text{Ent} \{ \cdot \}$ - символ, що позначає цілу частину числа.

Похибка від квантування

$$\Delta_1 = N_x q_k - x = \left[1 - F_r \left\lfloor \frac{x}{q_k} \right\rfloor \right] q_k, \quad (4)$$

де $F_r \{ \cdot \}$ - символ, що позначає дрібну частину числа.

Розподіл похибки Δ_1 рівномірний і несиметричний в області додатніх значень аргумента і виражається формулою

$$p(\Delta_1) = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta_1 < 0 \text{ і } \Delta_1 > q_k \\ \frac{1}{q_k} & \text{при } 0 < \Delta_1 < q_k \end{cases}. \quad (5)$$

Максимальна похибка $\Delta_{1\max} = q_k$. Математичне сподівання похибки складає

$$M(\Delta_1) = \int_0^{q_k} \Delta_1 p(\Delta_1) d\Delta_1 = \frac{1}{q_k} \int_0^{q_k} \Delta_1 d\Delta_1 = 0,5 q_k \quad (6)$$

і дорівнює медіані.

При введенні коректором постійної поправки $0,5 q_k$, яка компенсує математичне сподівання похибки від квантування, середнє квадратичне відхилення похибки Δ_1 , що змінюється в межах від 0 до $+q_k$

* Враховуючи, що швидкість доведення та інтенсивність гальмування подавача вибирають з умов недопустимості відриву стосу, вказаною похибкою можна нехтувати.

$$\sigma_1 = \sqrt{\int_0^{q_k} \{\Delta_1 - M(\Delta_1)\} p(\Delta_1) d\Delta_1} = \frac{q_k}{2\sqrt{3}} \quad (7)$$

Дослідження точності гвинтових механізмів [6] показують, що основними діючими похибками в них є: 1) похибка кроку в гвинтовій парі; 2) похибка торцевого биття опор гвинта; 3) похибка непаралельності осі гвинта та напрямної подавача.

Дві останні складові звичайно малі порівняно з першою або зводяться до малих значень при встановленні прецизійних підшипників та коректуючих пристроїв. Таким чином, можна прийняти, що похибка гвинтових механізмів нормальною точністю визначається головним чином похибкою гвинтової пари. Наявні дані свідчать, що точність гвинтового механізму практично визначається точністю ходового гвинта. Похибка кроку вздовж ходового гвинта являє собою випадкову функцію [2], закон розподілу похибки за кроком близький до нормального.

Систематична складова похибки вибігу подавача в пристрої ЧПК компенсується за допомогою спеціального дискретного перемикача-коректора. Залежно від настроювання команда на зупинку буде подаватись з різним випередженням. Через дискретність установки положень перемикача виникають невиконані залишки систематичних похибок, які мають адитивний характер, тобто не залежать від x . Розподіл похибки корекції систематичної складової підпорядковується рівномірному симетричному закону $p(\Delta_3)$ в межах $\pm 0,5q_k$. У цьому випадку [5] максимальна похибка $\Delta_{3\max} = \pm q_k/2$. Математичне сподівання похибки $M(\Delta_3) = 0$. Середнє квадратичне відхилення похибки відносно початку координат $\sigma_3 = q_k/2\sqrt{3}$.

Як оцінки математичних сподівань похибок переміщення подавача, зумовлених часом походження керуючого сигналу (при заданій швидкості переміщення подавача $V_0 = 25$ мм/с), використані середні арифметичні значення

$$\bar{\Delta}_4 = V_0 \cdot \bar{\Delta}_{2c} = \frac{V_0}{n} \sum_{i=1}^n t_{2ci} \quad (8)$$

та середнє квадратичне відхилення похибки

$$\sigma_4 = V_0 \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_{2ci} - \bar{\Delta}_{2c})^2} \quad (9)$$

де t_{2ci} - сумарний час спрацювання всіх елементів схеми від моменту подачі команди від фотодатчика до початку гальмування подавача.

Значення вибігу подавача при його гальмуванні залежить від жорсткості приводу, моменту інерції рухомих мас, швидкості переміщення, моментів опору, гальмівних моментів тощо. Оскільки всі значення вказаних величин мають випадковий характер, то і шлях гальмування подавача є випадковою величиною. Можна вважати, що він визначається дією великої кількості незалежних випадкових причин, кожна з яких мало впливає на суму. Тоді закон розподілу похибки повної зупинки подавача буде близьким до нормального.

Фундаментальні роботи з інформаційно-вимірювальної техніки П.В. Новицького [3, 4] дозволили одержати найбільш точний розрахунок похибок для статистично незалежних випадкових величин шляхом визначення ентропійного значення похибки

$$\Delta \Sigma = k_{\Sigma} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \quad (10)$$

де σ_i - середнє квадратичне відхилення складових похибок переміщення; k_{Σ} - ентропійний коефіцієнт результуючого закону розподілу сумарної похибки.

На основі відомих математичних оцінок складових сумарної похибки та законів їх розподілу можна визначити результуючу похибку переміщення подавача. Для цього необхідно визначити ентропійний коефіцієнт результуючого закону розподілу цієї похибки.

Аналіз законів розподілу випадкових складових похибок переміщення дозволяє визначити ентропійний коефіцієнт. Оскільки в композиції законів розподілу наявні закон нормального розподілу щільності та закон рівномірної щільності, то, згідно [3, с. 96],

$$k_{\Sigma} = \sqrt{\frac{3 (\pi e/3) \sqrt{p_H}}{1 + p_H}} \quad (11)$$

де $p_H = \sigma_H^2 / (\sigma_H^2 + \sigma_p^2)$ - відносна вага нормальної складової закону розподілу похибок.

Для досліджуваної системи керування похибка з законом нормального розподілу, згідно з сумуванням дисперсій некорельованих випадкових величин, дорівнює сумі дисперсій складових [3, с. 79], тобто $\sigma_H^2 = \sigma_2^2 + \sigma_4^2 + \sigma_5^2 = 0,000335 + 0,000006 + 0,000784 = 0,001125 \text{ мм}^2$.

Похибка з рівномірним розподілом (при $q_k = 0,1 \text{ мм}$)

$$\sigma_p^2 = \sigma_1^2 = 0,000833 \text{ мм}^2. \quad (13)$$

Тоді

$$p_H = \frac{0,001125}{(0,001125 + 0,000833)} \approx 0,59 \quad (14)$$

Після підстановки (14) в (11) $k_{\Sigma} = 2,053$.

З одержаного значення k_{Σ} видно, що результуючий закон розподілу похибки переміщення подавача дуже близький до нормального (для нормального закону $k_{\Sigma} = 2,066$).

Результуюче ентропійне значення похибки складових

$$\Delta_{\Pi\Sigma} = k_{\Sigma} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_4^2 + \sigma_5^2} \quad (15)$$

Для ентропійного значення похибки може бути вказане відповідне значення довірчої ймовірності [4, с. 60] згідно з формулою

$$P_d = 0,899 + \frac{0,1818}{\varepsilon_{\Sigma}} \quad (16)$$

де ε_{Σ} - ексцес сумарного розподілу.

Ексцес сумарного розподілу похибки [4, с. 97]

$$\varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon_H P_H^2 + 6P_H(1 - P_H) + \varepsilon_p(1 - P_H), \quad (17)$$

де ε_H , ε_p - значення ексцесів відповідно для нормального ($\varepsilon_H = 3$) та рівномірного ($\varepsilon_p = 1,8$) розподілів.

Підставляючи (14, 17) в (16), одержимо $P_d = 0,93$.

Довірче значення похибки при цьому записується

$$\Delta_{p_{0,93}} = 2,053 \sigma_{\Pi\Sigma}. \quad (18)$$

У загальному випадку квантильний множник з похибкою, що не перевищує 4%, у межах значень P_d від 0,9 до 0,99 апроксимується виразом [4, с. 85]

$$t_{\Sigma} = 1,62 \left[3,8 (\varepsilon - 1,6)^{2/3} \right] \lg \lg [1/(1 - P_d)], \quad (19)$$

а з похибкою 8% воно придатне для P_d від 0,99 до 0,999.

Вирази (15) та (18) дозволяють оцінювати випадкові складові сумарної похибки, коли адитивна похибка коректора Δ_3 дорівнює нулю або залишається без змін. При випадкових змінах зовнішніх умов (зміна температурного режиму, розрізання іншого виду продукції тощо) адитивна похибка перероджується у випадкову, тобто її необхідно враховувати як умовно-випадкову похибку.

Приймаючи, що розподіл випадкової складової похибки близький до нормального, а розподіл похибки Δ_3 підпорядковується рівномірному закону, при проведенні аналогічних обчислювань одержуємо

$$n_{ii} = \frac{\sigma_{1245}^2}{\sigma_{1245}^2 + \sigma_3^2} = \frac{0,002038}{(0,002038 + 0,000833)} = 0,71 \quad (20)$$

та

$$k_{\Sigma} = \sqrt{\frac{3 (\pi e/3) \sqrt{0,71}}{1 + 0,71}}, \quad (21)$$

Остаточно, з урахуванням всіх складових, результуюча ентропійна похибка переміщення подавач

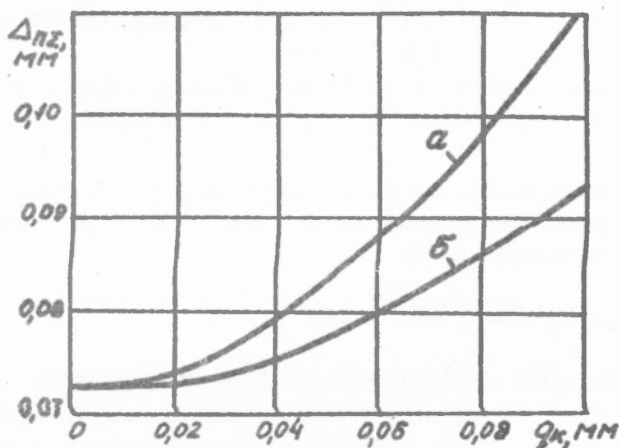
$$\Delta_{\pi\Sigma} = 2,058 \sqrt{\sigma_{\pi_1}^2 + \sigma_{\pi_{1,2,3,4,5}}^2} = 2,058 \cdot 0,054 = 0,111 \text{ мм.} \quad (22)$$

Відповідне значення довірчої ймовірності дорівнює $P_d = 0,96$ і довірче значення похибки переміщення подавача при цьому

$$\Delta_{\pi_{0,96}} = 2,058 \sigma_{\pi\Sigma}. \quad (23)$$

Наведені рівняння дозволяють проаналізувати взаємозв'язок між складовими загальної похибки, а також залежність результуючої похибки від окремої складової з метою раціонального вибору їх параметрів.

Розрахункові залежності результуючого ентропійного значення похибки від дискретності системи (кроку квантування) наведені на рисунку.



Залежність результуючого ентропійного значення похибки від дискретності системи (кроку квантування): а - з врахуванням та б - без врахування складової похибки коректора

1. Казьмирович Р.В. Лічильно-імпульсна система числового програмного керування (ЧПК) паперорізальних машин // Поліграфія і видавнича справа. 1975. № 11. с. 124-131.
2. Лурье З.Н. Анализ погрешности шага ходового винта // Измерительная техника. 1973. № 9. с. 41-42.
3. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. Л., 1968.
4. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. 2-е изд., перераб. и доп. Л., 1991.
5. Орнатский П.П. Теоретические основы информационной измерительной техники. К., 1983.
6. Сергеев В.И. Основы инструментальной точности электромеханических цепей. М., 1963.

Стаття надійшла до редакції 15.01.93.