

Р.Б.Дунець

**АЛГОРИТМ ПОШУКУ КОМПОНЕНТІВ СХЕМ,
ЯКІ УТВОРЮЮТЬ ЕЛЕМЕНТАРНІ КОНТУРИ
РІЗНОЇ ДОВЖИНИ**

При моделюванні роботи складних систем керування виникає задача визначення послідовності моделювання компонентів схеми, яка, в свою чергу, тісно пов'язана із задачею аналізу топології схем, що може розв'язуватись методами теорії графів. Проте представлення графів і виконання операцій над ними в комп'ютерах викликає певні труднощі.

Відомо, що найбільш придатними для представлення топології схем у комп'ютерах є матриці суміжності [5—7]. Оскільки елементи цих матриць набувають тільки два значення, то над ними зручно застосовувати логічні операції для аналізу топології системи керування, зокрема, для визначення послідовності моделювання компонентів системи, пошуку контурів тощо. У роботах [1, 2, 8] запропоновано алгоритми визначення послідовності моделювання компонентів схем на основі логічних операцій над матрицями суміжності, шляхом розділення схеми на яруси. Проте визначення послідовності моделювання компонентів схем у межах одного ярусу проводиться неефективно, особливо тоді, коли компоненти одного ярусу утворюють контури. Слід зазначити, що в межах одного ярусу компоненти схем, як правило, утворюють елементарні контури.

У роботі [3] запропоновано алгоритм пошуку всіх компонентів схеми, які взагалі входять у контури. Проте цей алгоритм не визначає приналежності компонентів схеми до різних контурів. У даній роботі пропонується алгоритм пошуку компонентів схеми, які входять до елементарних контурів різної довжини, на основі застосування операцій алгебри логіки над матрицями суміжностей.

Якщо топологія схеми системи керування описується графом (орієнтованим), то вершинам графа відповідають компоненти схеми, а його дугам — з'єднання між компонентами. Контур називається елементарним [7], якщо в ньому

всі вершини графа, що з'єднані між собою, є різні (крім початкової і кінцевої).

Якщо топологія схеми системи керування описується матрицею суміжності, то компонентам схеми, а точніше їхнім позиційним номерам у схемі, будуть відповідати номери рядків і стовпців матриці суміжності, а з'єднанням компонентів — одиничні елементи матриці.

Розглянемо теореми, які дозволяють виявити в матрицях суміжності елементарні контури.

Відомо [2], що існують два типи матриць суміжностей: матриці суміжності з'єднань компонентів по виходах і матриці суміжності з'єднань компонентів по входах.

Теорема 1. Якщо для довільної схеми матриця

$A = [a_{ij}]_{n \times n}$ є матрицею суміжності з'єднань її компонентів

по входах, а матриця $B = [b_{ij}]_{n \times n}$ матрицею суміжності з'єд-

нань її компонентів по виходах, то $B = A^T = [a_{ji}]_{n \times n}$ і

$$A = B^T = [b_{ji}]_{n \times n}.$$

Доведення. У матриці суміжності $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ з'єднань по входах її одиничний елемент, наприклад, $a_{ij} = 1$, відповідає з'єднанню входу i -го компонента схеми з виходом j -го компонента схеми. В матриці суміжності $B = [b_{ij}]_{n \times n}$ з'єднань по виходах її одиничний елемент, наприклад, $b_{ij} = 1$, відповідає з'єднанню виходу i -го компонента схеми з виходом j -го компонента схеми. Тобто рядки матриць позначаються номерами компонентів, з яких починається зв'язок, а стовпці — номерами компонентів, в яких закінчується зв'язок. Але в матриці A початок з'єднання — це вхід компонента, а в матриці B — вихід компонента. Заміна початку з'єднання його кінцем (входу компонента виходом компонента) в матриці A приведе до заміни в цій матриці її стовпців на рядки, а це не що інше як операція транспонування матриці. Тобто $A^T = [a_{ji}]_{n \times n} = B$ і $B^T = [b_{ji}]_{n \times n} = A$. Теорема доведена.

Теорема 2. Якщо існує схема з n компонентів, які не мають ніяких зв'язків між собою, але кожен з компонентів

схеми має з'єднання свого виходу на вхід (з'єднання типу петля), то матриця суміжності $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ цієї схеми є одиничною (І).

Доведення теореми впливає безпосередньо з означення матриці суміжності, де елемент $a_{ij}=1$ відповідає з'єднанню i -го компонента схеми самим з собою.

Одинична матриця є мономіальною, тобто такою, що містить тільки по одному одиничному елементу в кожному її рядку чи стовпці.

Теорема 3. Якщо існує схема, для якої матриця суміжності $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ є мономіальною і не є одиничною,

то така схема містить щонайменше один контур.

Доведення. Згідно з означенням мономіальної матриці, у кожному її рядку повинен бути тільки один одиничний елемент. А це, в свою чергу, означає, що хоч би один одиничний елемент матриці повинен бути розміщений під її головною діагоналлю. Нехай у схемі перший компонент з'єднаний з другим, другий з третім і так далі, а останній з першим, тобто всі компоненти утворюють один контур. У цьому випадку всі з'єднання, крім останнього, опишуться в матриці суміжності одиничними елементами, що розміщені вище головної діагоналі матриці, а останній зв'язок — одиничним елементом нижче головної діагоналі. Але останній елемент матриці описує зворотний зв'язок останнього компонента схеми з першим. Таким чином, мономіальна матриця описує схему, що містить один контур. Очевидно, коли є декілька одиничних елементів, що розміщуються під головною діагоналлю, то така мономіальна матриця описує схему, яка містить декілька контурів. Теорема доведена.

Теорема 4. Якщо існує схема, яка містить декілька контурів і для якої матриця суміжності $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ є мономіальною, то ці контури є елементарними.

Доведення. Припустимо протилежне: нехай схема має два неелементарні контури. Тоді мусить бути хоч один компонент схеми (наприклад, l), який не є початковим і кінцевим компонентом даного контуру, але є одночасно компонентом іншого контуру. У цьому випадку l -й компонент мусить мати два зв'язки — один з компонентом даного

контур, а другий з компонентом іншого контуру схеми. Якщо так, то в матриці в i -му рядку буде записано два одиничні елементи, які відповідатимуть указаним зв'язкам, а значить така матриця буде немономіальною. Згідно з теоремою, матриця суміжності є мономіальною. Отже, схема містить тільки елементарні контури. Теорема доведена.

Таким чином, щоб визначити, чи містить дана схема елементарні контури, достатньо вияснити, чи відповідна матриця суміжності є мономіальною [4].

Для визначення мономіальності матриці суміжності $A = [a_{ij}]_{n \times n}$, враховуючи, що мономіальні матриці завжди ортогональні, досить виконати операцію логічного множення матриці $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ на цю ж транспоновану матрицю $A^T = [a_{ij}]_{n \times n}$. Якщо в результаті логічного множення $A * A^T$ утвориться одинична матриця суміжності I , то дана матриця $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ є мономіальною. У противному разі — немономіальною.

Розглянемо приклад.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матриця A мономіальна, бо $A * A^T = I$.

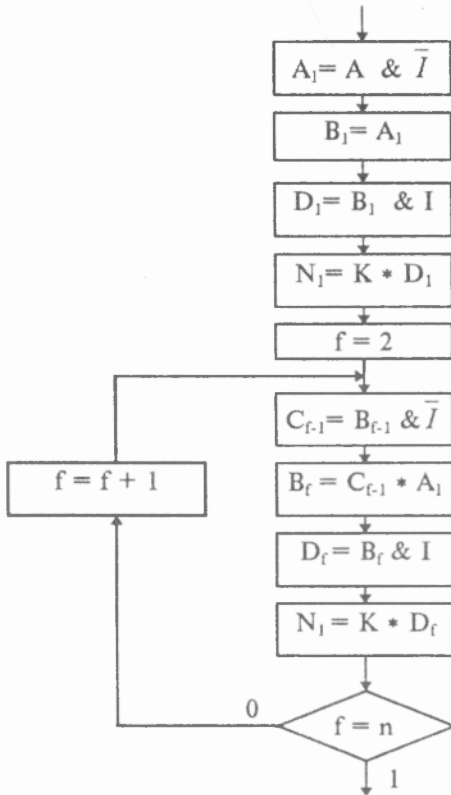
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матриця A немономіальна, бо $A * A^T \neq I$.

Алгоритм визначення компонентів схеми, що належать елементарним контурам різної довжини, може базуватись на теоремі [1], згідно з якою діагональні елементи p_i матриці $P = A^n$ відповідають контурам довжини n . Суттєвим

недоліком такого підходу є те, що він не враховує кратності проходження по контуру, а значить визначення компонентів контурів різної довжини проводиться некоректно.

Базовою операцією запропонованого алгоритму (див. рисунок 1) є операція $B_f = C_{f-1} * A_1$,



Алгоритм пошуку елементарних контурів різної довжини.

де A_1 — матриця суміжності, в якій вилучені одиничні елементи головної діагоналі (вони замінені нульовими), що відповідають контурам довжини 1; C_{f-1} — матриця суміж-

ності, в якій вилучені одиничні елементи головної діагоналі (вони замінені нульовими), що відповідають контурам довжини $f-1$; B_f — матриця суміжності, в якій одиничні елементи головної діагоналі відповідають контурам довжини f ; $*$ — операція логічного множення матриць.

Для формування списку компонентів схеми, що утворюють контури довжини f , спочатку утворюється матриця $D_f = B_f \& I$, котра містить тільки одиничні елементи в головній діагоналі, а далі — матриця-рядок $N_f = K * D_f$, в якій порядковий номер одиничного елемента відповідає позиційному номеру компонента в схемі, що входить у контур довжиною f . K — це одинична матриця-рядок. Число циклів в алгоритмі визначається числом компонентів схеми, бо контур максимальної довжини може включати всі компоненти схеми, що з'єднані між собою.

Запропонований алгоритм просто реалізується на комп'ютерах і може бути використаний при побудові моделюючих програм САПР.

1. Дунець Р.Б. Визначення послідовності моделювання аналогових елементів в системах автоматичного керування // Інформаційні технології та розпізнавання образів: Збірник наукових праць. Т. 3. Ч. 2. Львів—Харків—Тернопіль. 1993.
2. Дунець Р.Б. Алгоритм визначення послідовності моделювання роботи елементів в схемах на основі логічних операцій / Тези доповідей // 1-а українська конференція з автоматизованого керування "Автоматизація-94". К., 1994.
3. Дунець Р.Б. Алгоритм пошуку контурів у топології схем систем керування // Поліграфія і видавнича справа. 1997. №32.
4. Дунець Р.Б. Власивості мономіальних матриць суміжностей і пошук контурів у топології схем систем керування // 3-я українська конференція з автоматичного керування "Автоматика-96". Севастополь, 9—15 вересня 1996 р. Севастополь, 1996. Т. 1. С. 41.
5. Евстигнєв В.А. Применение теории графов в программировании / Под ред. А.П.Ершова. М., 1985.
6. Зыков А.А. Основы теории графов. М., 1987.
7. Максимович Н.Г. Теория графов и электрические цепи. Львов, 1987.
8. Dunets R. Topology analysis algorithms of electromechanical schemes // Наукові праці конференції "Комп'ютерні технології друкарства: алгоритми, сигнали, системи "Друкотехн-96": Львів, 16—18 жовтня 1996 р. Львів, 1996.

Стаття надійшла до редколегії 24.01.97