

РОЗРАХУНОК ЕНЕРГОКОНСТАНТНИХ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ З ВРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ ЛАНОК ВЕДЕНОЇ СИСТЕМИ

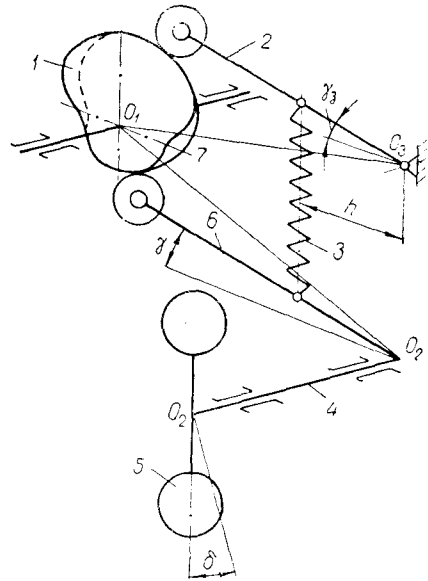
Енергоконстантні кулачкові механізми з пружинними навантажувачами (ЕКМ), що складаються із об'єднаних в одному вузлі виконавчого і зрівноважувального кулачкових механізмів, призначені для приведення робочих органів машин-автоматів і забезпечують постійність крутного моменту, який передається кулачковим валом. В процесі роботи ЕКМ основний кулачок забезпечує необхідне переміщення робочого органу, а замикаючий кулачок, жорстко закріплений з основним кулачком на валі, забезпечує кутові зміщення замикаючого коромисла, вільно посаженого на осі, відносно основного коромисла.

Пружина-навантажувач, яка зв'язує обидва коромисла, деформується, накопичуючи або віддаючи потенціальну енергію пружних деформацій ведучій системі, в результаті чого досягається постійність крутного моменту на кулачковому валі.

ЕКМ запропонований К. В. Тіром, О. М. Полюдовим і автором цієї статті [2]. В роботі [5] наведені основні теоретичні положення про розрахунок ЕКМ для жорсткої веденої системи при інерційному навантаженні робочого органу. В нашій статті розглядається розрахунок ЕКМ при податливій веденій системі з інерційним навантаженням робочого органу.

Схема механізму показана на рисунку. Основний кулачок 1 через основне коромисло 6 і податливий вал 4 приводить в рух ведену масу 5. Замикаючий кулачок 7 дає замикаючому коромислу 2 відносні кутові зміщення, необхідні для деформування пружини 3. Закон руху веденої маси приймаємо заданим у вигляді степеневого полінома. Тоді рішенням диференціального рівняння можна розрахувати такий закон руху основного коромисла з врахуванням пружності ланок веденої системи, при якому зменшується вплив крутих коливань системи на роботу механізму. Розраховані таким чином закони в літературі [4, 7] дістали назву полідинамічних.

Положення веденої маси будемо визначати кутом δ , положення основного коромисла — кутом γ і положення замикаючого коромисла — кутом γ_3 .



Кінематична схема ЕКМ.

Для зрівноважування надлишкових крутних моментів на кулачковому валі необхідно виконати умови [1, 3]:

$$A_n = A_{\text{пр}} \Theta; \quad (1)$$

$$A_{n \max} = A_{\text{пр} \max}, \quad (2)$$

де $A_{\text{пр}}$ — робота пружних деформацій пружини;

$A_{\text{пр} \max}$ — її максимальне значення;

A_n — надлишкова робота механізму;

$A_{n \max}$ — її максимальне значення;

Θ — коефіцієнт, який враховує к.к.д. пружинного навантажувача.

Робота пружних деформацій пружини визначається:

$$A_{\text{пр}} = c S_{\text{пр}}^2 (1 + \psi - 0,5 a_{k \text{пр}}) a_{k \text{пр}}, \quad (3)$$

де c — жорсткість пружини;

$S_{\text{пр}}$ — максимальний хід кінця пружини;

$\psi = \frac{x_0}{S_{\text{пр}}}$ — коефіцієнт попереднього натягу пружини;

x_0 — монтажна деформація пружини;

$a_{k \text{пр}} = \frac{s_{\text{пр}}}{s'_{\text{пр}}}$ — позиційний інваріант подібності ходу кінця пружини;

$s_{\text{пр}}$ — хід кінця пружини.

Максимальне значення роботи пружних деформацій пружини визначається при $a_{k \text{пр}} = 1$

$$A_{\text{пр} \max} = c S_{\text{пр}}^2 (0,5 + \psi). \quad (4)$$

Надлишкова робота механізму складається з кінетичної енергії на переміщення коромисел і веденої маси, а також потенціальної енергії, яка витрачається на торсійне деформування податливого валу.

Вважаючи рухи основного і замикаючого коромисла синхронними, можна записати:

$$A_n = \frac{I_m \omega_m^2}{2} + \frac{I_k \omega_k^2}{2} + \frac{K_{\text{ж}} (\gamma - \delta)^2}{2}, \quad (5)$$

де ω_m — кутова швидкість веденої маси;

ω_k — кутова швидкість основного коромисла;

I_m — момент інерції веденої маси;

$I_k = I_{k_0} + I_{k_3}$ — сумарний момент інерції коромисел;

I_{k_0} — момент інерції основного коромисла;

I_{k_3} — момент інерції замикаючого коромисла;

$K_{\text{ж}}$ — жорсткість податливого валу.

Диференціальне рівняння руху веденої маси без врахування демпфірування записується

$$I_m \ddot{\delta} + K_{\text{ж}} (\delta - \gamma) = 0, \quad (6)$$

де $\delta = \varepsilon_m$ — кутове прискорення веденої маси.

Звідки визначаємо

$$K_{\text{ж}} (\gamma - \delta) = I_m \varepsilon_m. \quad (7)$$

Підставляючи вираз (7) в (5), одержуємо:

$$A_n = \frac{I_m \omega_m^2}{2} + \frac{I_k \omega_k^2}{2} + \frac{I_m \varepsilon_m (\gamma - \delta)}{2}. \quad (8)$$

Використовуючи кінематичні інваріанти подібності [1], вираз (8) можемо записати у вигляді

$$A_n = \frac{1}{2} [b_{\varepsilon_m}^2 + a_m b_k^2 + c_{km} (a_k - a_{km})] \frac{I_m \gamma_{\Sigma}^2}{T^2}, \quad (9)$$

де a_{km} , b_{km} , c_{km} — позиційні інваріанти подібності переміщень, швидкостей і прискорень веденої маси;
 a_k , b_k — позиційні інваріанти подібності переміщень і швидкостей основного коромисла;
 γ_Σ — сумарний кутовий розмах основного коромисла;
 T — тривалість циклу віддалення (або приближення);
 $\alpha_m = \frac{I_k}{I_m}$ — відношення моментів інерції мас.

При використанні полідинамічних законів руху веденої маси максимальне значення надлишкової роботи буде в фазі циклу, коли $b_{km} = B_m$; $b_k = B$ і $c_{km} = 0$, де B_m і B — константи піків швидкостей відповідно веденої маси і основного коромисла.

Враховуючи це, одержуємо

$$A_{н\max} = \frac{1}{2} (B_m^2 + \alpha_m B^2) \frac{I_m \gamma_\Sigma^2}{T^2}. \quad (10)$$

Підставляючи вирази (4) і (10) в рівняння (2), визначаємо максимальний хід кінця пружини:

$$S_{пр} = \frac{\gamma_\Sigma}{T} \sqrt{\frac{I_m (B_m^2 + \alpha_m B^2)}{c(1+2\psi)}}. \quad (11)$$

Позиційний інваріант подібності ходу кінця пружини визначаємо із рівнянь (1) і (2), підставляючи туди вираз (3, 4, 9 і 10):

$$a_{kпр} = 1 + \psi - \sqrt{(1 + \psi)^2 - [b_{km}^2 + \alpha_m b_k^2 + c_{km} (a_k - a_{km})] \frac{1 + 2\psi}{(B_m^2 + \alpha_m B^2) \theta}}. \quad (12)$$

Параметри пружини ЕКМ визначаються з двох умов: акумулюючої здатності пружини, що записується рівнянням (2), а також умови забезпечення силового замикання роликів на кулачках.

Умову забезпечення силового замикання роликів на кулачках для вибору параметрів пружини можна записати

$$M_{пр} \geq M_{k\max}, \quad (13)$$

де $M_{k\max}$ — екстремальний від'ємний момент на коромислі від сил інерції ведених мас;
 $M_{пр} = P_0 h = c \psi S_{пр} \cdot h$ — момент від зусилля пружини при монтажній деформації;
 P_0 — зусилля пружини при монтажній деформації;
 h — плече дії зусилля пружини.

Диференціюючи вираз (8) по часові t дістаємо потужність, звідки визначаємо момент від сил інерції на коромислі:

$$\frac{dA_n}{dt} = I_k \omega_k \varepsilon_k + I_m \omega_m \varepsilon_m + K_{ж} (\gamma - \delta) (\omega_k - \omega_m) = M_k \omega_k.$$

Використовуючи вираз (7), одержуємо:

$$M_k = I_m \varepsilon_m + I_k \varepsilon_k, \quad (14)$$

де ε_k — кутове прискорення основного коромисла.

Виражаючи кутові прискорення через їх інваріанти подібності, можна записати

$$M_k = (c_{km} + \alpha_m c_k) \frac{I_m \gamma_\Sigma}{T^2}, \quad (15)$$

де c_k — позиційний інваріант подібності прискорень основного коромисла.

Максимальний момент від сил інерції на коромислі визначається:

$$M_{k \max} = [c_k^u + \alpha_m c_k]_{\max} \frac{I_m \gamma_{\Sigma}}{T^2}. \quad (16)$$

Враховуючи, що максимальні значення піків прискорень основного коромисла і веденої маси зміщені по фазі незначно, можна прийняти:

$$M_{k \max} \cong (C_m + \alpha_m C) \frac{I_m \gamma_{\Sigma}}{T^2}, \quad (17)$$

де C_m і C — константи піків прискорень веденої маси і основного коромисла.

Підставляючи у вираз (13) вирази (11) і (17), одержуємо необхідну жорсткість пружини:

$$c \geq \frac{I_m (C_m + \alpha_m C)^2 (1 + 2\psi)}{h^2 T^2 (B_m^2 + \alpha_m B^2) \psi}. \quad (18)$$

Діаметр дроту гвинтової циліндричної пружини визначається з формули [6]

$$P_{\text{гр}} = \frac{\pi d^2 [\tau]}{8 C_D K_{\text{пр}}},$$

де d — діаметр дроту;

$$C_D = \frac{D}{d}$$

D — середній діаметр пружини;

$K_{\text{пр}}$ — коефіцієнт, який враховує вплив напружень зрізу сумісно із скручуванням дроту;

$[\tau]$ — допустиме напруження скручування дроту;

$P_{\text{гр}}$ — граничне навантаження.

Зусилля при монтажній деформації пружини через граничне зусилля можна виразити такою залежністю:

$$\frac{P_{\text{гр}}}{P_0} = \frac{1,25 P_{\text{роб}}}{P_0} = 1,25 \left(1 + \frac{1}{\psi}\right),$$

де $P_{\text{роб}}$ — робоче навантаження пружини.

В машинобудуванні приймають $P_{\text{гр}} = 1,25 P_{\text{роб}}$. З врахуванням цього одержуємо:

$$P_0 = \frac{\pi d^2 [\tau]}{10 C_D K_{\text{пр}} \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)}. \quad (19)$$

Підставляючи вираз (19) в (13), визначаємо необхідний діаметр дроту пружини:

$$d \geq \frac{1}{T} \sqrt{\frac{10 C_D K_{\text{пр}} (C_m + \alpha_m C) \cdot I_m \gamma_{\Sigma} \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)}{\pi [\tau] h}}. \quad (20)$$

Знайшовши з виразу (20) необхідний діаметр дроту, а з виразу (18) необхідну жорсткість пружини, визначаємо кількість робочих витків пружини:

$$i = \frac{Gd}{8 C_D^3 c}, \quad (21)$$

де $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$ — модуль пружності другого роду матеріалу дроту. Введемо позначення:

$$\frac{S_{\text{пр}}}{h \gamma_{\Sigma}} = K_s \text{ — коефіцієнт ходу пружини;}$$

$$Th \sqrt{\frac{c}{I_m}} = \xi \text{ — енергетичний критерій ЕКМ.}$$

Тоді коефіцієнт ходу пружини визначається однозначно з виразу (11):

$$K_s = \frac{1}{hT} \sqrt{\frac{I_m (B_m^2 + \alpha_m B^2)}{c (1 + 2\psi)}}, \quad (22)$$

або, вводячи енергетичний критерій, одержуємо:

$$K_s = \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{B_m^2 + \alpha_m B^2}{1 + 2\psi}}. \quad (23)$$

Визначимо границі зміни енергетичного критерію і коефіцієнта ходу пружини. Вводячи у вираз (18) значення енергетичного критерію, одержуємо

$$\xi \geq \frac{(C_m + \alpha_m C) \sqrt{1 + 2\psi}}{\sqrt{B_m^2 + \alpha_m B^2} \cdot \psi} = \xi_0, \quad (24)$$

де ξ_0 — мінімальне значення енергетичного критерію.

Вираз (18) тоді можна записати:

$$c \geq \frac{\xi_0^2 I_m}{T^2 h^2}. \quad (25)$$

З виразів (24) і (25) видно, що критерій ξ_0 визначає необхідну мінімальну жорсткість пружини при заданих моментах інерції ведених мас, швидкісному режимі та величині плеча дії зусилля пружини і залежить від вибраного закону руху веденої системи (коромисла і маси) і коефіцієнта попереднього натягу пружини. При зменшенні ψ до нуля ξ збільшується до безконечності.

Тому для існування ЕКМ необхідна така умова зміни енергетичного критерію:

$$\xi_0 < \xi.$$

При підстановці у вираз (23) виразу (24) одержимо:

$$K_s \leq \frac{(B_m^2 + \alpha_m B^2) \psi}{(C_m + \alpha_m C) (1 + 2\psi)} = K_{s \max}, \quad (26)$$

де $K_{s \max}$ — максимальне значення коефіцієнта ходу пружини.

Тоді хід пружини обмежується залежністю

$$S_{\text{пр}} < h \gamma_s K_{s \max}. \quad (27)$$

З виразів (26) і (27) видно, що коефіцієнт $K_{s \max}$ визначає максимально допустиме переміщення кінця пружини при заданих сумарному кутовому розмаху основного коромисла і величині плеча дії зусилля пружини в залежності від вибраного закону руху веденої системи і коефіцієнта попереднього натягу пружини.

Із виразу (26) видно, що при $\psi = 0$ коефіцієнт ходу пружини $K_s = 0$.

При $\psi \rightarrow \infty$

$$\lim K_s = \frac{1}{2} \frac{B_m^2 + \alpha_m B^2}{C_m + \alpha_m C} = K_{s \text{гр}}, \quad (28)$$

де $K_{s \text{гр}}$ — граничне максимальне значення коефіцієнта ходу пружини.

Підрахунки при $\alpha_m = 0$ для великої кількості полідинамічних законів руху показують, що величини $K_{s \text{гр}}$ лежать в границях 0,2—0,35. Це свідчить про те, що максимальний хід кінця пружини ЕКМ порівняно з ходом основного коромисла $S \cong h \gamma_s$ невеликий і складає не більше 20—35%.

Отже, коефіцієнт ходу пружини змінюється в границях:

$$0 < K_s < K_{s \text{гр}}.$$

Із сказаного вище видно, що при малих значеннях коефіцієнта ψ пружини ЕКМ більш жорсткі і мають менший хід, ніж при великих значеннях коефіцієнта попереднього натягу.

Визначимо закон руху замикаючого коромисла. Рух замикаючого коромисла можна розглядати як складний, тобто такий, що складається з переносного руху основного коромисла і відносних кутових зміщень замикаючого коромисла відносно основного:

$$\gamma_3 = \gamma + \gamma_B, \quad (29)$$

де γ_3 — кутове переміщення замикаючого коромисла;

γ — кутове переміщення основного коромисла;

γ_B — відносні кутові зміщення замикаючого коромисла відносно основного.

В роботі [5] показано, що при навантаженні робочого органу силами інерції ведених мас

$$\gamma_{\Sigma_3} = \gamma_{\Sigma}, \quad (30)$$

де γ_{Σ_3} — сумарний кутовий розмах замикаючого коромисла.

Для схеми, наведеної на рисунку, можна записати на основі виразів (29) і (30)

$$a_{k3} = a_k + K_s a_{knp}, \quad (31)$$

де a_{k3} — позиційний інваріант подібності переміщень замикаючого коромисла.

Тоді вираз (29) можна записати:

$$\gamma_3 = (a_k + K_s \cdot a_{knp}) \gamma_{\Sigma}. \quad (32)$$

Підставляючи в вираз (31) значення a_{knp} і K_s , дістаємо:

$$a_{k3} = a_k + \frac{\sqrt{B_m^2 + a_m B^2}}{\xi} \cdot \frac{1 + \psi - \sqrt{(1 + \psi)^2 - [b_{km}^2 + a_m b_k^2 + c_{km}(a_k - a_{km})] \frac{1 + 2\psi}{(B_m^2 + a_m B^2) \theta}}}{\sqrt{1 + 2\psi}}. \quad (33)$$

Коли маса коромисла порівняно з веденою масою мала і a_m прямує до нуля, тоді вираз (33) спрощується:

$$a_{k3} = a_k + \frac{B_m}{\xi} \times \frac{1 + \psi - \sqrt{(1 + \psi)^2 - [b_{km}^2 + c_{km}(a_k - a_{km})] \frac{1 + 2\psi}{B_m^2 \theta}}}{\sqrt{1 + 2\psi}}. \quad (34)$$

Тут, як і раніше, $\xi = Th \sqrt{\frac{c}{I_m}}$.

Визначаються інваріанти подібності швидкостей і прискорень замикаючого коромисла:

$$b_{k3} = \frac{d(a_{k3})}{dk} \quad \text{і} \quad c_{k3} = \frac{d^2(a_{k3})}{dk^2}, \quad (35)$$

де $k = \frac{t}{T}$ — відносний час.

Всі вищенаведені викладки справедливі і для розрахунку ЕКМ без врахування податливості веденої системи, як показано в роботі [5], коли прийняти рух веденої маси і основного коромисла синхронними, тобто $\delta = \gamma$.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. В. Тир. Механика полиграфических автоматов. Изд-во «Книга», М., 1965.
2. К. В. Тир, А. Н. Полюдов, В. Т. Сенкусъ. Кулачковый механизм. Авторское свидетельство, выданное Государственным Комитетом по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР за № 229142 с приоритетом от 25 марта 1967 г.
3. А. Н. Полюдов. Исследование истинной динамики исполнительных и уравновешивающих кулачковых механизмов. Автореферат кандидатской диссертации, Львов, 1964.
4. Э. А. Саввин. Синтез законов движения инерционных кулачковых механизмов с учетом упругости звеньев ведомой системы. Автореферат кандидатской диссертации, Львов, 1967.
5. В. Т. Сенкусъ. Зблоковані виконавчо-зрівноважувальні кулачкові механізми. «Поліграфія і видавнича справа», № 4, Львів, 1968.
6. Энциклопедический справочник машиностроения, т. II, Машгиз, М., 1948.
7. Stoddart D, A. Polydyne Cam Design. Machine Design, vol. 25, N 1, 2, 3, 1953.

V. SENKUS

THE ENERGY-CONSTANT CAM MECHANISMS CALCULATION WITH REGARD FOR THE DRIVEN SYSTEM'S LINKS ELASTICITY

Summary

Method of energy-constant cam mechanisms calculation is expounded. The main relations for determining of the spring's parameters and cams profiling with regard for the driven system's links elasticity, are deduced. The material is of use for designers of the automatic machines.
