

ДИНАМІКА КОРОМИСЛОВИХ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ

В сучасних машинах-автоматах швидкісні режими можуть плавно регулюватись в заданих межах. При переході з одного режиму роботи на інший частота збуджуючої сили, що передається веденій ланці механізму, залежить від часу. Вимушені нестационарні коливання, які виникають при цьому в ведених ланках, призводять до значних деформацій і напружень в елементах механізму та прогресивного зносу пар тертя.

Як відомо [1, 2, 3], аналітичне визначення динамічних характеристик пов'язане з певними труднощами, обумовленими складністю диференціальних рівнянь, що описують нестационарний процес. Розв'язок таких рівнянь виражається через спеціальні функції (для умов роботи циклових механізмів).

Нижче висвітлюються широкі експериментальні та деякі теоретичні дослідження динаміки нестационарного руху кулачкових механізмів.

КОМПЛЕКСНЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ВИБІГУ

Дослідження проводились на спеціальному стенді (рис. 1, а, б) методом вибігу. Конструкція стенду дозволяла застосувати кулачкові системи з пружинним та кінематичним замиканням [5]. Для експериментів застосовувались кулачки трьох груп законів періодичного руху, вибрані для енергетичних досліджень [6]. Одержані при вибігу осцилографічні записи динамічних величин (моментів на кулачковому валі та моментів ведених мас на валі коромисла) включають також варіювання умов тертя в опорах валів веденої та ведучої систем.

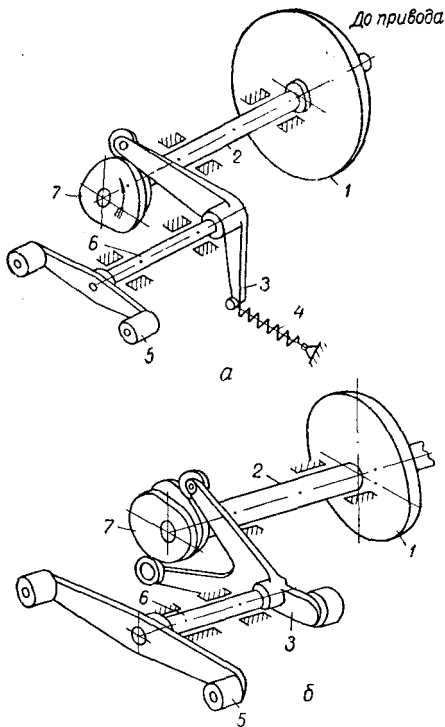


Рис. 1. Стенди для дослідження динаміки нестационарного режиму:

а — система з пружинним замиканням; б — система з кінематичним замиканням вищої пари.

1 — інерційний диск; 2 — ведучий вал; 3 — коромисло; 4 — пружина; 5 — навантажувач веденої ланки; 6 — вал веденої системи; 7 — кулачок.

З метою узагальнення результатів експериментальних досліджень і можливості зіставлення досліджуваних законів руху по єдиному безрозмірному параметру використано поняття критерію частотної подібності системи ξ , який визначається відношенням частоти ω власних коливань до частоти Ω збуджуючих сил. Враховуючи значення періоду вимушених коливань $T_B = \frac{\varphi_y}{\omega_i} = \frac{\varphi_y \cdot 30^*}{\pi n_\phi}$, величину ξ можна записати у вигляді:

$$\xi = \left| \frac{\varphi_y \cdot 30}{\pi t_{ki}} \right| \frac{1}{n_\phi}, \quad (1)$$

де t_{ki} — період власних коливань, визначений за записом вільних коливань веденої системи при наявності в опорах вала підшипників кочення і ковзання; φ_y — кут віддалення.

При розшифровці осцилограм для конкретного відрізка запису визначалися основні величини, виражені в безрозмірному вигляді.

Для систем з пружинним замиканням:

а) фактичне число обертів кулачкового вала n_ϕ і відповідне йому значення частотного критерію ξ ;

б) фактична величина максимальних амплітуд прискорень веденої маси C_ϕ ;

в) фактична величина піка сумарних моментів на кулачковому валі U_ϕ .

Для систем з кінематичним замиканням вищої пари, крім вказаних величин ξ і C_ϕ , в зв'язку з відсутністю пружини визначався фактичний пік кінетичної потужності D_ϕ . Для порівняння цих величин з відповідними константами C , U і D [7] фактичні величини амплітуд приведені до «одичного» масштабу, вважаючи одиницею вимірювання величини фізичних модулів $[\gamma_\alpha^2; T_\phi; I^2]$ відрізки, виражені у масштабі осцилограм.

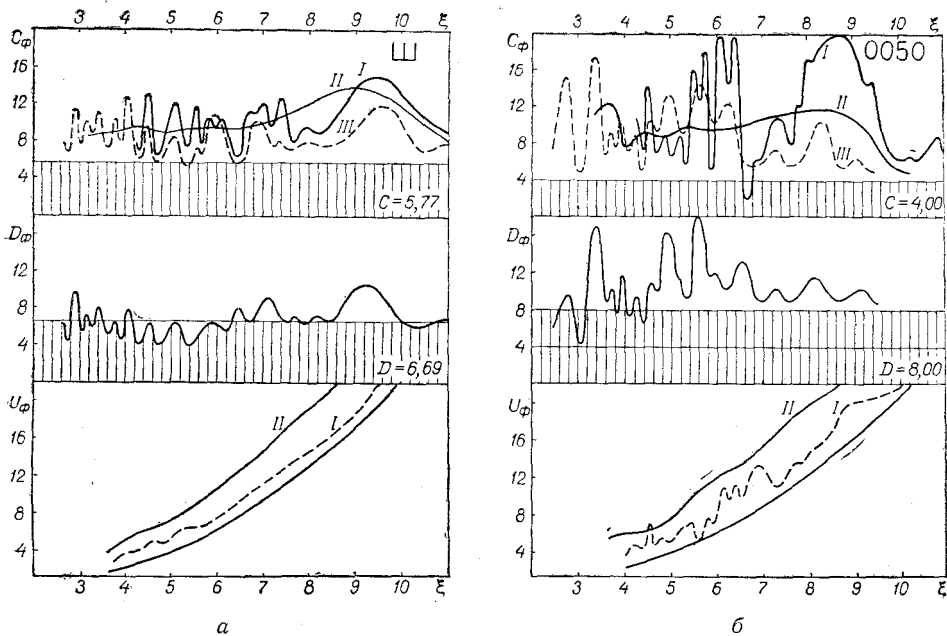


Рис. 2. Узагальнені карти динамічних характеристик:

а — для закону руху «парабола Шуна» — «Ш»; б — для закону «рівномірне прискорення» — «0050». I — підшипники кочення; II — ковзання; III — кінематичне замикання.

* Слід відмітити деяке припущення при обробці осцилограм. Змінна при вибігу кутова швидкість ω розглядається тут у вигляді певної апроксимованої функції, у якій за період циклу однозначних переміщень число обертів залишається сталим.

Результати експериментальних досліджень оформлені у вигляді узагальнених карт динамічних характеристик, де по осі ординат відкладені величини C_ϕ , D_ϕ і U_ϕ (в єдиному масштабі), а по осі абсцис — критерій частотної подібності (на рис. 2 а, б для прикладу даються такі карти тільки для двох законів руху). Очевидно, при наявності узагальнених карт коефіцієнт динамічності системи (значення ξ задане) визначається формулами:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для прискорень} \quad K_{\partial c} = \frac{C_\phi}{C}; \\ \text{для кінетичної потужності} \quad K_{\partial N} = \frac{D_\phi}{D}; \\ \text{для сумарних моментів} \quad K_{\partial M} = \frac{U_\phi}{U}. \end{array} \right\} \quad (2)$$

Аналіз осцилограм і карт динамічних характеристик показує, що при варіюванні швидкісного режиму механізму змінна величина збурюючої сили призводить до створення зон биття. При цьому відбувається неперервна зміна фактичного прискорення та моментів U_ϕ і D_ϕ , які по-різному проявляються зі зміною досліджуваних трьох груп законів періодичного руху.

Максимальні амплітуди прискорень, в порівнянні з теоретичними значеннями, найменш відхиляються у законів першої групи. Для цих законів немає яскраво виражених зон биття коливань. Завдяки їх якісним характеристикам в процесі вибігу відбувається неперервна зміна величини C_ϕ . Найбільший коефіцієнт динамічності для « C_0 » $K_{\partial c} = 2,2$, найменше його значення $K_{\partial c} = 0,94$ при $\xi = 4,81$. Загальний перепад коефіцієнта динамічності становить 2,34. Якщо врахувати, що динамічність системи при різних законах періодичного руху пропорціональна таким перепадам, то вказана величина для закону « C_0 » в порівнянні з іншими найбільш сприятлива.

Для другої групи законів руху характерне підвищення фактичних значень C_ϕ і U_ϕ . Зони збуджень виділяються яскравіше, особливо це стосується закону «0000».

Третя група законів руху відрізняється найбільшим відхиленням від теоретичних прискорень. Зони биття виявлені чітко, а коефіцієнти динамічності при певних частотних критеріях досягають $K_{\partial c} = 5,0$.

Ці динамічні явища істотно впливають на ведучу систему механізму, змінюючи при цьому дійсні максимальні значення сумарних моментів U_ϕ . При роботі експериментальної установки з кулачками, виконаними за законами третьої групи, були помічені значні шуми, а ступінь нерівномірності ходу кулачкового вала досягав 12%.

Таким чином, закони періодичного руху, що характеризуються початковим стрибком прискорення (друга та третя групи), мають при заданому частотному критерію менш сприятливі динамічні характеристики.

Порівнюючи осцилограми різних законів руху, слід зауважити, що при зміні критерію ξ , система проходить також зону оптимальних величин прискорень, де коефіцієнт динамічності $K_{\partial c} = 1,0$ або наближається до цього значення. Кількість оптимальних зон залежить від якісних характеристик законів, параметрів схеми механізму, частоти власних коливань.

Аналіз осцилограм показує, що динамічний фактор системи при інших сталих залежить від кратності співвідношення частоти вимушених і власних коливань. На рис. 3 а, б показані фрагменти осцилограм вибігу для закону « C_0 » при різних ξ . Цілком очевидно, що незважаючи на менше число обертів (рис. 3, б), коефіцієнт $K_{\partial c}$ більший на 14,5% в тому випадку, коли вільні коливання системи розповсюджуються без

перешкод на суміжну фазу, не змінюючись на границях фаз. Отже, співвідношення фаз руху коромисла і критерій частотної подібності є основними параметрами, від яких залежить період виникнення зон биття.

При наявності демпфированих систем динамічні характеристики законів руху якісно змінюються. Використання підшипників ковзання, як опор веденого вала приводить до істотного зменшення амплітуди вимушених коливань системи в міру росту декременту затухання.

Аналіз фрагментів осцилограм (рис. 4 а, б) показує, що при тривалих паузах власні коливання встигають затухати до початку наступної

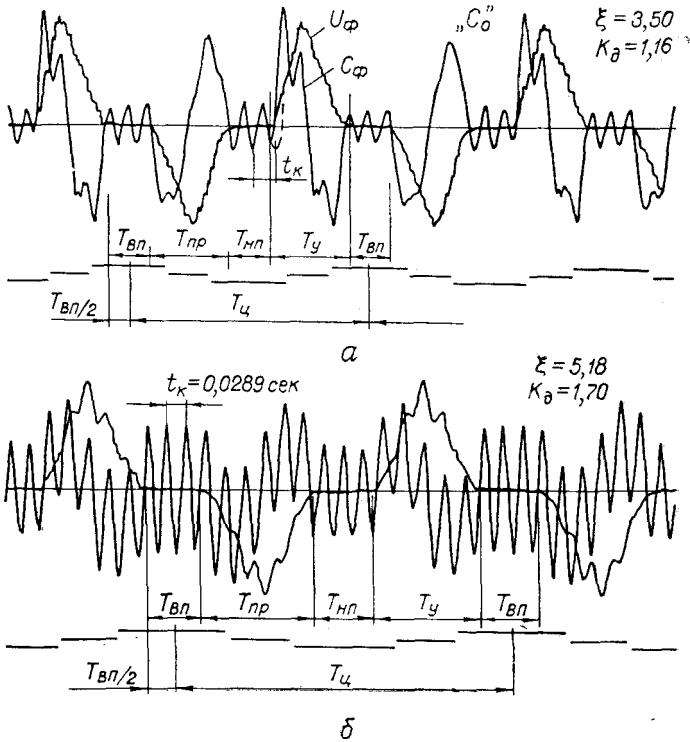


Рис. 3. Фрагменти осцилограм і зміна динамічних характеристик C_{ϕ} і U_{ϕ} при різних швидкісних режимах (підшипники кочення в опорах, закон руху — « C_0 »):

а — $\xi = 3,50$; $K_{\partial c} = 1,16$; б — $\xi = 5,18$; $K_{\partial c} = 1,70$.

фази. В цьому випадку, при інших сталих, коефіцієнт динамічності залежить лише від якісних особливостей самого закону.

Якщо ж власні коливання не встигають затухати на паузі, то їх енергія (як і при підшипниках кочення) зберігається і в період наступного руху коромисла. При збігу початку останнього півперіоду цих коливань за фазою та знаком з наступним коливанням може виникнути биття.

При аналізі узагальнених карт в окремих випадках помічено зниження $K_{\partial c}$ до значення меншого від одиниці. Переважно це спостерігається після значно збудженої зони, коли амплітуди власних коливань веденої маси на паузах досягають помітної величини і стають співрозмірними з амплітудами фактичних прискорень фаз руху. Це явище спостерігається у слабо демпфированих системах і пояснюється тим, що при певних законах руху пік амплітуди власних коливань на паузі і ве-

личина C_ϕ збігаються за фазою, але протилежні за знаком. При наявності демпферованих систем подібні явища не спостерігались.

Аналіз кривих зміни фактичних моментів вказує на взаємодію веденої і ведучої систем. Погіршення динамічних якостей веденої ланки призводить до зміни максимальних значень U_ϕ . Характерно, що в більшості випадків збільшення фактичних моментів U_ϕ відповідає зонам биття.

При наявності в системі підшипників ковзання в опорах валів моменти змінюються більш плавно, а ведуча система менш чутлива до різких знакозмінних впливів веденої маси.

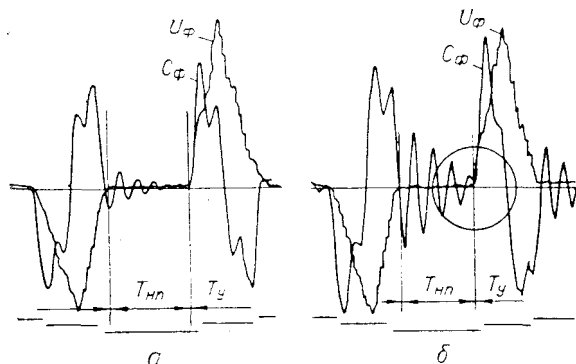


Рис. 4. Осцилограми динамічних характеристик C_ϕ і U_ϕ при різних умовах роботи системи:

a — вільні коливання в період паузи затухають; *b* — вільні коливання не затухають в період паузи і гасяться на границі фаз вистою і віддалення коромисла.

аналіз узагальнених карт, зміна фактичних величин D_ϕ повністю залежить від характеру наростання і спадання амплітуд вимушених коливань ведених мас. Зони биття фактичних прискорень негативно позначаються на зміні величини D_ϕ , яка коливається в широких межах, а коефіцієнт динамічності $K_{\Delta N}$ на певних ділянках має від'ємну величину.

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Як відмічалось вище, зростання амплітуд вимушених коливань може відбутися в будь-якій точці переходу фаз. В зв'язку з цим при аналітичному розв'язанні задачі вибігу розглянуто зміну функції переміщення, яка відповідає певному оберту кулачкового вала.

В періодичній та спеціальній літературі [1, 2, 3] висвітлені результати досліджень нестационарних коливань для систем, збурюючі сили яких змінюються за гармонійним законом. Наявність в кулачкових механізмах різноманітних співвідношень фаз вистоювання і руху коромисла, а також багатьох законів руху в значній мірі ускладнює задачу.

Як відомо, розглядувана система (рис. 1) кулачкового механізму може бути прийнята як одномасова [4], а диференціальне рівняння коливань веденої ланки виражене у вигляді:

$$\ddot{\phi} + 2n_* \dot{\phi} + \omega_*^2 \phi = \omega_*^2 f(t), \quad (3)$$

де n_* — коефіцієнт демпферування системи; ω_* — кругова частота вільних коливань; $f(t)$ — функція, яка характеризує закон зміни збурюючої сили.

При стаціонарному коливному процесі функція $f(t)$ є періодичною і для реальних механізмів задовольняє умовам Діріхле. Отже, вона може бути представлена рядом Фур'є

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t), \quad (4)$$

застосування якого дозволяє врахувати зміну частоти збурюючої сили. Тут $\Omega = \frac{2\pi}{T_B}$ — частота збурюючої сили, а величини a_0 , a_n , b_n визначаються формулами гармонійного аналізу:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T_B} \int_0^{T_B} f(t) dt, \\ a_n &= \frac{2}{T_B} \int_0^{T_B} f(t) \cos n\Omega t dt, \quad n = 1, 2, 3 \dots; \\ b_n &= \frac{2}{T_B} \int_0^{T_B} f(t) \sin n\Omega t dt, \quad n = 1, 2, 3 \dots \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для зручності аналітичного дослідження задачі далі вводяться величини D_n і δ_n , які зв'язані з a_n і b_n залежностями:

$$a_n = D_n \cos \delta_n; \quad b_n = -D_n \sin \delta_n.$$

При цьому вираз (4) набирає вигляду

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n\Omega t + \delta_n). \quad (6)$$

Експериментально встановлено [6], що при вибігу кутова швидкість кулачкового вала змінюється з певним наближенням за лінійним законом. Тому рівняння (3) з врахуванням (6) можна записати так:

$$\ddot{\varphi} + 2n_* \dot{\varphi} + \omega_*^2 \varphi = \omega_*^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(n \frac{\varepsilon t^2}{2} + \delta_n\right), \quad (7)$$

де ε — швидкість зміни частоти, яка вважається сталою; δ_n — початкова фаза n -ї гармоніки.

Тут величина a_0 опущена, бо частковий розв'язок рівняння (3), який їй відповідає, являє собою стале статичне відхилення веденої маси від її положення рівноваги.

Для знаходження часткового розв'язку рівняння (7), яке описує вимушені нестационарні коливання веденої ланки при розбігу (вибігу) механізму, вводиться комплексна функція ψ — така, що $\varphi = R_e \psi$ (8) і задовольняє диференціальне рівняння

$$\ddot{\psi} + 2n_* \dot{\psi} + \omega_*^2 \psi = \omega_*^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-i\Theta_n(t)}, \quad (9)$$

де $\Theta_n(t) = n \frac{\varepsilon t^2}{2} + \delta_n$; — дійсна частина функції ψ ; $i = \sqrt{-1}$.

При нульових початкових умовах розв'язок рівняння (9):

$$\psi(t) = \frac{\omega_*^2}{\omega_3} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \int_0^t e^{-i\Theta_n(\tau) - n_*(t-\tau)} \sin \omega_3(t-\tau) d\tau, \quad (10)$$

де $\omega_3 = \sqrt{\omega_*^2 - n_*^2}$ — кругова частота затухаючих коливань.

Як бачимо, інтеграл (10) не виражається через елементарні функції, а при його обчисленні виникають труднощі, зв'язані з тим, що підінтегральна функція є швидкоколивною. Тому далі використовуються інтеграли імовірності від комплексного аргумента

$$W(z) = e^{-z^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{z^2} dz \right). \quad (11)$$

За тотожністю Ейлера, $\sin \omega_3(t - \tau) = \frac{e^{i\omega_3(t-\tau)} - e^{-i\omega_3(t-\tau)}}{2i}$.

Тоді розв'язок рівняння (10) можна записати:

$$\begin{aligned} \psi(t) = & \frac{\omega_*^2}{2i\omega_3} \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{(i\omega_3 - n_*)t - i\delta_n} \int_0^t e^{-in\frac{\epsilon\tau^2}{2} - (i\omega_3 + n_*)\tau} d\tau - \\ & - \frac{\omega_*^2}{2i\omega_3} \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-(i\omega_3 + n_*)t - i\delta_n} \int_0^t e^{-in\frac{\epsilon\tau^2}{2} - (i\omega_3 - n_*)\tau} d\tau. \end{aligned}$$

Якщо покласти в першому і другому інтегралі відповідно

$$\left. \begin{aligned} V_n &= \frac{i-1}{2\sqrt{n\epsilon}} (n\epsilon\tau + \omega_3 + in_*); \\ U_n &= \frac{1-i}{2\sqrt{n\epsilon}} (n\epsilon\tau - \omega_3 - in_*), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

то

$$\begin{aligned} \psi(t) = & \frac{(i-1)\omega_*^2}{2\omega_3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_n}{\sqrt{n\epsilon}} \left[e^{-V_n^2} \int_{V_{n0}}^{V_n} e^{V_n^2} dV_n + \right. \\ & \left. + e^{-U_n^2} \int_{U_{n0}}^{U_n} e^{U_n^2} dU_n \right] e^{-\Theta_n(t)}, \end{aligned} \quad (13)$$

де U_{n0} і V_{n0} — значення U_n і V_n при $t=0$;

$$\begin{aligned} U_{n0} &= \frac{1-i}{2\sqrt{n\epsilon}} (in_* - \omega_3); \quad V_{n0} = \frac{i-1}{2\sqrt{n\epsilon}} (in_* + \omega_3); \\ - (i\omega_3 - n_*)t - i\delta_n &= -i\Theta(t) - V_n^2 + V_{n0}^2 \text{ при } \tau = t; \\ - i\frac{n\epsilon\tau^2}{2} - (i\omega_3 - n_*)\tau &= V_n^2 - V_{n0}^2; \quad d\tau = -\frac{1+i}{\sqrt{n\epsilon}} dV_n; \\ - (i\omega_3 + n_*)t - i\delta_n &= -i\Theta_n(t) - U_n^2 + U_{n0}^2 \text{ при } \tau = t; \\ - i\frac{n\epsilon\tau^2}{2} + (i\omega_3 + n_*)\tau &= U_n^2 - U_{n0}^2; \quad d\tau = \frac{1+i}{\sqrt{n\epsilon}} dU_n. \end{aligned}$$

Із введенням позначення

$$A_n(t) = \frac{(i-1)\omega_*^2}{2\omega_3} \frac{D_n}{\sqrt{n\epsilon}} \left[e^{-V_n^2} \int_{V_{n0}}^{V_n} e^{V_n^2} dV_n + e^{-U_n^2} \int_{U_{n0}}^{U_n} e^{-U_n^2} dU_n \right] \quad (14)$$

вираз (13) набирає вигляду: $\psi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) e^{-i\Theta_n(t)}$. (15)

На підставі (8) можна записати

$$\varphi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} |A_n(t)| \cos [\Theta(t) + \delta_n^*(t)], \quad (16)$$

$$\text{де} \quad \delta_n^*(t) = -\arctg \frac{J_m A_n(t)}{R_e A_n(t)}, \quad (17)$$

Тут $J_m A_n(t)$ — уявна частина $A_n(t)$; $|A_n(t)|$ — модуль цієї функції. Таким чином, з виразу (16) випливає, що $|A_n(t)|$ являє собою амплітуди вимушених коливань відповідно n -м гармонікам збудуючої сили і є обвідною кривою коливного процесу для n -ї гармоніки.

Через інтеграли імовірності (11) вираз (14) запишеться в такому вигляді:

$$A_n(t) = \frac{(i+1) \omega_*^2 D_n \sqrt{\pi}}{4 \omega_3 \sqrt{V \varepsilon}} [W(U_n) + W(V_n) - W(U_{n0}) e^{U_{n0}^2 - U_n^2} - W(V_{n0}) e^{V_{n0}^2 - V_n^2}]. \quad (18)$$

Останні два члени в квадратних дужках, помножені на $e^{-i\Theta_n(t)}$, являють собою затухаючі вільні коливання веденої пружної системи, викликані в початковий момент зовнішнім навантаженням.

З метою узагальнення досліджень нестационарного коливного процесу у вираз (18) вводиться критерій частотної подібності ξ , що зв'язаний із змінною t рівністю $t = \frac{\omega_*}{\varepsilon \xi}$. При цьому амплітуда може бути подана у безрозмірному вигляді:

$$C_\Phi(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} |A_n(\xi)| = \frac{\omega_*^2 \sqrt{2\pi}}{4 \omega_3 \sqrt{V \varepsilon}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_n}{\sqrt{V_n}} |W(U_n) + W(V_n) - W(U_{n0}) e^{U_{n0}^2 - U_n^2} - W(V_{n0}) e^{V_{n0}^2 - V_n^2}|. \quad (19)$$

Таким чином, величина $C_\Phi(\xi)$ може бути досліджена для певних значень критерію ξ при заданому виразі функції закону руху $f(t)$ та деяких заданих сталих величинах, що входять у рівняння (19).

Розрахунок значень максимальних амплітуд C_Φ був виконаний на ЕЦВМ. Провіріці підлягали два закони періодич-

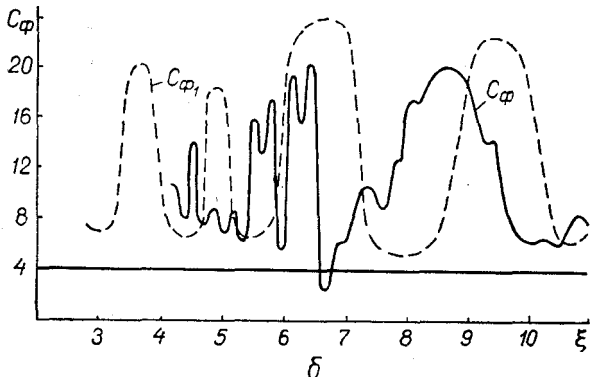
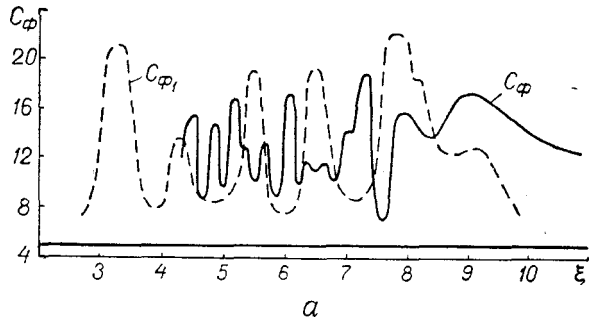


Рис. 5. Графіки $C_\Phi(\xi)$ для різних законів періодичного руху: а — закон руху «К»; б — закон руху «0050». (Тут C_{Φ_1} — зміна фактичних максимальних амплітуд прискорень, одержана аналітично; C_Φ — відповідна крива, одержана експериментальним шляхом).

ного руху: косинусоїдальний «К» і сталі прискорення «0050». З цією метою функція переміщень була розкладена в ряд Фур'є і одержано коефіцієнти D_n і δ_n . Дослідження велося на ділянці нестационарного режиму при значенні критерію частотної подібності $\xi = 2,0 \div 14$ з кроком 0,1. Обробка результатів на ЕЦВМ дала можливість побудувати графіки $C_{\phi_1}(\xi)$ для вказаних законів (рис. 5 а, б) і визначити зони биття.

Порівнюючи величини C_{ϕ_1} (пунктирна крива) з фактичними значеннями максимальних амплітуд C_{ϕ} , одержаними експериментально в процесі вибігу, неважко зауважити розходження в досягненні екстремуму. При цьому розходження в максимумі амплітуд в окремих випадках досягає 16%, а по фазі виникаючих зон биття не перебільшує 10%. Слід також відмітити, що аналітичним методом не зафіксовано цілого ряду менших за амплітудою значень C_{ϕ_1} .

Вказані явища пояснюються тим, що формула (19) не повністю відображає реальний процес спаду кутової швидкості при вибігу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Е. Г. Голоскоков, А. П. Филлипов. Нестационарные колебания механических систем. «Наукова думка», К., 1966.
2. А. М. Кац. Вынужденные колебания при прохождении через резонанс. Инженерный сборник, т. 3, вып. 2, 1947.
3. Л. Г. Лойцянский, А. Н. Лурье. Теоретическая механика, ч. 3, ОНТИ, Л.—М., 1934.
4. Э. А. Савин. Синтез законов движения инерционных кулачковых механизмов с учетом упругости звеньев ведомой системы. Автореферат канд. диссертации. УПИ им. Ив. Федорова, Львов, 1967.
5. Д. М. Сенник. Энергетична ефективність кулачкових механізмів при чисто динамічному навантаженні. «Поліграфія і видавничі справа», вип. 2, Львов, 1965.
6. Д. Н. Сенник. Вопросы оптимизации инженерного синтеза коромысловых кулачковых механизмов. Автореферат канд. диссертации. Львов, 1968.
7. К. В. Тир. Механика полиграфических автоматов, М., 1965.

V. M. GEMBARA, D. M. SENYK

THE DYNAMICS OF CAM-AND-RIDER MECHANISMS AT THE NON-ESTABLISHED MOTION

Summary

In the paper an analysis of the dynamic characteristics (acceleration, moments, and cinematic power) at non-established working regime of the cam spindle is given. Generalized charts of the dynamic characteristics at the change of the frequency criterion of the system for various motion's laws were experimentally obtained. An analytical method of the determination of driven mass oscillation amplitude is also expounded.
