

МІНІМАЛЬНІ РАДІУСИ КРИВИНИ ЦЕНТРОВИХ КРИВИХ КУЛАЧКІВ

Хоча питанням синтезу плоских коромислових кулачкових механізмів присвячено багато досліджень, але задача визначення розмірів кулачків з умов контактної міцності в загальному ще не вирішена.

Опубліковані раніше карти блокуючих контурів [1] дають наближене рішення при синтезі центральних коромислових кулачкових механізмів. Однак під час проектування машин-автоматів широко застосовується незліченна кількість сімей нецентральных схем.

Окремі дослідження, проведені американськими інженерами М. Клумоком і Р. Мафлеєм [2], не знайшли широкого розповсюдження в конструкторській практиці, бо стосуються обмеженої кількості законів періодичного руху і геометричних параметрів.

Дослідження кутів тиску і циклових к. к. д. [3] при варіюванні геометричних параметрів механізмів для шести законів руху, що відрізняються значеннями констант піків швидкості $B = \frac{V_m}{ST^{-1}}$ [4], дають

можливість упевнено вибирати розміри кулачка з умов віддалення від заклинювання і високої енергетичної ефективності. Але під час реального інженерного синтезу кулачкових механізмів необхідно також синтезувати розміри кулачків з умов контактної міцності.

В існуючій спеціальній літературі рекомендується проводити попередній вибір розміру кулачка, виходячи з обмеження кута тиску $[\alpha_m]$, з подальшою перевіркою контактних напружень.

Для схеми механізму (рис. 1), яку ми розглядаємо, величина контактних напружень між роликом і кулачком визначається за відомою формулою

$$\sigma_k = 0,418 \sqrt{\frac{Q E_{np}}{b} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_n} \right)}, \quad (1)$$

де Q — розрахункове навантаження, b — довжина лінії контакту ролика і кулачка, E_{np} — приведений модуль пружності, r_1 — радіус ролика, r_n — радіус кривини дійсного профілю кулачка.

Аналіз формули (1) показує, що, розв'язуючи задачу вибору механізму методом послідовного наближення, конструкторові необхідно врахувати зміну величин радіусів кривини дійсного профілю кулачка протягом усього періоду віддалення, з послідовним варіюванням геометричних параметрів структурної схеми механізму.

Громіздкість цього методу очевидна.

Рационалізувати інженерний синтез плоских нецентральных кулачкових механізмів можна нагромадженням інформації про позиційні і мінімальні радіуси кривини центрових кривих на базі використання методів теорії подібності і теорії розмірності [5].

Шукані радіуси кривини ρ_k визначаються для кожної точки центральної кривої за формулою

$$\rho_k = \frac{r_k}{\left(1 - \frac{d\Theta}{d\psi}\right) \cos \Theta}, \quad (2)$$

де r_k — радіус-вектор центральної кривої кулачка, Θ — кут підйому профіля, ψ — полярна кутова координата точки контакту ролика і кулачка.

Формула (2), що виведена з [4], у загальному вигляді придатна для кулачкових механізмів будь-якого типу. Під час аналізу радіусів кривини наявність у цій формулі Θ конкретизує її застосування, бо величина кутів підйому ($\Theta = \alpha + \delta$, δ — кут зміщення, α — кут тиску) є величиною, залежною від типу механізму і його заданих геометричних параметрів. У зв'язку з цим значно змінюється кінцевий вигляд розрахункової формули.

КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ З ПОСТУПОВИМ ШТОВХАЧЕМ

Згідно зі схемою на рис. 1, а, кут підйому виражається формулою

$$\Theta = \alpha + \delta = \arctg \left(\frac{\frac{b_k}{\varphi_y} - e_0}{\frac{h_0}{S} + a_k} \right) + \arctg \left(\frac{e_0}{\frac{h_0}{S} + a_k} \right), \quad (3)$$

де a_k ; b_k — позиційні інваріанти подібності переміщення і швидкості штовхача; $\varphi_y = \omega T$ — кут повороту кулачка за час віддалення коромисла.

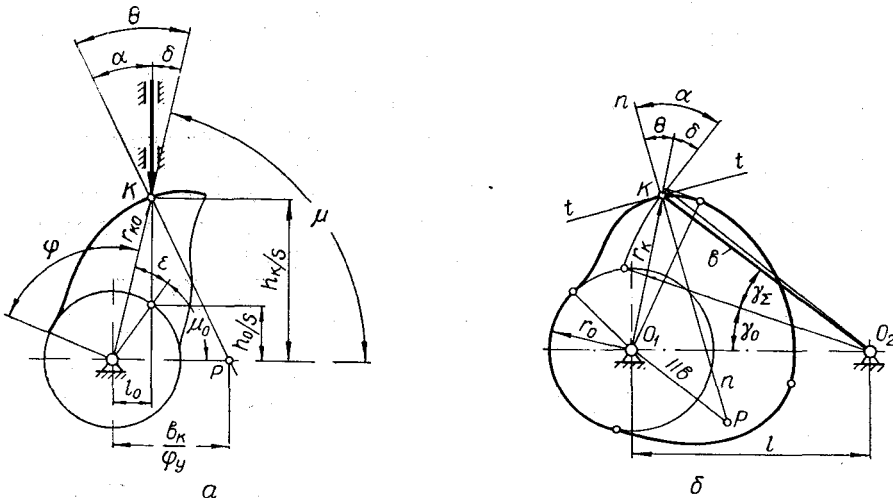


Рис. 1. Розрахункові схеми кулачкових механізмів
а — з поступовим штовхачем; б — з коромислом.

Величини похідної $\frac{d\Theta}{d\psi}$ визначаються у вигляді відношення частинних похідних

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Theta}{d\psi} &= \frac{d\Theta}{dk} \cdot \frac{dk}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{d\psi}, \\ \text{де} \quad k &= \frac{\varphi}{\varphi_y}; \quad dk = \frac{d\varphi}{d\varphi_y}; \quad \frac{dk}{d\varphi} = \frac{1}{\varphi_y}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Враховуючи (3) і (4), запишемо значення $\frac{d\Theta}{dk}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Theta}{dk} = \frac{d\alpha}{dk} + \frac{d\delta}{dk} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\frac{c_k}{\varphi_y} \left(\frac{h_0}{S} + a_k \right) - \left(\frac{b_k}{\varphi_y} - e_0 \right) b_k}{\left(\frac{h_0}{S} + a_k \right)^2} \pm \\ \pm \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \cdot \frac{b_k e_0}{\left(\frac{h_0}{S} + a_k \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Величина полярної кутової координати і її похідна виражаються

$$\begin{aligned} \psi = \varphi_y - \xi = \varphi_y - (\mu - \mu_0) = \varphi_y - \\ - \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{h_0}{S} + a_k}{e_0} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{h_0}{S}}{e_0} \right) \right]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = 1 - \frac{b_k e_0}{(1 + \operatorname{tg}^2 \mu) e_0^2 \varphi_y}. \quad (7)$$

Внаслідок громіздких перетворень для зміщених кулачкових механізмів з поступовим штовхачем знаходимо

$$\rho_{\text{пз}} = \frac{[(b_k - e_0 \varphi_y)^2 + h_{ko}^2 \varphi_y^2]^{3/2}}{\varphi_y (h_{ko}^2 \varphi_y^2 + 2 b_k h_{ko} - 3 b_k \varphi_y e_0 + e_0^2 \varphi_y^2 - h_{ko} c_k)} S. \quad (8)$$

Для центрального кулачкового механізму $e_0 = 0$; $h_{ko} = r_{ho} + a_k = r_{ko}$, а тому

$$\rho_{\text{пз}} = \frac{\left[\left(\frac{b_k}{\varphi_y} \right)^2 + r_{ko}^2 \right]^{3/2}}{\left[r_{ko}^2 + 2 \left(\frac{b_k}{\varphi_y} \right)^2 - r_{ko} \frac{C}{\varphi_y^2} \right]} \cdot S. \quad (9)$$

З метою інженерного синтезу розглянутих механізмів під час використання вихідних законів періодичного руху К. В. Тір рекомендує емпіричну формулу

$$R_{\text{min}} = \frac{\rho_{\text{min}}}{S} \cong 0,92 \frac{r_{\text{mo}}^2}{r_{\text{mo}} + \frac{C}{\varphi_y^2}}, \quad (10)$$

де $r_{\text{mo}} = \frac{r_0}{S} + 1$ — відносний максимальний радіус-вектор еквідистантної кривої; C — константа піка прискорення.

На рис. 2 показано узагальнену номограму, що відображає взаємозв'язок характеристик кулачкового механізму, які входять у формулу (10).

Користуючись цією номограмою можна вирішити задачі як аналізу ρ_{min} (r_{mo} ; φ_y ; C), так і синтезу $\frac{r_0}{S}$ ($[R_{\text{min}}]$; C ; φ_y). Номограму можна використати для всіх вихідних законів періодичного руху штовхача.

КОРОМИСЛОВІ КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

Ураховуючи (4), формулу (2) можна записати у вигляді

$$\rho_k = \frac{r_k}{\left(1 - \frac{d\Theta}{dk} : \frac{d\psi}{dk} \right) \cos \Theta}. \quad (11)$$

Очевидно, що для дискових кулачків з розмірним обертанням, вістря (центр ролика) невинно переміщується по центровій кривій профілю кулачка, тобто зворотні відносні переміщення вістря по ній відсутні. Таким чином похідна $\frac{d\psi}{dk}$ завжди додатня.

З другого боку очевидно, що мінімальні додатні радіуси кривини $\rho_{\min}$ за монотонного наростання r_k мінімізуються тільки тоді, коли знаменник формули (11) зростає більш інтенсивно, тобто за від'ємних значень похідної $\frac{d\theta}{dk}$, які відповідають спаду кута підйому профіля θ .

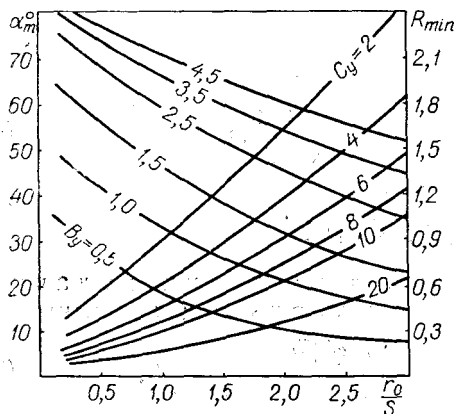


Рис. 2. Узагальнена номограма для аналізу $\rho_{\min}(r_0; \varphi_y; C)$ і синтезу $\frac{r_0}{S}$ ($[R_{\min}]$; C ; φ_y) кулачків з поступовим штовхачем.

У зв'язку з цим пошук $\rho_{\min}$ спрямований на ділянці центрової кривої профілю кулачка, що відповідає спаду величини θ , тобто коли $\frac{d\theta}{dk} < 0$.

Якщо поділити ліву і праву частину рівняння (11) на l (довжину базовіддалі, рис. 1, б), то розрахункова формула набере вигляду

$$\rho_{u.o} = \left| \frac{r_{ko}}{\left(1 - \frac{d\theta}{dk} : \frac{d\psi}{dk}\right) \cos \theta} \right|_{\min} \quad (12)$$

де

$$\rho_{u.o} = \frac{\rho_{\min}}{l}; \quad r_{ko} = \frac{r_k}{l}.$$

Для плоского коромислового кулачкового механізму величина кута підйому центрової кривої визначається формулою (рис. 1, б)

$$\theta = \arctg \left[\frac{\beta b_k \left(\frac{\gamma_y}{\varphi_y} \right) - \cos \gamma + \beta}{\sin \gamma} \right] + \arctg \left[\frac{\cos \gamma - \beta}{\sin \gamma} \right], \quad (13)$$

де $\beta = \frac{b}{l}$ — відносна довжина коромисла; $\gamma = \gamma_0 + a_k \gamma_y$ — кутова координата коромисла; γ_y — кутовий розмах коромисла; γ_0 — початковий кут положення коромисла відносно лінії центрів O_1O_2 .

Величина похідної, з урахуванням змінних геометричних параметрів, виражається

$$\frac{d\theta}{dk} = \frac{b_k \gamma_y}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{1 - \beta \left(\frac{b_k \gamma_y}{\varphi_y} + 1 \right) \cos \gamma + \frac{\beta c_k}{b_k \varphi_y} \sin \gamma}{1 + \tg^2 \alpha} - \frac{1 - \beta \cos \gamma}{1 + \tg^2 \delta} \right]. \quad (14)$$

У свою чергу $\frac{d\psi}{dk}$ для коромислових штовхачів

$$\frac{d\psi}{dk} = \varphi_y - \gamma_y \beta b_k \left[\frac{\frac{\sin^2 \gamma}{1 + \beta^2 - 2\beta \sin \gamma}}{\sqrt{1 + \beta^2 - 2\beta \cos \gamma}} \sqrt{1 - \frac{\beta \cdot \sin \gamma}{\sqrt{1 + \beta^2 - 2\beta \cos \gamma}}} \right]. \quad (15)$$

Щоб полегшити проблеми практичного інженерного синтезу коро-

мислових кулачкових механізмів, кафедрою поліграфічних машин УПІ ім. Івана Федорова на базі точних аналітичних розрахунків з використанням ЕЦОМ* проведені широкі дослідження мінімальних радіусів кривини центрної кривої кулачка і узагальнено нагромаджені дані у вигляді систематизованих таблиць, графіків і номограм, що складені у критеріальній формі.

На першому етапі досліджень визначені позиційні відносні радіуси кривини випуклої частини центрної кривої кулачків з кроком розрахунків $\Delta k = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \varphi_y} = 0,5$.

Під час досліджень для кожного з десяти обраних законів періодичного руху варіювались: кутові розмахи коромисла $\gamma_z = 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; \dots; 70^\circ$; фазові кути $\varphi_y = 15^\circ; 30^\circ; \dots; 135^\circ; 150^\circ$; відносні розміри початкової шайби кулачка $\rho_0 = \frac{r_0}{l} = 0,1; 0,2; 0,3 \dots 0,9; 1,0$; відносні довжини коромисла $\beta = \frac{b}{l} = 0,3; 0,4; \dots; 1,5; 1,6$, враховуючи обмеження β з умов віддалення від заклинювання механізму (значення кута тиску на початку фази віддалення $[\alpha_{om}] = 60^\circ$).

Другим етапом досліджень став відбір і систематизація знайдених величин відносних радіусів кривини центрної кривої $\rho_{ц.о} = \frac{\rho_{min}}{l}$ і узагальнення їх у графіках $\rho_{ц.о} = f(\rho_0; \beta; \gamma_z; \varphi_y)$ для кожного досліджуваного закону періодичного руху. Характеристики їх зведено у таблицю.

Характеристики законів періодичного руху

Шифр законів руху	Основні характеристики (константи)			Шифр законів руху	Основні характеристики (константи)		
	B	C	D		B	C	D
0050	2,0	4,0	8,0	0307 (1,5)	1,469	5,998	3,947
K	1,57	4,94	3,88	7,3	2,264	7,843	14,484
Ш	1,88	5,77	6,69	2,9	1,625	5,815	4,876
0000	1,50	6,00	3,46	2,10	1,564	5,961	4,876
C ₀	2,0	6,28	8,16	2,12	1,469	6,428	4,963

Усі закони відрізняються характером зміни діаграми прискорення в межах $4,0 < C < 7,8$.

Враховуючи кількість варійованих параметрів, всього на ЕЦОМ досліджено близько 70 000 кінематичних схем нецентральної коромислових кулачкових механізмів.

Накопичені значення величини $\rho_{ц.о}$ за кінематичний цикл разом з деякими заданими геометричними параметрами і законом періодичного руху послужили основою для побудови 560 узагальнених карт $\rho_{ц.о}$, зблокованих на 140 листах так, як це показано на рис. 3.

Тут по осі абсцис відкладені величини відносної довжини коромисла $\beta = \frac{b}{l}$, по осі ординат — відносні радіуси кривини під час зміни відносної величини початкової шайби кулачка $\rho_0 = \frac{r_0}{l}$. Постійним для кожної конкретної карти є фазові кути φ_y і кутові розмахи γ_z . Для кожної кривої, що відповідає конкретній величині ρ_0 , існують граничні значення β , зумовлені допустимим заданим кутом тиску на початку

* Розрахунок на ЕЦОМ проводили Я. С. Бердник і А. М. Возний.

фази — $[\alpha_{om}]$ (якщо $k = \frac{\varphi_i}{\varphi_y} = 0$). Це дозволяє побудувати (для кожної конкретної карти) криву, що обмежує вибір параметрів ρ_0 і β під час синтезу коромислових кулачкових механізмів.

Аналіз карт дає можливість прослідкувати зміну $\rho_{ц.о.}$ під час варіювання різних геометричних параметрів. Так, зміна відносної довжини коромисла β неоднаково впливає на величину відносного радіуса кривини. За малих розмахів коромисла вплив β незначний. Збільшення кутового розмаху γ_z суттєво впливає на розподіл відносних радіусів кривини $\rho_{ц.о.}$ (особливо при значному γ_z) і досягає 30—40%. Це пояснюється зростанням кутової поправки, що корегує полярні кути центрної кривої, які відповідають кутам віддалення і наближення.

На рис. 4, а показано криві зміни $\rho_{ц.о.}$ при варіюванні β і постійних величинах $\rho_0 = 0,4$ і $\varphi_y = 90^\circ$. Зміна фазового кута і початкового радіуса кулачка в той чи інший бік не змінює якісної картини кривих $\rho_{ц.о.} = (\beta; \gamma_z)$.

Збільшення розміру $\rho_0 = \frac{r_0}{l}$ спричиняється до інтенсивного зростання відносних мінімальних радіусів кривини (рис. 4, б). За деяких постійних значень параметрів схеми механізму

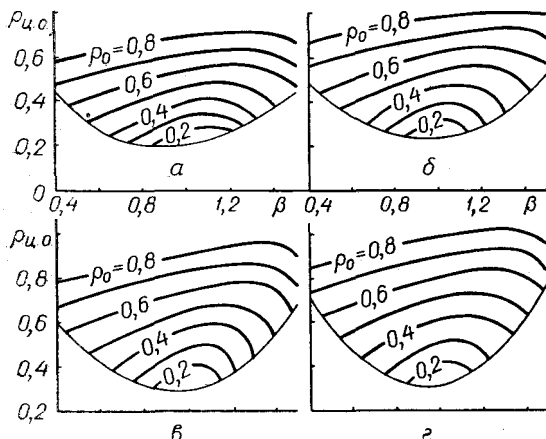


Рис. 3. Узагальнена карта відносного радіуса кривини при заданих значеннях фазових кутів:

а — $\varphi_y = 75^\circ$; б — $\varphi_y = 90^\circ$; в — $\varphi_y = 120^\circ$; г — $\varphi_y = 150^\circ$.

му [тут $\beta = 1,0$; $\varphi_y = 90^\circ$] найбільший вплив $\rho_0 = \frac{r_0}{l}$ спостерігається при малих кутових розмахів коромисла. Як видно з графіка, поступове збільшення γ_z у цьому випадку покращує розглянуті характеристики механізму. Аналіз відносних мінімальних радіусів кривини за інших значень постійних φ_y і β (більших чи менших від одиниці) спричиняється до аналогічної картини розподілу $\rho_{ц.о.}$

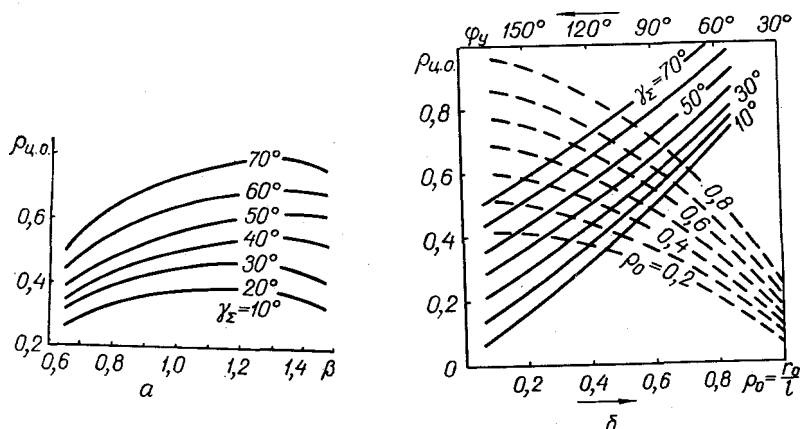


Рис. 4. Зміна мінімальних радіусів кривини при варіюванні параметрів схеми механізму:

а — при зміні відносної довжини коромисла і кутового розмаху; б — при зміні відносного радіуса кулачка ρ_0 фазових кутів φ_y і кутових розмахів γ_z .

Зміна $\rho_{ц.о}$ під час варіювання фазових кутів показана на рис. 4, б (пунктирні криві) за деяких постійних $\gamma_m = 30^\circ$ і $\beta = 1,0$. Тут суттєве значення мають також величини відносного радіуса кулачка ρ_0 , які поліпшують характеристики кривини, коли збільшується ρ_0 . Значний вплив на $\rho_{ц.о}$ мають фазові кути φ_y , якщо зростають радіуси кулачка ρ_0 . Коли $\rho_0 = 0,8$ (рис. 4, б), то різниця при $\varphi_y = 30^\circ$ і $\varphi_y = 150^\circ$ досягає 70%, що слід враховувати під час складання циклової діаграми машин-автоматів.

Аналіз побудованих карт показує, що на досягнення мінімуму радіуса кривини має значний вплив закон періодичного руху веденої ланки.

На рис. 5 показано графіки зміни $\rho_{ц.о}$ під час варіювання досліджуваних законів періодичного руху у вигляді константи піка прискорення C . Очевидно, що при фіксованому значенні ρ_0 більш доцільними тут є закони руху з меншою величиною $C = \frac{W_m}{\gamma T^2}$.

Отже, використання графіків $\rho_{ц.о}$ разом з розробленими раніше матеріалами щодо кутів тиску і коефіцієнтів корисної дії різних схем механізмів принесе значну користь під час ескізного і технічного проектування машин-автоматів, коли всі основні параметри виконавчих кулачкових механізмів багато разів змінюються у процесі компоновки суміжних вузлів. Конструктору досить оцінити розміри кулачків при заданих технологічних умовах по складених картах, і, не вдаючись до трудомістких розрахунків, впевнено вести пошук оптимального розв'язку.

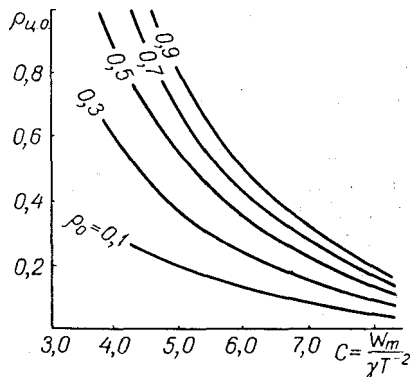


Рис. 5. Вплив законів руху (константи піка прискорення C) на величину мінімального радіуса кривини при фіксованому значенні ρ_0 .

ЛІТЕРАТУРА

1. К. В. Тир, Д. Н. Сеник. Приближенный инженерный синтез центральных кулачковых механизмов. В сб. «Анализ и синтез механизмов», М., «Наука», 1970.
2. Klootok M. and Maffley R. Determination of Radius of Curvature vor Radial and Swinging Follower Cam Systems—Transactions A. S. M. E., 1956.
3. Д. Н. Сеник. Вопросы оптимизации инженерного синтеза коромысловых кулачковых механизмов. Автореферат канд. диссертации, Львов, 1968.
4. К. В. Тир. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.
5. К. В. Тир. Метод инвариантов подобия в механике машин. «Научн. зап. УПИ им. Ив. Федорова», т. XIV, Львов, 1961.

TIR K. V., SENIK D. M.

THE MINIMUM CURVATURE RADII OF THE CAMS CENTER CURVES

Summary

The results of the analytical investigations on the computer of the curvature radii of 30.000 schemes of the cam mechanisms with a rock shaft are cited.

The formulas and the analysis results in the form of generalized charts of the relative minimum curvature radii, and of the variable geometrical parameters of the cam mechanisms, are cited.