

АНАЛІТИЧНА МЕХАНІКА ЛЯМБДОПОДІБНИХ МЕХАНІЗМІВ ЧЕБИШЕВА З ПАУЗАМИ ВЕДЕНОЇ ЛАНКИ *

Для забезпечення циклічного руху з паузою веденої ланки можна використовувати шарнірний механізм, який показано на рис. 1. В основі цього механізму так званий симетричний лямбдоподібний механізм Чебишева $OABCD$, у якого $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{BD} = l$, $\overline{OA} < l$, а $\overline{OC} + \overline{OA} < 2l$. При цих співвідношеннях розмірів ланок точка D шатуна ABD описує криву, яка симетрична відносно осі CO_1 . Вісь CO_1 проходить через центр обертання C коромисла BC і утворює з лінією центрів $CO \nrightarrow O_1CO = \pi - \frac{\Omega}{2}$.

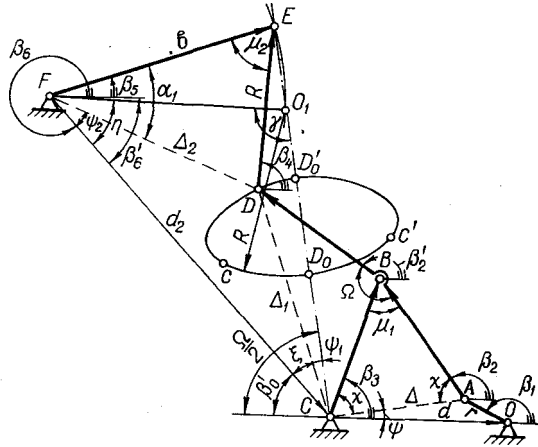


Рис. 1. Розрахункова схема лямбдоподібного механізму Чебишева з приєднаною групою II класу I виду.

При відповідному підборі відносних розмірів $r = \frac{\overline{OA}}{l}$, $d = \frac{\overline{CO}}{l}$ і кута Ω траєкторія точки D на деякій ділянці cc' мало відрізняється від дуги кола радіуса $R = \frac{\overline{ED}}{l}$.

Щоб одержати механізм з паузою (зупинкою) веденої ланки, в точці D під'єднуються структурні групи II класу I або II виду (механізми з приєднаною групою II виду тут не розглядаються). Довжина шатуна DE повинна дорівнювати радіусу R , а положення нерухомого шарніра F вибирається таким чином, щоб в одному з крайніх положень ланки EF точка E збігалася з точкою O_1 , центром кола, до якого наближається траєкторія точки D на ділянці cc' .

Внаслідок цього ведена ланка в одному з крайніх положень має зупинку, період якої дорівнює часу проходження точки D ділянки cc' . Кут повороту кривошипа OA за час зупинки веденої ланки позначимо через 2α .

Метричний синтез цих механізмів детально висвітлено у [2—4, 7, 9].

У нашій роботі наводяться методика і деякі результати аналітичного дослідження руху лямбдоподібних механізмів Чебишева з приєднаною групою II класу I виду.

* Про деякі результати цих досліджень автор доповідав на міжвузівській конференції по методах розрахунку механізмів машин-автоматів [6].

З метою узагальнення одержаних даних і перенесення їх на інші можливі геометричні розміри ланок нами при дослідженнях використані аналітичні методи розрахунку, які базуються на теорії подібності [8].

При кінематичному дослідженні вважаються заданими:

1. Закон руху ведучої ланки (приймаємо $\omega_1 = \text{const}$).

2. Відносні розміри ланок — r , d , $b = \frac{EF}{l}$, $d_1 = \frac{OF}{l}$, $d_2 = \frac{CF}{l}$ і кут Ω . Положення шарніра F може також визначатися довжиною b коромисла EF і кутом $\gamma = \angle CO_1F$.

Аналітичні залежності основних кінематичних величин можна одержати, якщо умовно зобразити цей механізм (див., рис. 1) у вигляді двох замкнутих векторних контурів $OABCO$ і $FCBDEF$. Тоді для кожного контура можна записати два рівняння проєкцій на координатні осі:

$$\left. \begin{aligned} d + r \cos \beta_1 + \cos \beta_2 &= \cos \beta_3, \\ r \sin \beta_1 + \sin \beta_2 &= \sin \beta_3, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} d_2 \cos \beta_6 + \cos \beta_3 + \cos \beta_2' + R \cos \beta_4 &= b \cos \beta_5, \\ d_2 \sin \beta_6 + \sin \beta_3 + \sin \beta_2' + R \sin \beta_4 &= b \sin \beta_5. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Тут кути β_i визначають положення відповідних ланок ($i=1, 2, 3, 4, 5$) і відраховуються так, як показано на рис. 1, $\beta_2' = \beta_2 + \pi - \Omega$.

Кути β_2 , β_3 , β_4 і β_5 можна визначити безпосередньо з рівнянь (1) і (2) [1]. Проте в цьому випадку необхідно розв'язати квадратне рівняння, в якому важко правильно вибрати корінь, особливо це стосується рівнянь (2). Тому більш зручний такий шлях розрахунків [8].

Визначаємо довжину і положення допоміжної лінії

$$\Delta = \frac{AC}{l} = \sqrt{d^2 + r^2 + 2dr \cos \beta_1}, \quad (3)$$

$$\psi = \arcsin \frac{r \sin \beta_1}{\Delta}. \quad (4)$$

У зв'язку з тим, що $\triangle ABC$ рівнобедрений ($\overline{AB} = \overline{BC}$), то кути

$$\mu_1 = 2 \arcsin \frac{\Delta}{2}, \quad \chi = \frac{\pi - \mu_1}{2}. \quad (5)$$

Тоді

$$\beta_2 = \pi - \chi + \psi, \quad \beta_3 = \chi + \psi. \quad (6)$$

З $\triangle CDF$ знаходимо

$$\Delta_2 = \sqrt{\Delta_1^2 + d_2^2 - 2\Delta_1 d_2 \cos \xi}, \quad (7)$$

$$\psi_2 = \arcsin \frac{\Delta_1 \sin \xi}{\Delta_2}, \quad (8)$$

де $\xi = \beta_6 - 2\pi + \frac{\Omega}{2} - \psi_1$, $\Delta_1 = 2 \sin \frac{\Omega - \mu_1}{2}$, а $\psi_1 = \psi$ [9].

Розглянувши $\triangle FDE$, запишемо, що

$$\mu_2 = \arcsin \cos \frac{R^2 - b^2 - \Delta_2^2}{2Rb}, \quad \alpha_1 = \arcsin \frac{R \sin \mu_2}{\Delta_2}. \quad (9)$$

Тоді

$$\beta_5 = \psi_2 + \alpha_1 - \beta_6', \quad \beta_4 = \beta_5 + \mu_2. \quad (10)$$

Для того щоб визначити позиційні інваріанти подібності кутових швидкостей ланок механізму, необхідно продиференціювати рівняння (1) і (2) по куту β_1 [1, 8]. Після цього, виконавши деякі перетворення, одержимо

$$\left. \begin{aligned} \omega_{21} &= -\frac{r \sin(\beta_1 - \beta_3)}{\sin(\beta_2 - \beta_3)}, \quad \omega_{31} = \frac{r \sin(\beta_1 - \beta_2)}{\sin(\beta_3 - \beta_2)}; \\ \omega_{41} &= -\frac{\omega_{31} \sin(\beta_3 - \beta_5) + \omega_{21} \sin(\beta'_2 - \beta_5)}{R \sin(\beta_4 - \beta_5)}; \\ \omega_{51} &= -\frac{\omega_{31} \sin(\beta_3 - \beta_4) + \omega_{21} \sin(\beta'_2 - \beta_4)}{b \sin(\beta_5 - \beta_4)}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Тут $\omega_{i1} = \frac{\omega_i}{\omega_1}$ — позиційний інваріант подібності кутової швидкості i -ї ланки; ω_i — кутова швидкість i -ї ланки.

Двічі продиференціювавши рівняння (1) і (2) та виконавши деякі перетворення, одержуємо:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{21} &= -\frac{r \cos(\beta_1 - \beta_3) - \omega_{31}^2 + \omega_{21}^2 \cos(\beta_2 - \beta_3)}{\sin(\beta_2 - \beta_3)}; \\ \varepsilon_{31} &= \frac{r \cos(\beta_1 - \beta_2) + \omega_{21}^2 - \omega_{31}^2 \cos(\beta_3 - \beta_2)}{\sin(\beta_3 - \beta_2)}; \\ \varepsilon_{41} &= -\frac{1}{R \sin(\beta_4 - \beta_5)} [\omega_{31}^2 \cos(\beta_3 - \beta_5) + \varepsilon_{31} \sin(\beta_3 - \beta_5) + \\ &\quad + \omega_{21}^2 \cos(\beta'_2 - \beta_5) + \varepsilon_{21} \sin(\beta'_2 - \beta_5) + \\ &\quad + \omega_{41}^2 R \cos(\beta_4 - \beta_5) - \omega_{51}^2 b]; \\ \varepsilon_{51} &= \frac{1}{b \sin(\beta_5 - \beta_4)} [\omega_{31}^2 \cos(\beta_3 - \beta_4) - \varepsilon_{21} \sin(\beta_3 - \beta_4) + \\ &\quad + \omega_{21}^2 \cos(\beta'_2 - \beta_4) + \varepsilon_{21} \sin(\beta'_2 - \beta_4) + \omega_{41}^2 R - \\ &\quad - \omega_{51}^2 b \cos(\beta_5 - \beta_4)], \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

де $\varepsilon_{i1} = \frac{\varepsilon_i}{\omega_1^2}$ — позиційний інваріант подібності кутового прискорення i -ї ланки ($\omega_1 = \text{const}$); ε_i — кутове прискорення i -ї ланки.

Позиційні інваріанти подібності кінетичної потужності $N_{\text{кін. } i1}$ визначаються як добуток позиційних інваріантів подібності швидкості і прискорення даної i -ї ланки [8], тобто

$$N_{\text{кін. } i1} = \omega_{i1} \varepsilon_{i1}. \quad (13)$$

Для того щоб порівняти закон руху веденої ланки даного механізму з законами руху веденої ланки кулачкових механізмів, зручно перейти від модульної системи $[I, \omega_1, l]$, яка була використана вище, до системи $[I, \omega_1, \gamma_2]$ [8], де γ_2 — максимальний кут відхилення (розмаху) веденої ланки від лінії FO_1 (коливаннями веденої ланки EF в період паузи знехтуємо).

Інакше кажучи, треба визначити позиційні інваріанти подібності руху веденої ланки: переміщення a_k , швидкості b_k , прискорення c_k і кінетичної потужності d_k . Цей перехід можна здійснити, використавши залежності [8]:

$$a_k = \frac{\gamma_5}{\gamma_2}, \quad b_k = \frac{\varphi_b}{\gamma_2} \omega_{51}, \quad c_k = \frac{\varphi_b^2}{\gamma_2} \varepsilon_{51}, \quad d_k = b_k c_k = \frac{\varphi_b^3}{\gamma_2^2} N_{\text{кін. } 51}, \quad (14)$$

де γ_5 — кутове переміщення веденої ланки; φ_b — кут повороту кривошипа, який відповідає періоду віддалення веденої ланки EF від лінії FO_1 .

Якщо прийняти, що період віддалення дорівнює періоду наближення, тобто коефіцієнт робочого ходу веденої ланки $K=1$ [7], і знехту-

вати коливаннями веденої ланки в період паузи, то залежності (14) можна записати

$$\left. \begin{aligned} a_k &= \frac{3\pi - \gamma - \frac{\Omega}{2} + \beta_5}{\gamma_\Sigma}, & b_k &= \frac{\pi - \alpha}{\gamma_\Sigma} \omega_{51}, \\ c_k &= \frac{(\pi - \gamma)^2}{\gamma_\Sigma} \varepsilon_{51}, & d_k &= \frac{(\pi - \alpha)^3}{\gamma_\Sigma^2} N_{\text{кін.51}}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Тут $\gamma_\Sigma = 2 \arcsin \frac{\overline{D_0 D_0'} - E}{2b}$.

ДЕЯКІ РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Величина і характер зміни кінематичних і динамічних параметрів досліджуваних механізмів залежить, перш за все, від величини відносних розмірів r, d, R, b , кутів Ω і γ та положення кривошипа, яке визначається кутом β_1 .

Тому що r і R є величинами, які залежать від Ω, α і d [7], то кількість незалежних змінних зменшується до шести ($\Omega, \alpha, d, b, \gamma, \beta_1$).

Для зручності якісної оцінки досліджуваних механізмів положення нерухомого шарніра F вибиралось так, щоб коефіцієнт робочого ходу $K=1$, а кут γ_Σ розмаху веденої ланки був постійний. Перша умова виконується тоді, коли шарнір E в обох крайніх положеннях збігається з віссю CO_1 симетрії шатунної кривої точки D . У цьому випадку

$$\gamma = \pi - \arccos \frac{\overline{D_0 D_0'} - E}{2b}. \quad (16)$$

Друга умова виконується тоді, коли співвідношення між довжиною b коромисла EF і максимальним ходом шарніра E буде сталим. Враховуючи те, що кут розмаху коромисла при $K=1$ прямо пропорційний відрізку $\overline{D_0 D_0'}$ (див., рис. 1), можна прийняти $b = k_1 (\overline{D_0 D_0'} - E)$, де k_1 — коефіцієнт пропорційності. При дослідженнях ми брали $k_1 = 3$. При такому значенні k_1 кут $\gamma_\Sigma \approx 20^\circ$.

Вибравши довжину b і кут γ , можна визначити відносну міжцентрову віддаль

$$d_2 = \frac{\overline{CF}}{l} = \sqrt{\overline{CO_1^2} + b^2 - 2 \overline{CO_1} b \cos \gamma} \quad (17)$$

і кут

$$\beta_6 = 3\pi - \eta - \gamma - \frac{\Omega}{2}, \quad (18)$$

де

$$\eta = \arccos \frac{b^2 + d_2^2 - \overline{CO_1^2}}{2bd_2}. \quad (19)$$

На підставі вищезаписаних залежностей було проведено аналітичне дослідження 320 варіантів лямбдоподібних механізмів Чебишева з приєднаною групою I виду. Всі розрахунки проводились на ЕЦОМ «Минск-22».

Одержані цифрові значення дозволили скласти таблиці і побудувати діаграми зміни основних кінематичних і динамічних параметрів руху ланок механізму залежно від положення кривошипа OA : кутових положень β_i , позиційних інваріантів кутових швидкостей ω_{i1} , прискорень ε_{i1} , кінетичної потужності $N_{\text{кін.}i1}$ (в т. ч. a_k, b_k, c_k і d_k), кутів передачі μ_1 і μ_2 , а також визначити їх максимальні значення (константи піків) при різних значеннях Ω, α і d .

Аналіз одержаних результатів дає можливість зробити такі висновки:

1. Збільшення періоду зупинки веденої ланки, тобто збільшення кута α , приводить до збільшення піків інваріантів кутових швидкостей ω_{sim} (рис. 2), прискорень ε_{sim} (рис. 3) і кінетичної потужності $N_{kin.sim}$ (рис. 4). Константи піків $B = |b_k|_{max}$, $C = |c_k|_{max}$ і $D = |d_k|_{max}$, навпаки, зменшуються зі збільшенням кута α . Таким чином, зі збільшенням α закон руху веденої ланки поліпшується, але ж поряд з цим збільшуються коливання веденої ланки (відхилення E) в період паузи.

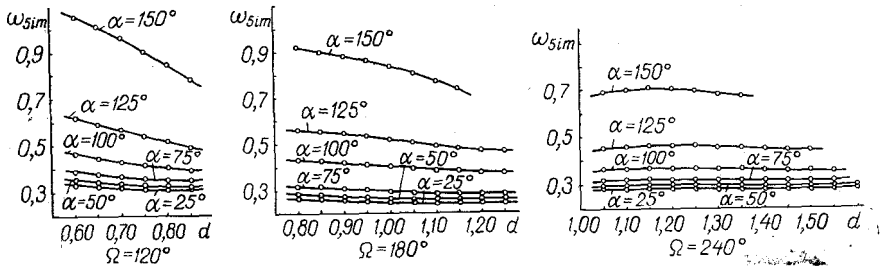


Рис. 2. Діаграми піків інваріантів подібності кутової швидкості веденої ланки.

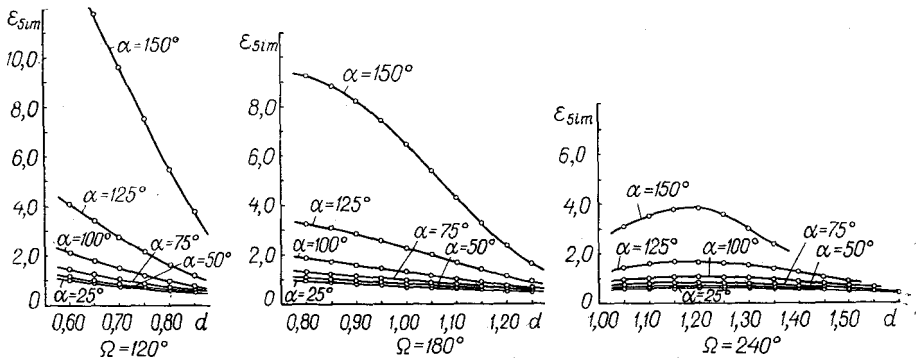


Рис. 3. Діаграми піків інваріантів подібності кутового прискорення веденої ланки.

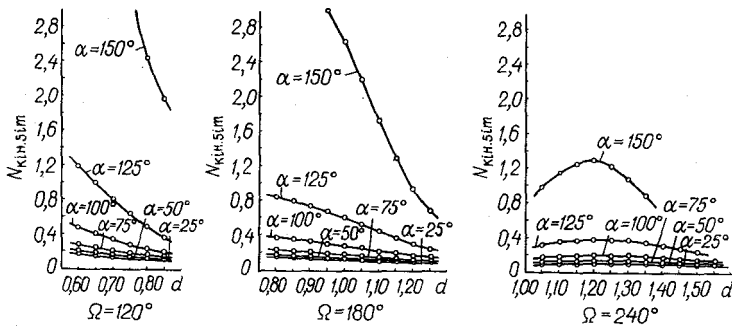


Рис. 4. Діаграми піків інваріантів подібності кінетичної потужності веденої ланки.

2. Збільшення кута Ω злому шатуна приводить до загального зменшення піків інваріантів кутових швидкостей прискорень і кінетичної потужності (див., рис. 2—4).

3. З наближенням значень d до верхньої або нижньої границі області існування механізмів [2, 7] радіуси R зменшуються. Як показали розрахунки, це приводить до зменшення кута передачі μ_2 . Для більшості механізмів, у яких $R \leq D_0 D_0' / l$, кути передачі μ_2 не задовольняють умови $30^\circ \geq \mu \geq 150^\circ$, або дуже близькі до граничних значень.

4. При невеликих періодах зупинки ($\alpha=25-75^\circ$) міжцентрова від-
дадь d порівняно мало впливає на піки інваріантів досліджуваних
величин, а тому при проектуванні таких механізмів слід надавати
перевагу тим, розміри ланок яких забезпечують більш вигідні кути
передачі μ_1 і μ_2 , або інші важливі геометричні параметри (відхилення
 E , радіус R).

При проектуванні механізмів, які забезпечують значний період
зупинки ($\alpha > 75^\circ$), необхідно враховувати також вплив міжцентрної
віддалі d . Причому характерно, що зменшення радіуса R переважно,
супроводжується зменшенням піків інваріантів швидкості, прискорення
і кінетичної потужності.

5. Досліджувані механізми можуть використовуватися для забез-
печення періодичного руху зі зупинкою веденої ланки. Причому основ-
ні характеристики (B , C і D) руху веденої ланки деяких з них не
гірші від основних характеристик законів руху, які широко використо-
вуються у машинобудуванні при проектуванні кулачкових механізмів
(«С», «К», «Ш» і ін. [8]).

ЛІТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов. М., «Наука», 1965.
2. Гродзенская Л. С. К проектированию шарнирных механизмов по задан-
ной продолжительности остановки ведомого звена. Труды Института машиноведения
АН СССР. Семинар по ТММ, т. XVIII, вып. 71. М., 1958.
3. Гродзенская Л. С. К проектирования шарнирных механизмов с оста-
новкой в машинах-автоматах. Труды Второй научно-технической конференции аспи-
рантов и младших научных сотрудников, т. 1. Институт машиноведения АН СССР.
М., 1959.
4. Гродзенская Л. С. Проектирование шарнирных механизмов с остановкой
типа Чебышева по наименьшему значению ускорения ведомого звена в крайнем поло-
жении. Труды Третьего совещания по основным проблемам теории механизмов и
машин. «Анализ и синтез механизмов». М., Машгиз, 1963.
5. Зиновьев В. А. Аналитические методы расчета плоских механизмов. М.—Л.,
Гостехиздат, 1949.
6. Киницкий Я. Т. Аналитическое параметрическое исследование лямбдо-
образных механизмов с остановками Чебышева с применением ЭЦВМ. Тезисы до-
кладов межвузовской конференции по методам расчета механизмов машин-автоматов.
Львов, 1968.
7. Киницкий Я. Т. До питання про синтез лямбдоподібних механізмів
П. Л. Чебишева з паузами. «Поліграфія і видавничі справа», № 5, Львів, 1970.
8. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов. М., «Книга», 1965.
9. Чебышев П. Л. О простейшей суставчатой системе, доставляющей дви-
жения, симметрические около оси. Собр. соч., т. IV. М., Изд-во АН СССР, 1948.

Ya. T. KINITSKY

ANALYTICAL MECHANICS OF TSHEBYSHEV'S LAMBDA-SHAPED MECHANISMS WITH STOPPING THE DRIVEN LINK

Summary

Methods and some results of analytic research of Tshebyshev's lambda-shaped
mechanisms kinematics to the attracted group of the second class and first modifica-
tion are given.